Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional Haedo
Departamento Ing. Electrónica
Electrónica Aplicada II

RESPUESTA EN FRECUENCIA
MÉTODO DE LAS
CONSTANTES DE TIEMPO

Condición de polo dominante para EC y BC
Análisis en alta y baja frecuencia
del emisor común, base común, colector común, cascode y fuente común.

PROFESOR: ING. HUGO APARICIO

J.T.P.: ING. ALEJANDRO POHL

REPUESTA EN FRECUENCIA

MÉTODO DE LAS CONSTANTES DE TIEMPO

Se trata de obtener tantos τ o ctes. de tiempo como capacitores haya en el en el circuito.

El método consiste en pasivar a los generadores independientes y analizar de un capacitor a la vez, obteniendo la R asociada en paralelo a él, para luego calcular la cte. de tiempo debida a dicho capacitor.

Los capacitores que no son analizados, se los considera como el efecto físico contrario que presentan a la frecuencia de análisis.

Para que el método de las ctes. de tiempo sea válido debe existir un polo dominante o sea no debe haber interacción de polos.

En baja frecuencia se tienen en cuenta los capacitores de acoplamiento y desacoplamiento del circuito.

Por ejemplo si trabajamos con una etapa emisor común, tenemos el capacitor de acoplamiento de entrada (C1), el capacitor de acoplamiento de salida (C2) y el capacitor de desacople de emisor (C_E).

Cada capacitor tendrá un resistor asociado en paralelo, R1 el resistor asociado en paralelo a C1, R2 el asociado en paralelo a C2 y R3 el asociado en paralelo a C_E .

Por lo tanto tenemos 3 constantes de tiempo:

$\tau 1 = C1.R1$ = cte. de tiempo debida a C1

$\tau 2 = C2.R2$ = cte. de tiempo debida a C2

$\tau 3 = C_E.R3$ = cte. de tiempo debida a C_E

En consecuencia en baja frecuencia tenemos 3 ω:

$\omega 1 = 1/\tau 1$ $\qquad$ $\omega 2 = 1/\tau 2$ $\qquad$ $\omega 3 = 1/\tau 3$

En alta frecuencia se tienen en cuenta las capacidades internas del transistor Ce, Cc, Ccs y las resistencias de extensión de base (rb) y la de extensión de colector (rc).

Ccs y rc solo se tienen en cuenta cuando se trabaja con transistores Integrados (por ejemplo los ctos. Integrados CA3086 y CA3096).

Por lo tanto en alta frecuencia también tendremos tantas ctes. de de tiempo y ω como capacidades internas del transistor se analicen.

En las hojas de datos del transistor hay gráficos de $Cc = f(V_{CB})$ y también de $Ce = f(V_{EB})$. Como $V_{EB} = -V_{BE}$ la juntura base-emisor está polarizada en inversa y el transistor no trabaja como amplificador.

Entonces obtenemos a $Ce = f(\omega_T)$, donde $\omega_T = 2.\pi.f_T$, siendo f_T la frecuencia de transición para la cual $\beta = hFE = 1$.

$$\boxed{\omega_T = \frac{gm}{Ce+Cc}} \qquad \text{como } Ce >> Cc \qquad \boxed{\omega_T \approx \frac{gm}{Ce}}$$

$$\boxed{Ce = \frac{gm}{\omega_T} = \frac{gm}{2.\pi.f_T} = f(I_{CQ}, f_T)}$$

De los manuales obtenemos:

$$\boxed{Cc\Big|_{V_{CB}=x} = y(pF)} \qquad \boxed{Ccs\Big|_{Vcs=w} = z(pF)}$$

Tipicamente se da para $V_{CB} = 3V$ y $Vcs = 3V$

Se los debe corregir a través de las siguientes ecuaciones:

(1) $$\boxed{Cc = \frac{Cco}{\sqrt[3]{1+\frac{V_{CB}}{0,7V}}}} \rightarrow (?)$$

(2) $$\boxed{Ccs = \frac{Ccso}{\sqrt[3]{1+\frac{Vcs}{0,7V}}}} \rightarrow (?)$$

Obtenidos los valores de Cc y Ccs de las hojas de datos, a través de las ecuaciones (1) y (2) se calculan los respectivos valores de Cco y Ccso.

Para el CA3086 $\boxed{\begin{array}{l} Cco = 0,58pF \\ Ccso = 2,8pF \end{array}}$

Vcs = esta conectado al sustrato al punto más negativo del circuito.
Para los transistores BC 547-8-9 Ccbo se da para V_{CB}= 10V y se obtiene del gráfico de $Cc = f(V_{CB})$

Con el método de las ctes. de tiempo podemos obtener el ω_{LOW} de las siguientes formas:

$$\boxed{\omega_{LOW} = \frac{1}{\tau_{TOTAL}} = \frac{1}{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3} \approx \frac{1}{\tau_3}} \quad (1)$$

$$\boxed{\omega_{LOW} = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_3}} \quad (2)$$

Aplicando la ecuación (1), si existe un polo dominante, en este caso $\tau_3 = f(C_E, R3)$, podemos aplicando el método de las ctes. de tiempo obtener $\omega_{LOW} \approx 1/\tau_3$, pero vemos que obtenemos un ω_{LOW} por defecto, o sea menor al verdadero.

Si aplicamos la ecuación (2), obtenemos un ω_{LOW} más cercano a la realidad y un poco mayor al verdadero.
Si se da como dato ω_{LOW} , mejor que sea superior a la que después se mida y no que el dato sea una ω_{LOW} menor a la medida.

Por lo tanto la ecuación (2) es la válida para calcular el ω_{LOW}

Para obtener el ω_{HIGH} a través de las ctes. de tiempo, podemos hacerlo también de las siguientes formas:

$$\boxed{\omega_{HIGH} = \omega_1 + \omega_2 = \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2}} \quad (1)$$

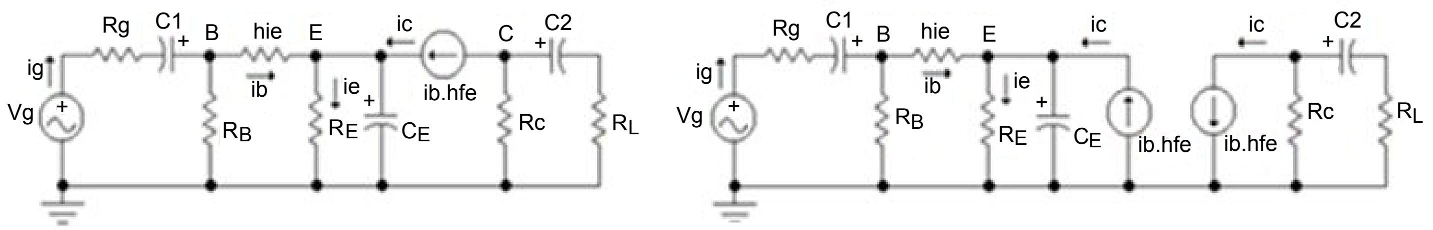
$$\boxed{\omega_{HIGH} = \frac{1}{\tau_{TOTAL}} = \frac{1}{\tau_1 + \tau_2}} \quad (2)$$

La forma válida es la (2) pues con la (1) obtenemos un ω_{HIGH} por exceso.

