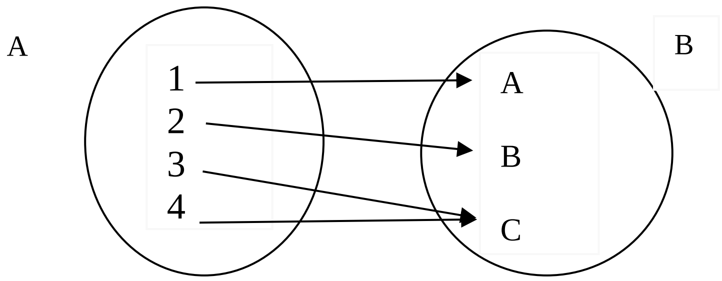
RELACIONES FUNCIONALES

Se llama **Relación** entre dos conjuntos *A* y *B* a toda ley que asocia elementos del conjunto *A* con elementos del conjunto *B*. Para que esa relación sea función a cada elemento del conjunto de partida le tiene que corresponder **un único elemento** del conjunto de llegada.

Se denota por **f: *A* → *B***

A es el conjunto inicial de la correspondencia, que denominamos **conjunto de partida**

B es el conjunto final de la correspondencia, que denominamos **conjunto de llegada.**



Cada elemento de A lo designamos con x. Decimos que x **pertenece** al conjunto A.
Simbólicamente escribimos: x ∈ A

Cada elemento de B lo designamos con y, por lo tanto, decimos que: y ∈ B

Tenemos el par ordenado (x; y) ∈ *f*

Es decir, cada elemento de entrada produce un resultado de salida. A cada número de entrada que pertenece al conjunto A le corresponde un único número del conjunto de llegada (conjunto B)

$$x \xrightarrow{\boxed{f}} y$$

Al conjunto **DE PARTIDA A**, lo llamamos Dominio. Simbolizamos Dom (*f*) o Df.

Los elementos de **B** que se obtienen a partir de los elementos del conjunto **A** forman el **CONJUNTO IMAGEN. Simbolizamos** Im (f*)* o If

Definición

Una **RELACIÓN FUNCIONAL O FUNCIÓN** puede considerarse como un caso particular de una relación o de correspondencia matemática, que debe **cumplir dos condiciones**:

1. **Condición de existencia:** Todos los elementos de *x* están relacionados con elementos de *y*, es decir, $\forall \boldsymbol{x} \in \boldsymbol{A}, \exists \boldsymbol{y} \in \boldsymbol{B} / (\boldsymbol{x};\ \boldsymbol{y}) \in \boldsymbol{f}$

2. **Condición de unicidad:** Cada elemento de *x* está relacionado con un **único** elemento de y, es decir, si **(x; y)** $\in f \wedge$ **(x; z)** $\in f \Longrightarrow$ **y = z**

Es decir, todo valor real del dominio debe tener imagen y esa imagen tiene que ser única.

Vas a observar frecuentemente esta simbología: f(x) o y.

y= f (x) o sea obtenemos el valor de y (la imagen) a través de la función (su fórmula) dependiendo del valor que le damos a x.

El dominio es el conjunto de números reales a los que la función asigna valores y la imagen es el conjunto de valores obtenidos.

"*x*" representa la variable independiente "*y*" representa la variable dependiente y toma valores en el conjunto imagen R.

Una función se puede definir de varias maneras:

- Por medio de un cuadro de valores: FUNCIONES TABULADAS.
- Por medio de una expresión o fórmula matemática.
- Por medio de su gráfica.

Por ejemplo: Determinar el dominio de las siguientes funciones

a) $f(x) = x^2 + 9x - 1$ **FUNCIÓN POLINÓMICA.**

Observamos que si a la x le damos cualquier valor numérico real (condición de existencia), obtenemos un único valor de y (condición de unicidad) al realizar la cuenta que nos propone la fórmula.
En general el dominio de todas las funciones polinómicas son todos los números reales.
Df = $\mathbb{R}$

b) $y = \sqrt{x-2}$ **FUNCIÓN IRRACIONAL**

Observamos que la variable x que forma parte del radicando de una raíz de índice 2. Cuando le damos valores numéricos a x para poder obtener el valor de y, necesitamos que el radicando sea positivo o cero. (Sabemos que una raíz de índice par no tiene resultado numérico en el conjunto de número reales)

¿Cuáles son los valores de x que podes considerar? Planteamos matemáticamente lo que hemos dicho en palabras "el radicando debe ser positivo o cero"

$x-2 \geq 0 \rightarrow x \geq 2$**.** Por lo tanto, expresamos el dominio de la función a través de un intervalo.
Df = $[\mathbf{2}, +\infty)$

c) f(x)= ln $(\boldsymbol{x}-\mathbf{1})$
d) f(x)= log $|\mathbf{2}-\boldsymbol{x}|$

FUNCIÓN LOGARITMICA

En este tipo de función (ejemplos c y d), cuando le damos valores numéricos a x para poder obtener el correspondiente valor de y, necesitamos que la expresión algebraica afectada por la logaritmación genere solamente valores numéricos positivos. Sabemos que **el logaritmo de un número negativo o cero no existe** en el conjunto de números reales.

