

RESPUESTAS GUÍA DE EJERCITACIÓN 3 SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES**Ejercicio 1.**

a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ -2 & -3 & 4 \\ -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} -1 \\ 8 \\ 6 \end{pmatrix}; A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & -1 & -1 \\ -2 & -3 & 4 & 8 \\ -1 & -1 & 3 & 6 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & \frac{5}{2} \\ 0 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{5}{2} \end{array} \right)$

S.C.D. $\left\{ (x, y, z) = \left(\frac{5}{2}, -1, \frac{5}{2} \right) \right\}$

b) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 4 & -2 & 3 \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}; A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 & 7 \\ 2 & 1 & 1 & 5 \\ 4 & -2 & 3 & 7 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$

S.C.D.; $\{(x_1, x_2, x_3) = (4, 0, -3)\}$

c) $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 0 \end{pmatrix}; A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -1 & 2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$

S.I.

d) $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -1 & 1 \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 1 & -2 \\ -2 & 2 & -1 & 1 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{array} \right)$

S.C.I. con $gl=2$; $\{(x, y, z, t) = \lambda(1, 1, 0, 0) + \mu(-1, 0, 3, 1) \quad \forall \lambda \in \mathbf{R}, \forall \mu \in \mathbf{R}\}$ Sistema homogéneo

e) $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 1 \\ 4 \\ -3 \end{pmatrix}; A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -2 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$

S.C.I. con $gl=2$; $\{(x, y, z, t) = (11, 0, 7, 0) + \lambda(-1, 1, 0, 0) + \mu(-8, 0, -5, 1) \quad \forall \lambda \in \mathbf{R}, \forall \mu \in \mathbf{R}\}$

Sistema inhomogéneo

f) $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -2 & -2 \end{pmatrix}; X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \\ t \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}; A' = \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & 2 & -3 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 3 \\ 1 & 1 & -2 & -2 \end{array} \right) \sim \left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 8 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right)$

S.C.I. con $gl=2$; $\{(x, y, z, t) = \lambda(-1, 1, 0, 0) + \mu(-8, 0, -5, 1) \quad \forall \lambda \in \mathbf{R}, \forall \mu \in \mathbf{R}\}$

Sistema homogéneo

Observación: La solución del sistema inhomogéneo e) es la suma del sistema homogéneo f) a la que se le adiciona una solución particular de e) ($\lambda=\mu=0$ en la solución general de e)).

Ejercicio 2.

2.1.a) Si $a \neq 0 \wedge a \neq 2$, S.C.D.; $\left\{ (x, y, z) = \left(\frac{a+2}{a-2}, 1, 1 \right) \right\}$

Si $a=0$, S.C.I. con $gl=1$; $\{(x, y, z) = (-1, \lambda, \lambda) \forall \lambda \in \mathbf{R}\}$

Si $a=2$, S.I.

2.1.b) Si $a \neq 4$, S.C.I con $gl=1$; $\left\{ (x, y, z) = \left(\frac{a-6}{a-4} - (a+4)\lambda, \frac{1}{a-4} + 2\lambda, \lambda \right) \forall \lambda \in \mathbf{R} \right\}$

Si $a=4$, S. I.

2.1.c) Si $a \neq -1 \wedge a \neq 0$, S.C.D.; $\left\{ (x, y, z) = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2a+2}, \frac{1}{2a+2} \right) \right\}$

Si $a=-1$, S.I.

Si $a=0$, S.C.I. con $gl=1$; $\{(x, y, z) = (1-\lambda, -1+3\lambda, \lambda) \forall \lambda \in \mathbf{R}\}$

2.1.d) Si $a \neq 0$, S.C.D.; $\{(x_1, x_2, x_3) = (0, 1, a-1)\}$. Tres planos secantes en un punto único.