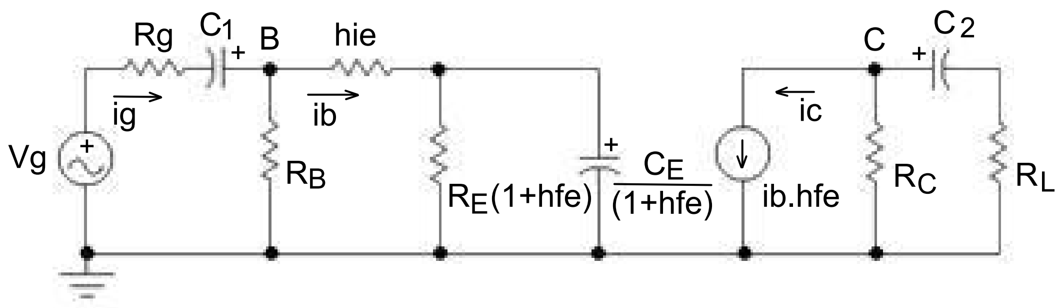
Condición para aplicar el método de las ctes. de tiempo en baja frecuencia para el EC y BC.

Como se dijo anteriormente, el método de las ctes. de tiempo es válido si existe un polo dominante y no hay interacción de polos.
Veamos la condición para que esto sea posible.

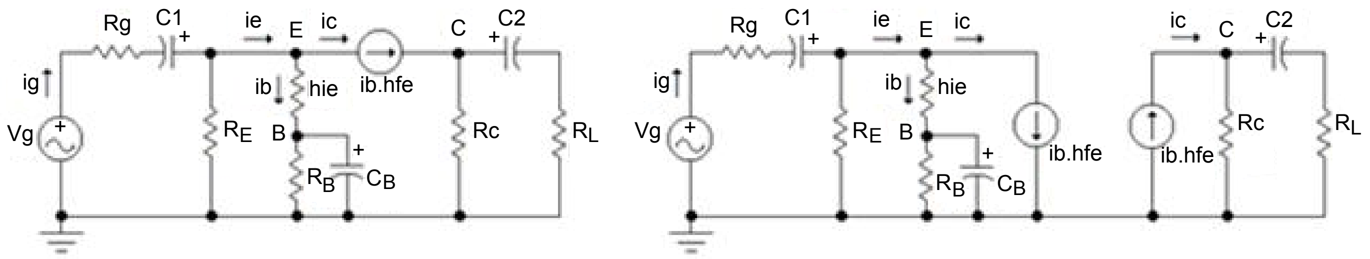
Emisor común en baja frecuencia.



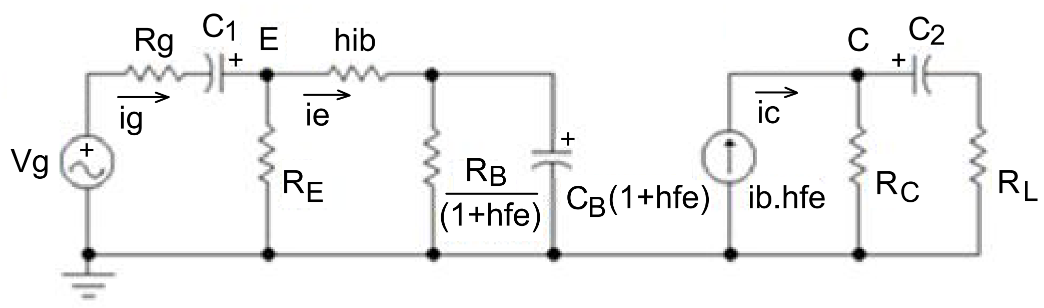
(1)



Base común en baja frecuencia.



(2)



Vemos que (1)=EC y (2)=BC poseen la misma estructura.
Vamos a demostrar que C_1 y C_E son independientes y cada uno posee un τ diferente. No consideramos a C_2 pues no interactua en la entrada. Del cto. (1) del EC obtenemos los resistores R_1 y R_3 asociados en paralelo con C_1 y C_E.

$$\tau_1 = C_1.R_1 = C_1.Ris = C_1.(Rg + R_B//hie)$$

$$\tau_3 = C_E.R_3 = C_E.(R_E//(hib + \frac{Rg//R_B}{1 + hfe}))$$

$$\omega_1 = 1/\tau_1 \qquad \omega_3 = 1/\tau_3 \qquad \omega_{LOW} = \omega_1 + \omega_3$$

Si aplicamos la teoría de los circuitos en el dominio de Laplace llegamos a la siguiente expresión de la ganancia en bajas frec.

$$\boxed{A_{LOW}(s) = \frac{Av \,.\, S\left(S + \dfrac{1}{C_E.R_E}\right)}{\underbrace{S^2}_{a_2=1} + S.\underbrace{\left(\dfrac{1}{C_1.R_1} + \dfrac{1}{C_E.R_3}\right)}_{a_1} + \underbrace{\dfrac{1}{C_1.C_E.R_1.R_E}}_{a_0}}} \quad (1)$$

Donde: $Av = Av$ a frecuencias medias

Para que esta ecuación sea equivalente a:

$$\boxed{Av_{LOW}(s) = Av \,.\, \frac{S}{(S - S_{LOW})}}$$

Debe cumplirse que tiene que haber un cero y un polo solamente, por lo tanto uno de los polos de (a) debe ser igual a S_{LOW} y una de las raíces del numerador tiene que estar cercana a cero para que se cancele con el otro polo del denominador.

Entonces si planteamos a un polinomio P(s) en sus raíces:

$$\begin{cases} P(s) = k.(S - Sa)(S - Sb) = k.(S^2 - S.Sb - S.Sa + Sa.Sb) \\ P(s) = a_2 S^2 + a_1 S + a_0 \\ P(s) = k.S^2 - k.(Sa + Sb).S + k.Sa.Sb \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_2 = k \\ a_1 = -k.(Sa + Sb) \\ a_0 = k.Sa.Sb \end{cases}$$

Por condición de polo dominante:

$$\boxed{Sb >> Sa}$$

Entonces:

$$a_1 = -k.Sb = -a_2.Sb$$

$$\frac{a_0}{a_1} = \frac{\cancel{k}.Sa.\cancel{Sb}}{-\cancel{k}.\cancel{Sb}} = -Sa$$

En baja frecuencia pesa el ω mayor o sea el τ menor.

