U.T.N. F.R.H. – **Examen final de Álgebra y Geometría Analítica** – Diciembre 2009 – T2

Alumno: .... **Especialidad:** ....

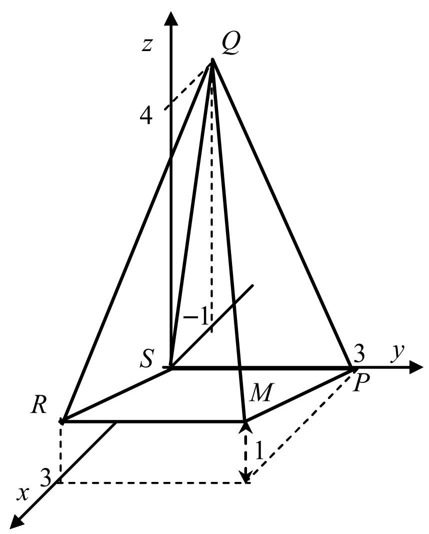
Profesor con quien cursó:.................................... **Mes y año de firma TP:** ....

Ejercicio / Corrector	1	2 (a b c d)		3 (a b c)	4 (a b c)	Calificación

Calificación Final:...

Ejercicio 1. Con la información dada en la figura, hallar una ecuación del plano paralelo al que contiene la base de la pirámide y corta a la arista RQ por la mitad.

Ejercicio 2. Analice la validez de las siguientes proposiciones, demostrando la proposición en caso de ser verdadera o mostrando un contraejemplo si es falsa: **a)** Si $B \in \mathbb{R}^{n\times n}$, es inversible y $a\in\mathbb{R}-\{0\}$, entonces: $\det\left[\left(a\,.B^{T}\right)^{-1}\right]=\dfrac{a^{-n}}{\det(B)}$. **b)** Si A, B y $C \in \mathbb{R}^{n\times n}$ son matrices inversibles y $C^{-1}.(A+X).B^{-1}=I$, entonces el $\det(X)=\det(C).\det(B)-\det(A)$. **c)** Dadas $A, B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ y si $A^2+A\,B=I$ entonces A es inversible. **d)** Si $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ y $A^2=A$, entonces $\det(A)=0$.



Ejercicio 3. a) Encontrar los valores del parámetro $a \in \mathbb{R}$ de forma tal que W_1 y W_2 sean el mismo subespacio y siendo W_1 generado por los vectores {(1,2,1); (2,1,-1)} y W_2 generado por los vectores {(0,a,a); (1,1,0); (a,0,-1)}. **b)** Dar una base ortonormal para dicho subespacio. **c)** Encontrar el subespacio complemento ortogonal del subespacio dado y dar una base del mismo.

Ejercicio 4. Considerar en $\mathbb{R}^3$ la transformación T que proyecta ortogonalmente cualquier vector del espacio sobre el plano de ecuación $x + y + z = 0$.

a) Determinar la forma explícita de T y la matriz asociada a T en la base canónica.

b) Obtener los subespacios característicos de la transformación e interpretarlos gráficamente.

c) Si se aplica la transformación a la recta que contiene la arista RQ de la pirámide del Ejercicio 1. ¿Qué lugar geométrico se obtendría? Determinar una ecuación de dicho lugar geométrico.