U.T.N. F.R.H. - **Examen final de Álgebra y Geometría Analítica** – 16-Diciembre-2010

Alumno: .... **Especialidad:** ....

Profesor con quien cursó la asignatura:...................... **Año y mes de firma TP:** ....

Ejercicio Corrector	1 a b	2 a b c	3 a b c	4	Calificación

Calificación Final:...

Ejercicio 1. El plano π está definido por los puntos $A(bc, 0, 0)$, $B(0, ac, 0)$ y $C(0, 0, ab)$ con a, b, c números reales positivos.

a) Hallar la ecuación general de π.

b) Calcular la distancia de π al origen de coordenadas.

Ejercicio 2. *ABCD* es un cuadrado en $\mathbf{R}^2$ de lado 2 ubicado con dos de sus aristas paralelas al eje x y con su centro de simetría coincidente con el origen de coordenadas. Las transformaciones lineales $f(\vec{x}), g(\vec{x}), h(\vec{x})$, todas de $\mathbf{R}^2 \to \mathbf{R}^2$, tienen el siguiente efecto cuando se aplican a *ABCD*:

- § $f(\vec{x})$: le duplica el área al cuadrado;
- § $g(\vec{x})$: gira al cuadrado un ángulo $\pi/4$ en sentido antihorario;
- § $h(\vec{x})$: proyecta ortogonalmente al cuadrado sobre el eje x.

a) Dar la forma explícita y la expresión matricial de cada una de las transformaciones lineales.

b) Indicar si existen las transformaciones lineales inversas de cada una. Para cada caso afirmativo, dar la forma explícita y la expresión matricial.

c) Describir el lugar geométrico que resulta de aplicar a *ABCD* las transformaciones $m(\vec{x})$ y $n(\vec{x})$,

$$m(\vec{x}) = h\left(g\left(f(\vec{x})\right)\right) = (h \circ g \circ f)(\vec{x}) \text{ y } n(\vec{x}) = f\left(g\left(h(\vec{x})\right)\right) = (f \circ g \circ h)(\vec{x}).$$

Graficar las etapas de aplicar al cuadrado *ABCD* las dos composiciones definidas.

Ejercicio 3. Sea la matriz fila $Z = (z_1 \quad z_2 \quad z_3) \in \mathbf{R}^{1\times 3}$ y sea $Y = A \cdot Z$ donde $Y \in \mathbf{R}^{3\times 3}$ tal que su primera fila está compuesta exactamente con los elementos de Z, la segunda fila con los elementos de Z multiplicados por 2, y la tercera fila con los opuestos de los elementos de Z.

a) Hallar la matriz A.

b) Dar una base para el subespacio Col(Y), o sea una base para el subespacio generado por las columnas de la matriz Y.

c) Hallar el conjunto de todas las matrices Z tales $Y = A \cdot Z$ resulta simétrica. Dar una interpretación geométrica del conjunto obtenido asociando el espacio vectorial $\mathbf{R}^{1\times 3}$ con el espacio tridimensional ordinario $\mathbf{R}^3$. ¿Forma este conjunto un subespacio? En caso afirmativo, indicar la dimensión y una base ortonormal. En caso negativo, justificar la respuesta.

Ejercicio 4. Analizar el valor de verdad de la siguiente proposición; justificar la validez en caso de ser verdadera y dar un contraejemplo en caso de ser falsa.

Si f: $\mathbf{R}^3 \to \mathbf{R}^3$ es la transformación lineal correspondiente a la proyección de un vector sobre el eje y, $\overrightarrow{v_1}$ es autovector (no nulo) de f con autovalor 1, y $\overrightarrow{v_2}$ es autovector (no nulo) de f con autovalor 0, entonces $\langle \overrightarrow{v_1}; \overrightarrow{v_2} \rangle = 0$.