Por lo tanto: $\boxed{Sb = -a_1 / a_2}$ $\boxed{Sa = -a_0 / a_1}$

Comparando con el denominador de la ecuación (1) en el dominio de Laplace:

$$\boxed{\underbrace{1}_{a_2}.S^2 + \underbrace{\left(\frac{1}{C_1.R_1} + \frac{1}{C_E.R_3}\right)}_{a_1}.S + \underbrace{\frac{1}{C_1.C_E.R_1.R_E}}_{a_0}}$$

Por lo tanto:

$$\boxed{Sb = -\frac{a_1}{a_2} = -\left(\frac{1}{C_1.R_1} + \frac{1}{C_E.R_3}\right) = -\left(\frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_3}\right) = -\underbrace{(\omega_1 + \omega_3)}_{\omega_{LOW}}}$$

$$\boxed{Sb = -\omega_{LOW}}$$

Como hay polo dominante, una de las raíces (Sb) es la sumatoria de los ω de la malla de entrada

$$Sa = -\frac{a_0}{a_1} = -\frac{\dfrac{1}{C_1.C_E.R_1.R_E}}{\dfrac{1}{C_1.R_1} + \dfrac{1}{C_E.R_3}} = -\frac{\dfrac{1}{\cancel{C_1}.\cancel{C_E}.\cancel{R_1}.R_E}}{\dfrac{C_E.R_3 + C_1.R_1}{\cancel{C_1}.\cancel{R_1}.\cancel{C_E}.R_3}}$$

$$\boxed{Sa = -\frac{1}{C_E.R_E + C_1.R_1\dfrac{R_E}{R_3}}}$$

Es la que está cercana a cero.

<u>En el circuito debe cumplirse lo siguiente</u>:

Si $\boxed{Sb >> Sa} \rightarrow \boxed{Sb \geqslant 10.Sa} \rightarrow \boxed{Sb/Sa \geqslant 10}$

$$\boxed{\frac{\dfrac{1}{C_1.R_1} + \dfrac{1}{C_E.R_3}}{\dfrac{1}{C_E.R_E + C_1.R_1\dfrac{R_E}{R_3}}} \geqslant 10}$$

$$\left(\frac{1}{C_1.R_1} + \frac{1}{C_E.R_3}\right)\left(C_E.R_E + C_1.R_1\frac{R_E}{R_3}\right) \geqslant 10$$

$$\frac{C_E.R_E}{C_1.R_1} + \frac{\cancel{C_E}.R_E}{\cancel{C_E}.R_3} + \frac{\cancel{C_1.R_1}.R_E}{\cancel{C_1.R_1}.R_3} + \frac{C_1.R_1.R_E}{C_E.R_3.R_3} \geqslant 10$$

$$\boxed{\frac{R_E}{R_3}\left[\frac{C_E.R_3}{C_1.R_1} + \frac{C_1.R_1}{C_E.R_3} + 2\right] \geqslant 10}$$

$$\boxed{\frac{R_E}{R_3}\left(x + 1/x + 2 \right) \geqslant 10} \qquad \text{Donde:} \quad x = \frac{C_E.R_3}{C_1.R_1}$$

Hallamos el mínimo valor de x que hace posible esa condición.
Para ello derivamos e igualamos a cero.

$$f(x) = x + 1/x + 2$$

$$f\,'(x) = 1 - 1/x^2 \rightarrow f\,'(x) = 0 \rightarrow x^2 = 1 \rightarrow \boxed{x = +/- 1}$$

La solución es $\boxed{x = 1}$ *pues para* $\boxed{x = -1} \rightarrow \boxed{f\,(x{=}-1) = 0}$

$$\boxed{f\,(x{=}1) = 4} \qquad \boxed{\frac{R_E}{R_3}\cdot 0 \ngeqslant 10}$$

<u>*Entonces:*</u> $\boxed{4.\frac{R_E}{R_3} \geqslant 10} \rightarrow \boxed{R_E/R_3 \geqslant 2{,}5}$

$$\boxed{R_3 = R_E // \left(hib + \frac{Rg//R_B}{1+hfe} \right)}$$

$$\boxed{\frac{R_E}{R_E // \left(hib + \frac{Rg//R_B}{1+hfe} \right)} \geqslant 2{,}5} \rightarrow \boxed{\frac{\cancel{R_E}.\left(R_E + hib + \frac{Rg//R_B}{1+hfe} \right)}{\cancel{R_E}.\left(hib + \frac{Rg//R_B}{1+hfe} \right)} \geqslant 2{,}5}$$

Multiplicamos numerador y denominador por (1+hfe):

$$\boxed{\frac{hie + Rg//R_B + R_E(1+hfe)}{hie + Rg//R_B} \geqslant 2{,}5}$$

Como hfe es alto (>100), para el EC se cumple esta condición.

<u>*Análogamente para el BC:*</u>

$$\boxed{\frac{hib + Rg//R_E + \frac{R_B}{(1+hfe)}}{hib + Rg//R_E} \geqslant 2{,}5}$$

Vemos que para obtener una respuesta en baja frecuencia aceptable, en el EC el hfe debe ser alto y para el BC debe ser bajo.

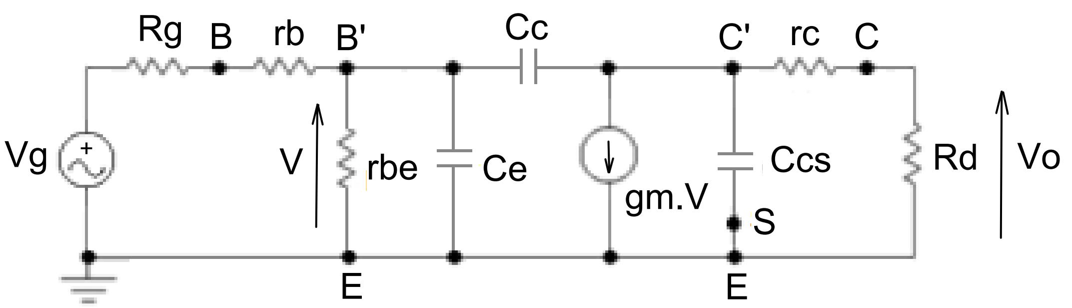
Condición para aplicar el método de las ctes. de tiempo en alta frecuencia para el EC.

Aplicando el método de las ctes. de tiempo, si existe polo dominante se cumple que:

$$\boxed{\omega_{HIGH} = \frac{1}{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3} = \frac{1}{\tau_{TOTAL}}}$$

Vamos a demostrarlo, utilizamos el modelo equivalente del EC para altas frecuencias (Giacoletto)

Ccs y rc solo para TR integrados.



Si aplicamos las técnicas de teoría de los circuitos obtenemos en el dominio de Laplace la expresión de la ganancia del EC para altas frecuencias.

$$\boxed{A_{HIGH} = \frac{-\dfrac{R_T Rd}{R_1}\,(gm - Cc.S)}{\underbrace{1}_{a_0} + S.(\underbrace{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3}_{a_1}) + S^2 \underbrace{C R_T R'd}_{a_2}}} \quad (2)$$

Donde:

$R1 = Rg+rb$

$R_T = rbe//R1$

$R'd = rc+Rd$

En el numerador existe una impedancia de transición (zo) que será un cero de la función donde:

$$gm - Cc.S = 0 \longrightarrow \boxed{zo = \frac{gm}{Cc}}$$

Si tenemos en cuenta que: $\boxed{\omega_{T(\beta=1)} = \dfrac{gm}{Ce+Cc}} \longrightarrow \boxed{zo > \omega_T}$

De la expresión (1) tenemos:

$\boxed{C = Ce.Cc + Ce.Ccs + Cc.Ccs}$ *No es una capacidad normal sino cuadrática.*

$R_1 = Rg + rb$ $\quad\boxed{\tau_1 = Ce.R_T}$

$R_T = rbe//R_1$ $\quad\boxed{\tau_2 = Cc.Rx}$ $\quad Rx = (1+gm.R'd + R'd/R_T)R_T$

$R'd = rc + Rd$ $\quad\boxed{\tau_3 = Ccs.R'd}$

Si recordamos que:

$$\boxed{\omega_{HIGH} = \frac{1}{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3} = \frac{1}{\tau_{TOTAL}}}$$

<u>Donde</u>:

$$\boxed{\tau_T = Ce.R_T + Cc.R_T.(1 + gm.R'd + R'd/R_T) + Ccs.R'd}$$

Para que exista un polo dominante marcado por $S.(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)$ necesitamos la <u>condición de polo dominante</u>.

