U.T.N. F.R.H. – **Examen final de Álgebra y Geometría Analítica** - Diciembre 2009 – T1

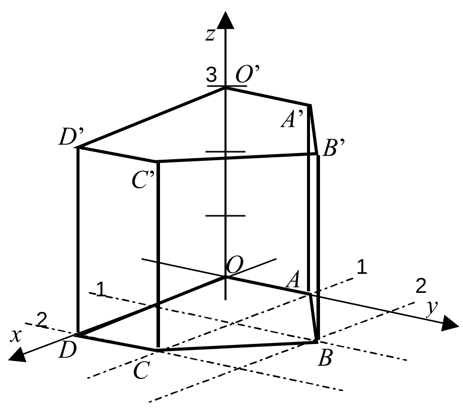
Alumno: .... **Especialidad:** ....

Profesor con quien cursó:................................ **Mes y año de firma TP:** ....

Ejercicio	1	2	3	4	Calificación
Corrector	a b c	a b c d e			

Calificación Final:..

Ejercicio 1. El pentágono definido por los puntos *OABCD* se traslada paralelo a si mismo 3 unidades en la dirección del semieje positivo de *z*, ubicando el pentágono *O'A'B'C'D'*. A partir de allí se define el prisma recto de base pentagonal representado en la figura. Dar una ecuación para los siguientes lugares geométricos: a) plano que contiene la arista *BB'* y el origen de coordenadas. b) recta perpendicular al plano que contiene la cara *AA'B'B* y pasa por el punto *D*. c) plano perpendicular a la cara *BCC'B'* y que contiene al eje *z*.



Ejercicio 2. Si $A \in \mathbf{R}^{n\times m}$, $P = A \,.\, (A^T .\, A)^{-1} .\, A^T$ y sabiendo que $(A^T .\, A)^{-1}$ existe decir si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas; para el caso de verdadera demostrarla y para el caso de falsa dar un contraejemplo a) $A^T. A$ es simétrica; b) $(A^T .\, A)^{-1}$ es antisimétrica; c) $P^2 = P$; d) P es simétrica; e) $P \in \mathbf{R}^{n\times n}$.

Ejercicio 3. Sea *f*: $\mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ una transformación lineal que proyecta ortogonalmente cualquier vector de $\mathbf{R}^3$ sobre el complemento ortogonal del subespacio generado por el conjunto de vectores $\mathrm{A} = \{(1,-2,3);(1,-5,0);(3,-12,3)\}$. Determinar la matriz asociada a la transformación en la base canónica, la regla de la transformación, su Núcleo, su Imagen e interpretarlos gráficamente.

Ejercicio 4. La matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 10^{-15} \\ 0 & 1+10^{-15} \end{pmatrix}$ es "casi" simétrica. Hallar el ángulo entre sus autovectores para analizar si son "casi" ortogonales. ¿Qué conclusión obtiene?

U.T.N. F.R.H. – **Examen final de Álgebra y Geometría Analítica** - Diciembre 2009 – T1

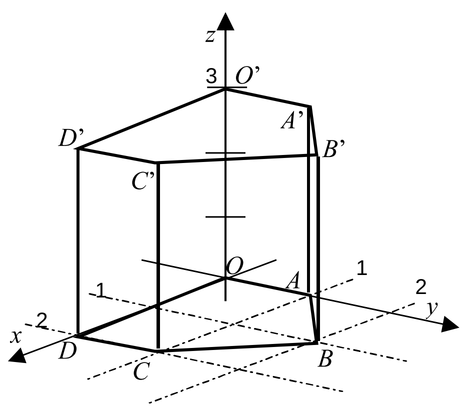
Alumno: .... **Especialidad:** ....

Profesor con quien cursó:................................ **Mes y año de firma TP:** ....

Ejercicio	1	2	3	4	Calificación
Corrector	a b c	a b c d e			

Calificación Final:..

Ejercicio 1. El pentágono definido por los puntos *OABCD* se traslada paralelo a si mismo 3 unidades en la dirección del semieje positivo de *z*, ubicando el pentágono *O'A'B'C'D'*. A partir de allí se define el prisma recto de base pentagonal representado en la figura. Dar una ecuación para los siguientes lugares geométricos: a) plano que contiene la arista *BB'* y el origen de coordenadas. b) recta perpendicular al plano que contiene la cara *AA'B'B* y pasa por el punto *D*. c) plano perpendicular a la cara *BCC'B'* y que contiene al eje *z*.



Ejercicio 2. Si $A \in \mathbf{R}^{n\times m}$, $P = A \,.\, (A^T .\, A)^{-1} .\, A^T$ y sabiendo que $(A^T .\, A)^{-1}$ existe decir si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas; para el caso de verdadera demostrarla y para el caso de falsa dar un contraejemplo a) $A^T. A$ es simétrica; b) $(A^T .\, A)^{-1}$ es antisimétrica; c) $P^2 = P$; d) P es simétrica; e) $P \in \mathbf{R}^{n\times n}$.

Ejercicio 3. Sea *f*: $\mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ una transformación lineal que proyecta ortogonalmente cualquier vector de $\mathbf{R}^3$ sobre el complemento ortogonal del subespacio generado por el conjunto de vectores $\mathrm{A} = \{(1,-2,3);(1,-5,0);(3,-12,3)\}$. Determinar la matriz asociada a la transformación en la base canónica, la regla de la transformación, su Núcleo, su Imagen e interpretarlos gráficamente.

Ejercicio 4. La matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 10^{-15} \\ 0 & 1+10^{-15} \end{pmatrix}$ es "casi" simétrica. Hallar el ángulo entre sus autovectores para analizar si son "casi" ortogonales. ¿Qué conclusión obtiene?