Si $a=0$, S.C.I. con $gl=2$; $\{(x_1, x_2, x_3) = (-\lambda - \mu, \lambda, \mu) \forall \lambda \in \mathbf{R}, \forall \mu \in \mathbf{R}\}$. Las tres ecuaciones representan un único plano que pasa por el origen.

2.2.a) Si $b \neq 0 \wedge \forall a \in \mathbf{R}$, S.C.D.; $\left\{ (x, y, z) = \left(1 - \frac{a}{b}, \frac{a}{b}, 0 \right) \right\}$

Si $b=0 \wedge a \neq 0$, S.I.

Si $b=0 \wedge a=0$, S.C.I. con $gl=3$; $\{(x, y, z) \forall x \in \mathbf{R}, \forall y \in \mathbf{R}, \forall z \in \mathbf{R}\}$

2.2.b) Si $a \neq 0 \wedge b \neq 2$, S.C.D.; $\left\{ (x, y, z) = \left(\frac{2-b}{a}, \frac{b-2}{a}, 1 \right) \right\}$

Si $a \neq 0 \wedge b=2$, S.C.I. con $gl=1$; $\left\{ (x, y, z) = \left(\frac{2-2\lambda}{a}, \frac{2-2\lambda}{a}, \lambda \right) \forall \lambda \in \mathbf{R} \right\}$

Si $a=0 \wedge b \neq 2$, S.I.

Si $a=0 \wedge b=2$, S.C.I. con $g=2$; $\{(x, y, z) = (\lambda, \mu, 1) \forall \lambda \in \mathbf{R}, \forall \mu \in \mathbf{R}\}$

Ejercicio 3.

3.a) S.C.I. para $k=0 \vee k=3 \vee k=-3$, en cada caso con $gl=1$

Con $k=0$, $\{(x_1, x_2, x_3) = (\lambda, -\lambda, 0) \forall \lambda \in \mathbf{R}\}$

Con $k=3$, $\left\{ (x_1, x_2, x_3) = \left(\frac{2}{3}\lambda, \frac{7}{3}\lambda, \lambda \right) \forall \lambda \in \mathbf{R} \right\}$

Con $k=-3$, $\left\{ (x_1, x_2, x_3) = \left(-\frac{2}{3}\lambda, -\frac{7}{3}\lambda, \lambda \right) \forall \lambda \in \mathbf{R} \right\}$

3.b) Si $k=0 \vee k=-3$, no existe solución. S.I.

Si $k=3$. S.C.I. $\left\{ (x_1, x_2, x_3) = \left(\frac{2}{3} + \frac{2}{3}\lambda, \frac{1}{3} + \frac{7}{3}\lambda, \lambda \right) \forall \lambda \in \mathbf{R} \right\}$

Si $k \neq 3 \vee k \neq -3 \vee k \neq 0$, existe única solución.

MISCELÁNEAS.

M1)

a) S.C.I. $r(A) = r(A') < n$, con la información dada no se puede definir pero $3 \leq gl \leq 11$

a) S.C.D. $r(A) = r(A') = 8 = n$; c) S.C.I. $gl=3$, $r(A) = r(A') = 8$

b) S.C.I. $r(A) = r(A') = 8 \rightarrow gl = 3$,

- d)** S.I. $r(A) = 8, r(A') = 9$; **e)** S.C.I. $gl=3, r(A) = r(A') = 8$

APLICACIONES

- c)** El sistema se balancea si $w_1 = 8t, w_2 = 2t, w_3 = 5t, w_4 = t, t \in \mathbf{R}_{>0}$
- b)** $(x_1, x_2, x_3, x_4) = (9, 15, 9, 15)$
- c)** $a = 1, b = -2, c = 3$
- d)** $a = -1, b = 1$
- e)** $i_1 = 77/47 A, i_2 = 48/47 A, i_3 = 29/47 A$
- f)** La solución más económica es 13 camiones Tipo A, 2 Tipo B y 4 Tipo C
- g)** $f(t) = e^{2t} - 2\sin(t)$ para $t \geq 0$