Dado un polinomio: $P(s) = a_2 S^2 + a_1 S + a_0$

Y sus raíces:

$$\left[\begin{array}{l} P(s) = k.(S - S_1).(S - S_2) \\ P(s) = k.(S^2 - S.S_1 - S.S_2 + S_1.S_2) \end{array}\right.$$

Tenemos que:

$$\boxed{a_2 S^2 + a_1 S + a_0 = k.S^2 - k.(S_1 + S_2).S + k.S_1.S_2}$$

$$\left[\begin{array}{l} a_2 = k \\ a_1 = -k.(S_1 + S_2) \\ a_0 = k.S_1.S_2 \end{array}\right.$$

Pero si: $\boxed{S_1 << S_2}$

<u>Polo dominante</u>

En alta frecuencia pesa el ω menor o sea el τ mayor

$$a_1 = -k.S_2 = -a_2.S_2 \longrightarrow \boxed{S_2 = -a_1/a_2}$$

Comparando con el denominador de la ecuación (2) en el dominio de Laplace:

$$\boxed{S_2 = -\frac{(\tau_1 + \tau_2 + \tau_3)}{C.R_T.R'd}}$$

Si dividimos a a_0 por a_1 nos queda:

$$\frac{a_0}{a_1} = \frac{\cancel{k}.S_1.S_2}{-\cancel{k}.(S_1 + S_2)}$$

Pero si $S_1 << S_2$: $\boxed{\frac{a_0}{a_1} = -\frac{S_1.\cancel{S_2}}{\cancel{S_2}} = -S_1}$

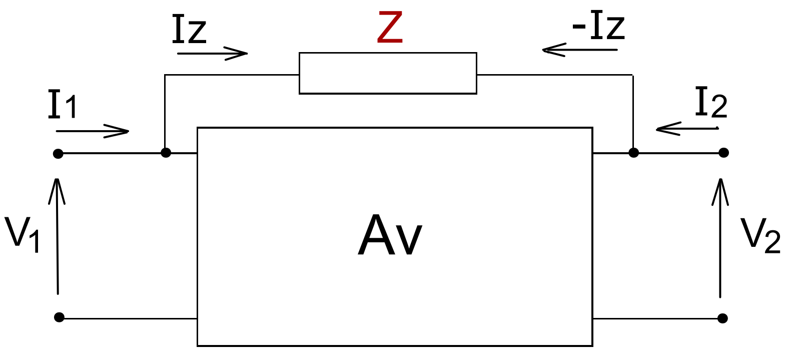
Comparando con el denominador de la ecuación (2) en el dominio de Laplace:

$$\boxed{S_1 = -\frac{1}{\tau_1 + \tau_2 + \tau_3}}$$

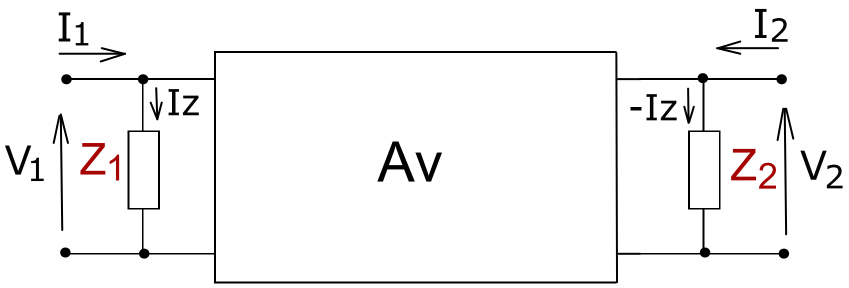
Teorema de Miller

Este teorema se aplica a un circuito realimentado para obtener un circuito a lazo abierto equivalente a este.
Para poder aplicar el teorema, se debe conocer la ganancia de tensión del circuito a lazo abierto y la impedancia de realimentación debe estar conectada entre los bornes de entrada y salida de este.
Aplicando el teorema de Miller obtenemos 2 circuitos equivalentes como se indica a continuación:

(1) Circuito realimentado



(2) Circuito a lazo abierto



En el circuito (1) tenemos:

$$\boxed{\mathrm{Iz} = \frac{V1-V2}{Z}} \qquad \boxed{-\mathrm{Iz} = \frac{V2-V1}{Z}}$$

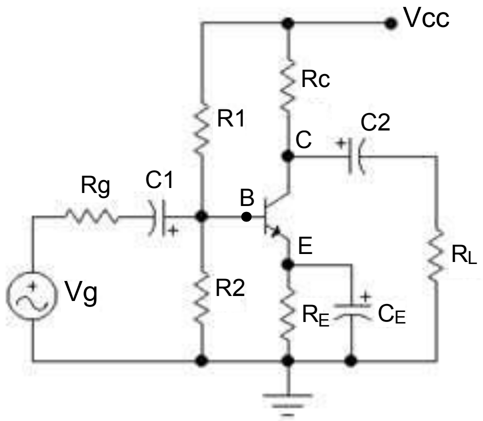
En el circuito (2) tenemos:

$$Z1 = \frac{V1}{Iz} = \frac{V1}{\frac{V1-V2}{Z}} = \frac{Z}{\frac{V1-V2}{V1}} = \frac{Z}{1-\frac{V2}{V1}} = \frac{Z}{1-Av} \qquad \boxed{Z1 = \frac{Z}{1-Av}}$$

$$Z2 = \frac{V2}{-Iz} = \frac{V2}{\frac{V2-V1}{Z}} = \frac{Z}{\frac{V2-V1}{V2}} = \frac{Z}{1-\frac{V1}{V2}} = \frac{Z}{1-\frac{1}{Av}} \qquad \boxed{Z2 = \frac{Z}{1-\frac{1}{Av}}}$$

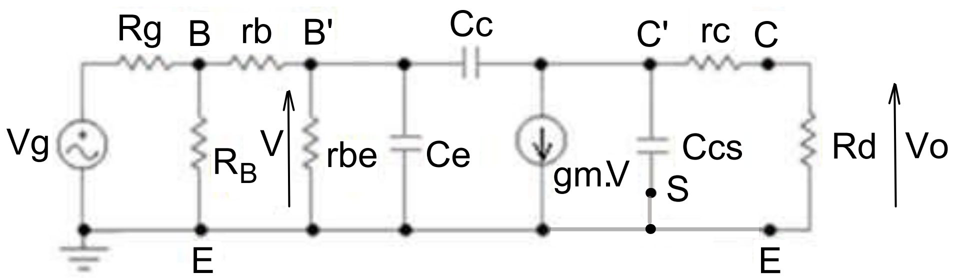
Respuesta en frecuencia EC.

Circuito.



