U.T.N. F.R.H. - **Examen final de Álgebra y Geometría Analítica** – 02-Dic.-2010

Alumno: .... **Especialidad:** ....

Profesor con quien cursó la asignatura:...................... **Año y mes de firma TP:** ....

Ejercicio **Corrector**	**1** **a b c d**	**2** **a b c**	**3** **a b c**	**Calificación**

Calificación Final:..

Ejercicio 1. El conjunto formado por los vectores $\vec{a}=(a_1,a_2,a_3)$, $\vec{b}=(b_1,b_2,b_3)$ y $\vec{c}=(c_1,c_2,c_3)$, constituye una base ortonormal de $\mathbf{R}^3$ y sus elementos se utilizan para definir los siguientes planos

$$\pi_1 \equiv a_1x+a_2y+a_3z=0$$
$$\pi_2 \equiv b_1x+b_2y+b_3z=0$$
$$\pi_3 \equiv c_1x+c_2y+c_3z=0$$

a) Identificar la intersección de los planos π_1 y π_2 ($\pi_1\cap\pi_2$). Interpretar geométricamente. ¿Qué relación existe entre $\pi_1\cap\pi_2$ y π_3?

b) Identificar la intersección de los tres planos ($\pi_1\cap\pi_2\cap\pi_3$). Justificar claramente la respuesta.

c) La recta $r_1:(x,y,z)=(x_0,y_0,z_0)+\lambda(\vec{a}+\vec{b})\ \forall\lambda\in\mathbf{R}$, ¿está incluida en π_3?

d) La matriz $B\in\mathbf{R}^{3x3}$ es la matriz cuyas columnas son los vectores $3\vec{a}$; $2\vec{b}$; $\vec{c}$ Calcular el valor del determinante de la matriz B.

Ejercicio 2. Decidir si cada una de las afirmaciones siguientes es verdadera o falsa. Si es verdadera demostrarla si es falsa proponer un contraejemplo.

Sean A y B dos matrices inversibles de $\mathbf{R}^{n\times n}$.

a) Si $X\in\mathbf{R}^{n\times 1}$ es autovector de $A\cdot B^{-1}$ con autovalor $\lambda\neq 0$, entonces X es también autovector de $B\cdot A^{-1}$ pero con autovalor λ^{-1}.

b) Si Y pertenece al núcleo de la transformación lineal $f(x) = A\cdot x$ entonces Y pertenece también al núcleo de la transformación $h(x) = (f \, o \, f)(x)$.

c) El rango de $C= A\cdot B$ es menor que n.

Ejercicio 3. Sea la transformación lineal $f:\mathbf{R}^3\to\mathbf{R}^3$ cuya matriz asociada es

$$A=\begin{pmatrix}0&1&0\\0&0&1\\1&0&0\end{pmatrix}.$$

a) Sean los vectores no nulos $\vec{u}=(a,0,0)$ y $\vec{v}=(0,b,c)$ Demostrar que el área del paralelogramo entre los vectores $\vec{u}$ y $\vec{v}$ es la misma que el área del paralelogramo que determinan sus imágenes, $f(\vec{u})$ y $f(\vec{v})$.

b) ¿Qué valor debe tomar $k\in\mathbf{N}$ tal que $g(\vec{x})=A^k(\vec{x})$ sea la transformación identidad?

c) Hallar el subespacio $S\subset\mathbf{R}^{3x3}$ de todas las matrices $X\in\mathbf{R}^{3x3}$ que conmutan con la matriz A es decir que verifican que $A\cdot X=X\cdot A$.