U.T.N. F.R.H. – **Examen final de Álgebra y Geometría Analítica** – Febrero/Marzo 2010 – T4

Alumno: .... **Especialidad:** ....

Profesor con quien cursó:................................. **Mes y año de firma TP:** ....

Ejercicio	1	2	3	Calificación
Corrector	a b c d e	a b c	a b	

Calificación Final:...

Ejercicio 1. Decidir si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o es falsa. En caso que sea verdadera justificar la respuesta. En caso que sea falsa dar un contraejemplo.

a) El subespacio que genera un vector $\vec{u} \in \mathbf{R}^3$ es una recta que pasa por el origen.

b) Si $\vec{u}$ y $\vec{v}$ son dos vectores de $\mathbf{R}^3$ tales que $\langle \vec{u};\vec{v}\rangle = 0$, entonces el conjunto $\{\vec{u};\vec{v}\}$ es un sistema de generadores de un subespacio de dimensión 2.

c) f: $\mathbf{V} \to \mathbf{V}$ es una transformación lineal en el espacio vectorial $\mathbf{V}$ con matriz asociada $A \in \mathbf{R}^{n\times n}$. Si se conoce que $\vec{v}_1 \neq \vec{0}$ pertenece al núcleo de f, entonces se sabe que el det(A)=0.

d) Sean $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ tres versores de $\mathbf{R}^3$ tales $\langle \vec{u};\vec{v}\rangle = 0$ y $\langle \vec{v};\vec{w}\rangle = 0$. Si se define la recta $r: \overrightarrow{OP} = \lambda \vec{u} \quad \forall\lambda \in \mathbf{R}$ y el plano $\pi: \overrightarrow{OP} = \mu \vec{v} + \gamma \vec{w} \quad \forall\mu, \forall\gamma \in \mathbf{R}$, entonces r está contenida en π.

e) Sean $\vec{u}$, $\vec{v}$ y $\vec{w}$ tres versores de $\mathbf{R}^3$ tales $\vec{u}\cdot\vec{v}\times\vec{w} = 0$. Si se define la recta $r: \overrightarrow{OP} = \lambda \vec{u} \quad \forall\lambda \in \mathbf{R}$ y el plano $\pi: \overrightarrow{OP} = \mu \vec{v} + \gamma \vec{w} \quad \forall\mu, \forall\gamma \in \mathbf{R}$, entonces r está contenida en π.

Ejercicio 2. Sean las matrices $A = ((a_{i,j})) \in \mathbf{R}^{n\times p}$, $B = ((b_{i,j})) \in \mathbf{R}^{p\times m}$ y $C = ((c_{i,j})) \in \mathbf{R}^{n\times n}$ con C inversible.

a) ¿Cómo se altera el producto $A\cdot B$ si en la matriz A se intercambian dos filas de lugar entre sí?

b) ¿Cómo se altera el producto $A\cdot B$ si en la matriz A se multiplica una de sus filas por $k \in \mathbf{R}-\{\mathbf{0}\}$?

c) ¿Qué cambio ocurre en C^{-1} si en la matriz C se multiplica una de sus filas por $k \in \mathbf{R}-\{\mathbf{0}\}$?

Ejercicio 3. La región $\boldsymbol{D}$ en $\mathbf{R}^3$ está definida por el triángulo OAB de la figura.

a) Dar la matriz y la forma explícita de una transformación lineal f tal que al aplicarla a $\boldsymbol{D}$ la transforme en el triángulo $f(\boldsymbol{D})$. Dar una interpretación geométrica de dicha transformación.

b) Hallar los autovalores de f y los subespacios de autovectores asociados a los mismos.