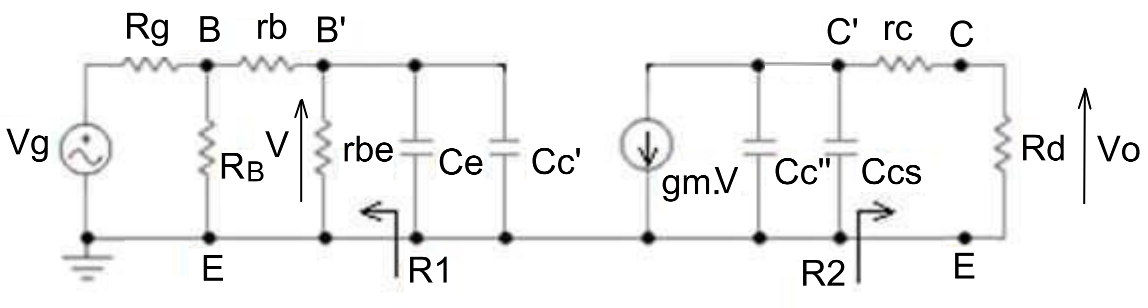
Análisis en alta frecuencia.

Circuito dinámico con modelo equivalente del transistor para alta frecuencia.



Despreciamos 1/hoe, rc y Ccs solo para transistores integrados.

Aplicando el teorema de Miller a Cc obtenemos el siguiente circuito:



Donde: $\boxed{Cc' = Cc.(1+gm.Rd) \qquad Cc'' = Cc.(1+1/gm.Rd) \qquad Ce = gm/\omega_T}$

$Ce + Cc' = C1$ = capacidad de la ME $\qquad Cc'' + Ccs = C2$ = capacidad de la MS

$\boxed{R1 = (Rg//R_B+rb)//rbe}$ $\qquad$ $\boxed{R2 = rc + Rd}$

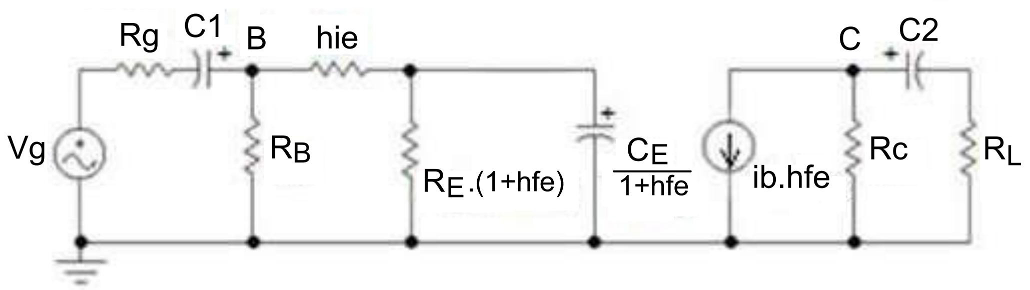
$\tau 1 = f$ (ME) $\qquad \tau 1 = C1.R1$ $\qquad \tau 2 = f$ (MS) $\qquad \tau 2 = C2.R2$

$\boxed{\omega_{HIGH} = 1/\tau_{TOTAL} = 1/(\tau 1 + \tau 2) \qquad \text{Como } \tau 1 >> \tau 2 \qquad \omega_{HIGH} \approx 1/\tau 1}$

En el EC quien determina y limita la respuesta en alta frecuencia es la ME.

Análisis en baja frecuencia.

Circuito dinámico con modelo equivalente del transistor para baja frecuencia.



Existen 3 constantes de tiempo:

$\tau 1 = C1.R1 = C1.(Rg+(R_B//hie)) = C1.Ris$

$\tau 2 = C2.R2 = C2.(Rc+R_L)$

$\tau 3 = C_E.R3 = C_E.\left(R_E//((hie+R_B//Rg)/(1+hfe))\right) \approx C_E.hib$

Como la resistencia que ve asociada C_E en paralelo es pequeña (del orden de los ohms) tenemos que:

$$\boxed{\tau 3 << (\tau 1 \text{ y } \tau 2) \quad \rightarrow \quad \omega 3=1/\tau 3 >> (\omega 1=1/\tau 1 \text{ y } \omega 2=1/\tau 2)}$$

Por lo tanto tenemos que colocar un C_E de valor elevado (cientos de microfaradios) para compensar el bajo valor de R3 y aumentar el valor de $\tau 3$ para obtener una buena frecuencia de corte inferior f_{LOW}.

$\boxed{C_E >> C1 \text{ y } C2}$ *C_E fija el polo dominante en baja frecuencia en el EC.*

En diseño se adopta:

$$\boxed{\tau 1 = \tau 2 = 10.\tau 3 \quad \rightarrow \quad \omega_1 = \omega_2 = \omega_3/10 \quad \text{Por lo tanto } \omega_3 = 1/\tau 3 \text{ será el polo dominante}}$$

$$\boxed{\omega_{LOW} = 1/\tau 1 + 1/\tau 2 + 1/\tau 3 = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 \approx \omega_3}$$

Ejemplo: *Si $f_{LOW} = 50Hz$*

$\omega 3 = 6{,}28rad.50Hz = 314rad/s = 1/(C_E.R3) \approx 1/(C_E.hib)$

$$\boxed{C_E = \frac{1}{6{,}28rad.fLOW.hib} = \frac{1}{(314rad/s).hib}}$$

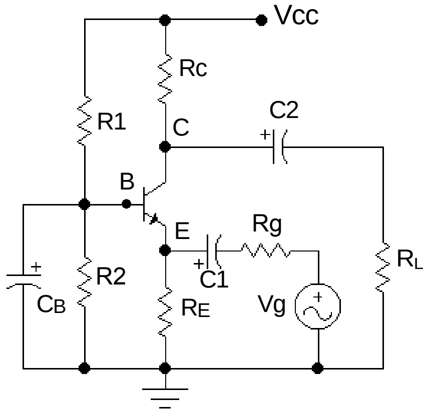
Luego:

$$\boxed{C1 = \frac{10}{6{,}28rad.fLOW.Ris} = \frac{10}{(314rad/s).Ris}}$$

$$\boxed{C2 = \frac{10}{6{,}28rad.fLOW.(Rc+RL)} = \frac{10}{(314rad/s).(Rc+RL)}}$$

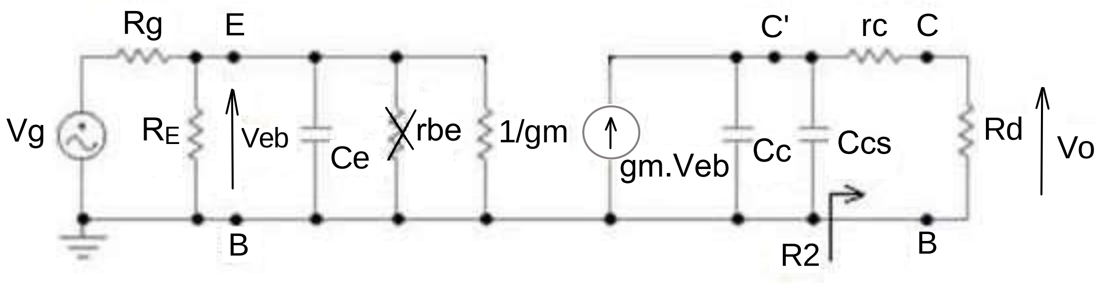
Respuesta en frecuencia BC.