¿Cuáles son los valores de x que podés considerar? Planteamos matemáticamente lo que hemos dicho en palabras "la expresión algebraica debe generar solamente valores positivos"

Para c) x-1 > 0 → $\boldsymbol{x} > \mathbf{1}$ Df = (1; +∞)
Para d) En esa situación tenemos que observar que la expresión |2-x| siempre genera valores numéricos positivos para cualquier valor que le damos a x.
Pero |2-x| no puede ser 0.
¿Qué valor de x no podríamos considerar? $|2-x| = 0 \rightarrow \mathbf{2}-\boldsymbol{x}=\mathbf{0} \rightarrow 2 = x$.
Df = $\mathbb{R}-\{\mathbf{2}\}$

e) y= $\dfrac{\mathbf{x+1}}{\mathbf{2x-3}}$ **FUNCIÓN RACIONAL**

En este tipo de función, cuando le damos valores numéricos a x para poder obtener el valor de y, necesitamos que **el denominador no sea igual a cero**. ¿Qué valor de x no podríamos considerar? Por lo tanto, debemos plantear la siguiente condición:

$2x-3 \neq 0 \rightarrow x \neq \frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}$ **.** Df = $\mathbb{R}-\left\{\frac{\mathbf{2}}{\mathbf{3}}\right\}$

__**Ceros o raíces de una función-Intersección con el eje x**__

Ceros o raíces = $\{\mathrm{x} \in \mathrm{Df}/\mathrm{f}(\mathrm{x})=0\}$. O sea, es el conjunto formado por valores numéricos reales de x que hacen que el valor correspondiente de y sea 0. Geométricamente representan los puntos donde la curva **intersecta al eje x**.

Sea f(x) = $\dfrac{2\mathbf{x}-1}{\mathbf{x}-1}$
1°Obtenemos su dominio: x-1 ≠ 0→ x≠1. Df= $\mathbb{R}-\{1\}$
2° Obtenemos ceros o raíces. Igualamos a cero la fórmula de la función: $\dfrac{2\mathbf{x}-1}{\mathbf{x}-1}$=0
2x-1= 0→ x= $\frac{1}{2} \in \mathrm{Df}$. Por lo tanto, intersecta al eje x en el punto ($\frac{1}{2}$,0)

__**Ordenada al origen- Intersección con el eje y**__

Ordenada al origen= $\{\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}/\mathbf{0} \in \mathbf{Df} \wedge \boldsymbol{f}(\mathbf{0})=\boldsymbol{y}\}$. **Geométricamente representan el punto donde la curva intersecta al eje y.**

Sea f(x) $=\dfrac{2\mathbf{x}-1}{\mathbf{x}-1}$. Reemplazamos a la variable x por 0. f (0) = $\dfrac{2.0-1}{0-1}=1$. Por lo tanto, intersecta al eje y en el punto (0,1)

<u>Conjunto de positividad y negatividad</u>

$C^+ = \{x \in \mathbb{R} / x \in Df \wedge f(x) > 0\}$ Buscamos los x que hacen positiva a la variable y
$C^- = \{x \in \mathbb{R} / x \in Df \wedge f(x) < 0\}$ Buscamos los x que hacen negativa a la variable y

Sea y = x^3-3x-2. Para determinar C^+ y C^- tenemos que resolver la inecuación:

$x^3-3x-2 > 0$ y la inecuación: $x^3-3x-2 < 0$.

En forma práctica buscamos los ceros o raíces de x^3-3x-2. Por tanteo o Método de Gauss observamos que x= 2 es un cero o raíz.

Realizamos la Regla de Ruffini

	1	0	-3	-2
2		2	4	2
	1	**2**	**1**	$\boxed{\mathbf{0}}$

El polinomio factoreado es: $x^3-3x-2= (x-2)(x^2+2x+1)$. Buscamos los ceros o raíces reales al polinomio x^2+2x+1. Aplicando la fórmula resolvente obtenemos: $x_1=x_2= 1$
Ubicamos en la recta real o eje real los ceros o raíces: $x_1=x_2= 1$ y $x_3= 2$.

Elegimos valores y los probamos en la expresión x^3-3x-2.

Si x=0		Si x=1,5		Si x=3
Negativo		**Negativo**		**Positivo**
x<1	**1**	**1<x<2**	**2**	**x>2**

$C^+= (2, +\infty)$ $C^- = (-\infty,1) \cup (1,2)$