Circuito



Análisis en alta frecuencia.

Circuito dinámico con modelo equivalente del transistor para alta frecuencia.



Despreciamos 1/hob, rc y Ccs solo para transistores integrados.

En la ME tenemos rbe ≈ hie en paralelo con 1/gm = hib.
Como rbe >> hib, lo despreciamos y solo consideramos hib.

Existen por lo tanto dos constantes de tiempo, $\tau 1$= f (ME) y $\tau 2$= f (MS).

$$\boxed{\tau 1 = Ce.(hib//R_E//Rg) \approx Ce.hib}$$

Como: $\omega_T \approx gm/Ce = 1/(Ce.hib) \rightarrow$ $\boxed{\omega_1 = f\ (ME) = 1/\tau 1 > \omega_T}$

$\boxed{\tau 2 = (Cc+Ccs).(rc+Rd)}$ Para transistores integrados.

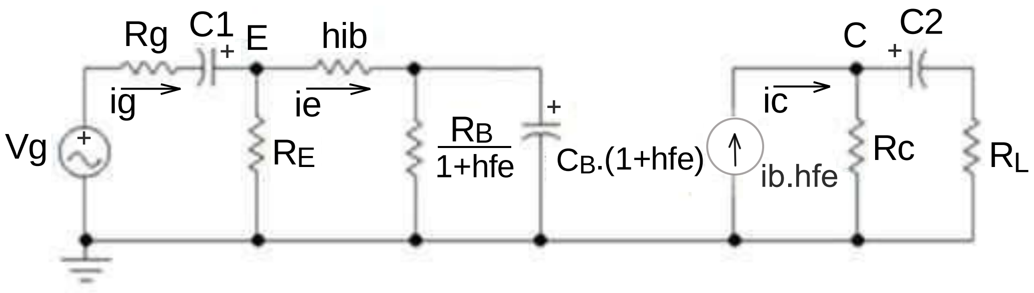
$\boxed{\tau 2 = Cc.Rd}$ Para transistores discretos.

$$\boxed{\omega_{HIGH} = 1/\tau_{TOTAL} = 1/(\tau 1 + \tau 2) \qquad \text{Como } \tau 1 << \tau 2 \qquad \omega_{HIGH} \approx 1/\tau 2}$$

Como la constante de tiempo $\tau 1$ de la ME es muy pequeña y el $\omega 1$ que determina está por encima de la frecuencia de transición, en el BC quién limita la respuesta en alta frecuencia es la MS.

Análisis en baja frecuencia.

Circuito dinámico con modelo equivalente del transistor para baja frecuencia.



Existen 3 constantes de tiempo:

$$\tau 1 = C1.R1 = C1.(Rg+R_E//hib) = C1.Ris$$

$$\tau 2 = C2.R2 = C2.(Rc+R_L)$$

$$\tau 3 = C_B.R3 = C_B.\left(R_B//((hib+R_E//Rg).(1+hfe))\right)$$

Como la resistencia asociada en paralelo a C1 es menor que las resistencias asociadas en paralelo a C2 y C_B, tenemos que:

$$\boxed{\tau 1 << (\tau 2 \text{ y } \tau 3) \quad \rightarrow \quad \omega 1=1/\tau 1 >> (\omega 2=1/\tau 2 \text{ y } \omega 3=1/\tau 3)}$$

Por lo tanto C1 >> (C2 y C_B) para así aumentar el valor de $\tau 1$ que determina el polo dominante y obtener una buena frecuencia de corte inferior f_{LOW}.

C1 será el mayor de los capacitores y es quién domina la respuesta en baja frecuencia.
Como en el EC, el capacitor asociado al terminal E del transistor fija el polo dominante.

$\boxed{C1 >> C2 \text{ y } C_B}$ *C1 fija el polo dominante en baja frecuencia en el BC.*

En diseño se adopta:

$$\boxed{\tau 2 = \tau 3 = 10.\tau 1 \quad \rightarrow \quad \omega_2 = \omega_3 = \omega_1/10 \quad \text{Por lo tanto } \omega_1 = 1/\tau 1 \text{ será el polo dominante}}$$

$$\boxed{\omega_{LOW} = 1/\tau 1 + 1/\tau 2 + 1/\tau 3 = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 \approx \omega_1}$$

Ejemplo: *Si $f_{LOW} = 50Hz$*

$$\omega_1 = 6{,}28rad.50Hz = 314rad/s = 1/(C1.R1) \approx 1/(C1.Ris)$$

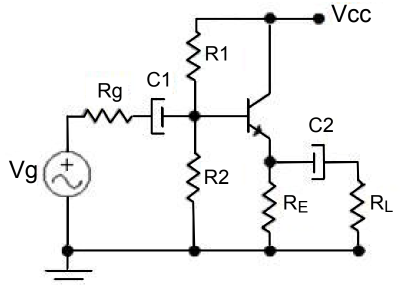
$$\boxed{C1 = \frac{1}{6{,}28rad.fLOW.Ris} = \frac{1}{(314rad/s).Ris}}$$

Luego:

$$\boxed{C2 = \frac{10}{6{,}28rad.fLOW.(Rc+RL)} = \frac{10}{(314rad/s).(Rc+RL)}}$$

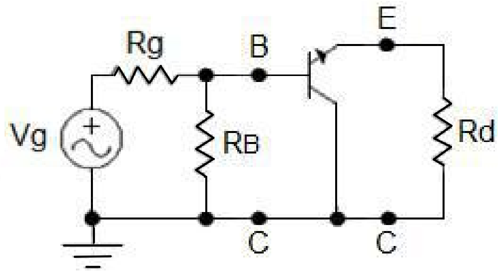
$$\boxed{C_B = \frac{10}{6{,}28rad.fLOW.R3} = \frac{10}{(314rad/s).R3}}$$

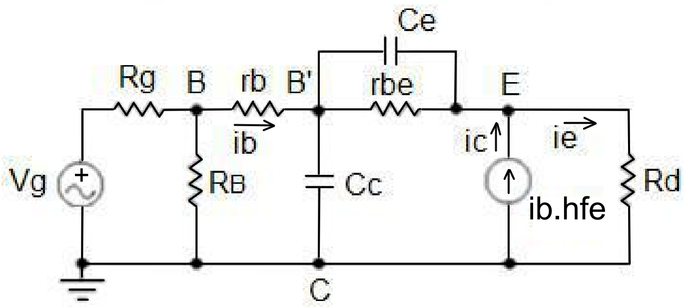
Respuesta en frecuencia colector común discreto



Al capacitor Ce no se le puede aplicar el teorema de Miller porque Av=1

Análisis en alta frecuencia.

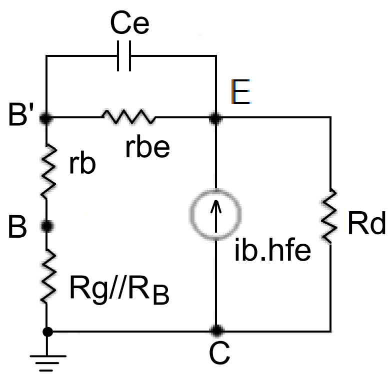


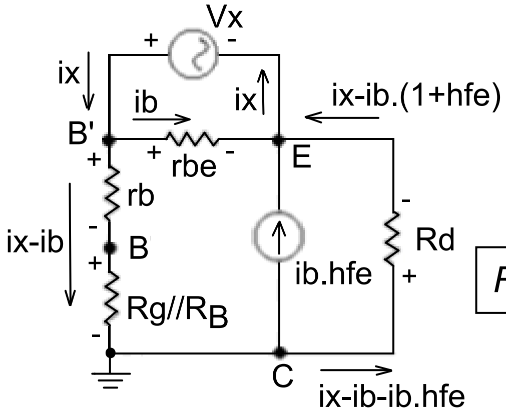


$$\tau_1 = Cc.R_{Cc} \qquad \tau_2 = Ce.R_{Ce}$$

a) Análisis de Ce:

Colocamos un generador Vx en lugar de Ce.





$$R_{Ce} = Rx = Vx/ix = ?$$

$$Vx = ib.rbe = (ix-ib).(rb+Rg//R_B) + (ix-ib.(1+hfe)).Rd$$

$$ib.rbe = ix.(rb+Rg//R_B) - ib.(rb+Rg//R_B) + ix.Rd - ib.Rd.(1+hfe)$$

$$ib.(rbe+rb+Rg//R_B+Rd.(1+hfe)) = ix.(rb+Rg//R_B+Rd)$$

$$ix = ib.\frac{(rbe+rb+Rg//R_B+Rd.(1+hfe))}{rb+Rg//R_B+Rd}$$

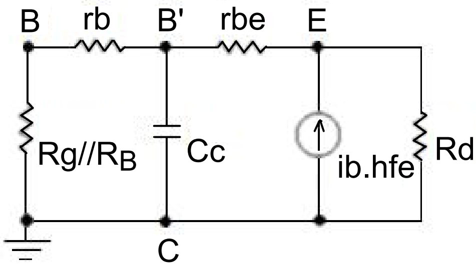
$$Rx = R_{Ce} = Vx/ix = \frac{\cancel{ib}.rbe.(rb+Rg//R_B+Rd)}{\cancel{ib}.(rbe+rb+Rg//R_B+Rd.(1+hfe))}$$

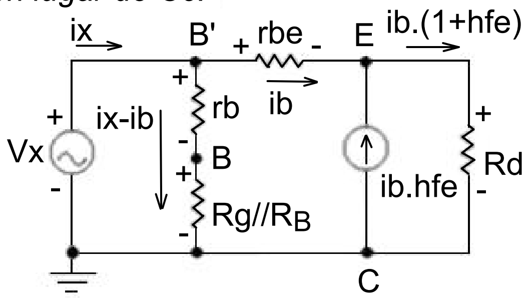
$$\boxed{R_{Ce} = \frac{rbe.(rb+Rg//R_B+Rd)}{rbe+rb+Rg//R_B+Rd.(1+hfe)}}$$

$$\boxed{\tau_2 = Ce.R_{Ce}}$$

b) Análisis de Cc:

Colocamos un generador Vx en lugar de Cc.





$$\boxed{R_{Cc} = Rx = Vx/ix}$$

$$Vx = (ix-ib).(rb+Rg//R_B) = ib.(rbe+Rd.(1+hfe))$$

$$ix = ib\,\frac{(rbe+Rd.(1+hfe))}{rb+Rg//R_B} + ib = ib.\left(\frac{rbe+Rd.(1+hfe)}{rb+Rg//R_B} + 1\right)$$

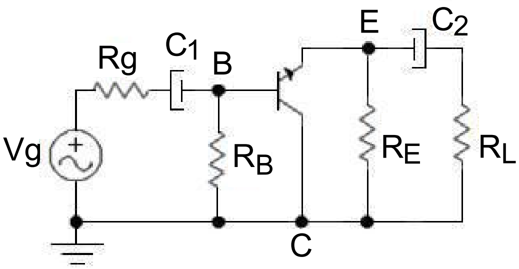
$$ix = ib\left(\frac{rbe+Rd.(1+hfe)+rb+Rg//R_B}{rb+Rg//R_B}\right)$$

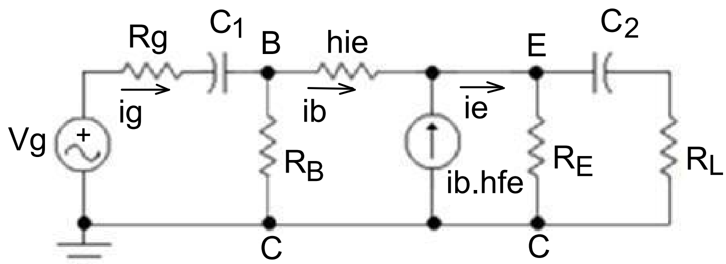
$$Rx = R_{Cc} = \frac{Vx}{ix} = \frac{\cancel{ib}.(rbe+Rd.(1+hfe)).(rb+Rg//R_B)}{\cancel{ib}.(rbe+Rd.(1+hfe)+rb+Rg//R_B)}$$

$$\boxed{R_{Cc} = (rb+Rg//R_B)//(rbe+Rd.(1+hfe))} \qquad \boxed{\tau_1 = Cc.R_{Cc}}$$

$$\boxed{\tau_1 = Cc.R_{Cc} \qquad \tau_2 = Ce.R_{Ce}} \qquad \boxed{\text{Como } Ce > Cc \rightarrow \tau_2 > \tau_1 \rightarrow \omega_2 < \omega_1} \qquad \tau_2 = \text{polo dominante}$$

Análisis en baja frecuencia.





$$\tau_1 = C_1.R_1 = C_1.Ris = C_1.(Rg+R_B//Ri)$$

$$\tau_2 = C_2.R_2 = C_2.\left(\frac{Rg//R_B+hie}{1+hfe}\right)//R_E+R_L$$

$$\boxed{R_1 > R_2 \rightarrow \tau_1 > \tau_2}$$ — Polo dominante

En diseño se adopta:

$$C2 = \frac{1}{6{,}28rad.f_{LOW}.R2}$$

$$C1 = \frac{10}{6{,}28rad.f_{LOW}.R1}$$

Si el colector común es integrado (CA3086), en alta frecuencia se deben tener en cuenta rc y Ccs. La resistencia asociada a Ce no se modifica, la resistencia asociada a Cc es la siguiente:

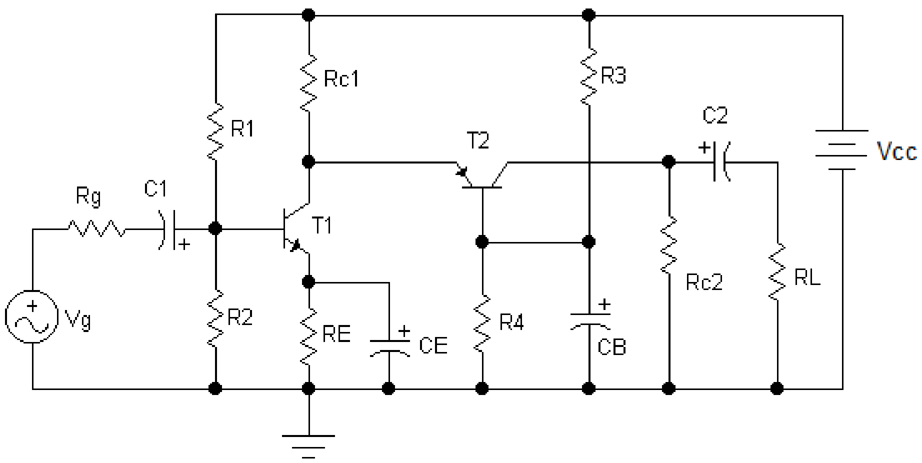
$$\boxed{R_{Cc} = \frac{(rbe+Rd.(1+hfe)+rc.hfe).(rb+Rg//R_B)}{rbe+Rd.(1+hfe)+rb+Rg//R_B} + rc}$$

En este caso existen 3 ctes. de tiempo:

$$\boxed{\tau_1 = Cc.R_{Cc} \qquad \tau_2 = Ce.R_{Ce} \qquad \tau_3 = Ccs.rc}$$

Como vimos en el EC la ME limita la respuesta en alta frecuencia.
Esto es debido a la capacidad Cc de la juntura B-C, la cual por efecto Miller se refleja a la ME aumentada (1+gm.Rd) veces, denominando a la misma Cc'.
Luego esta Cc' sumada a la Ce hace que la ME presente una alta capacidad, la que produce un elevado τ que limita la respuesta en alta frecuencia.
Para solucionar este inconveniente y aumentar la respuesta en alta frecuencia del EC se utiliza el circuito denominado CASCODE.

Respuesta en frecuencia del cascode.



El circuito está compuesto por un EC seguido de un BC que están acoplados en DC.
Para que el circuito cumpla su propósito ambas etapas deben tener la misma I_{CQ}.
La ganancia de tensión Av=Ava del EC y BC son iguales, si ambos tienen el mismo punto Q y la misma Rd.

La ganancia de tensión del EC es la siguiente:

$$\boxed{|Av=Ava| = gm_1.Rd_1 \quad \text{siendo} \quad Rd_1 = Rc_1//hib_2 \approx hib_2 = 1/gm_2}$$

Como $I_{CQ1}=I_{CQ2}$, entonces $gm_1=gm_2=gm$, en consecuencia tenemos que:

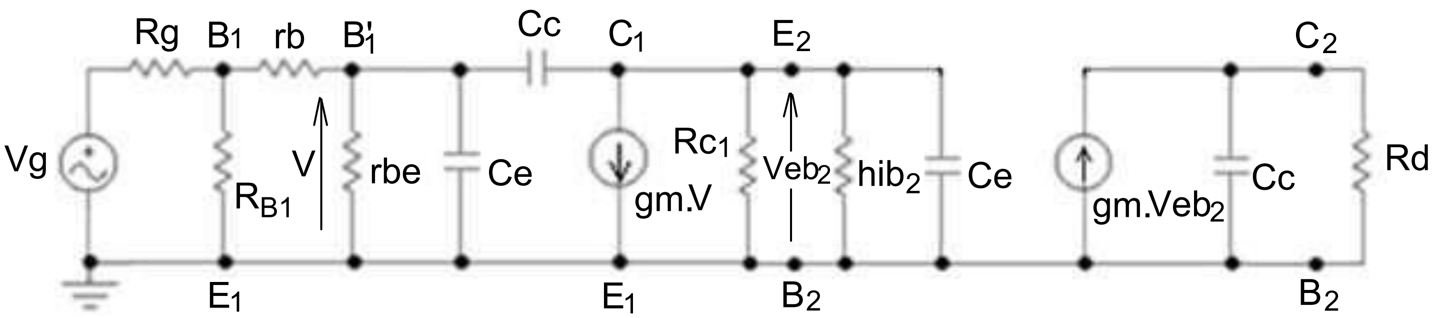
La ganancia de tensión del EC es: $\boxed{|Av=Ava| = gm.Rd_1 = gm.(1/gm) = 1}$

La ganancia de tensión del BC es: $\boxed{Av=Ava = gm.Rd_2 = gm.(Rc_2//R_L) >> 1}$

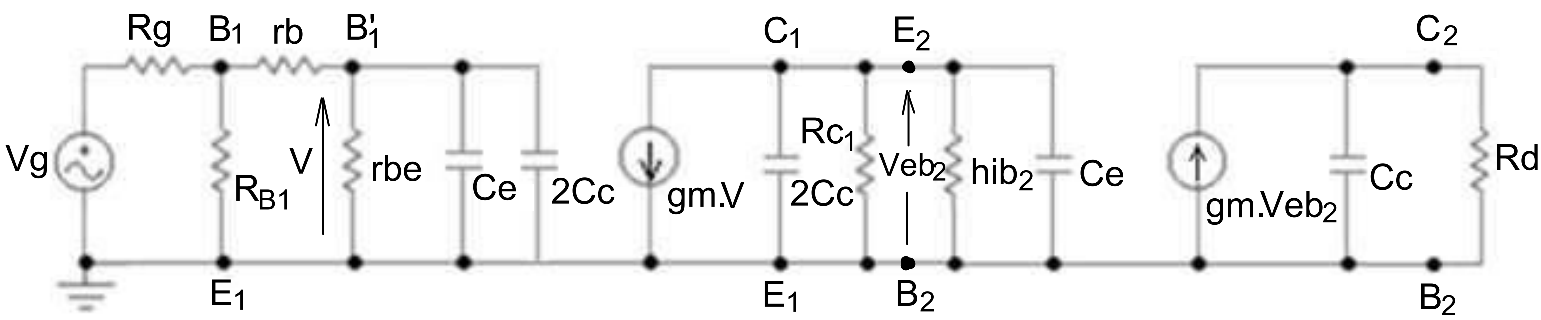
Como la ganancia del EC es unitaria, por efecto Miller, la capacidad Cc de la juntura B-C se refleja a la ME multiplicada por $(1+gm.Rd_1)=2$ y no como sucedía anteriormente donde $(1+gm.Rd_1)$ podía valer de decenas a cientos de veces, si la Rd_1 sería $Rc_2//R_L$.
Esto hace que la capacidad resultante de la ME del EC sea mucho menor, disminuyendo considerablemente el τ determinado por la misma, produciendo el aumento de la respuesta en alta frecuencia del EC.
Por otro lado, como la Rd del BC es la misma que tendría el EC siendo una monoetapa (sin el BC), con el cascode hemos aumentado la frecuencia de corte superior del EC con la misma ganancia como si estuviera el EC solo.

Análisis en alta frecuencia.

Circuito dinámico con modelo equivalente del transistor para alta frecuencia.



Despreciamos 1/hoe1 y 1/hob2.
Aplicamos el teorema de Miller a Cc del EC y obtenemos el siguiente circuito:



Siendo: $C1 = Ce + 2Cc$ = capacidad de la ME del EC

$C2 = 2Cc + Ce$ = capacidad de la MS del EC y ME del BC

$C3 = Cc$ = capacidad de la MS del BC

Existen 3τ: $\tau 1 = f(C1)$ $\tau 2 = f(C2)$ $\tau 3 = f(C3)$

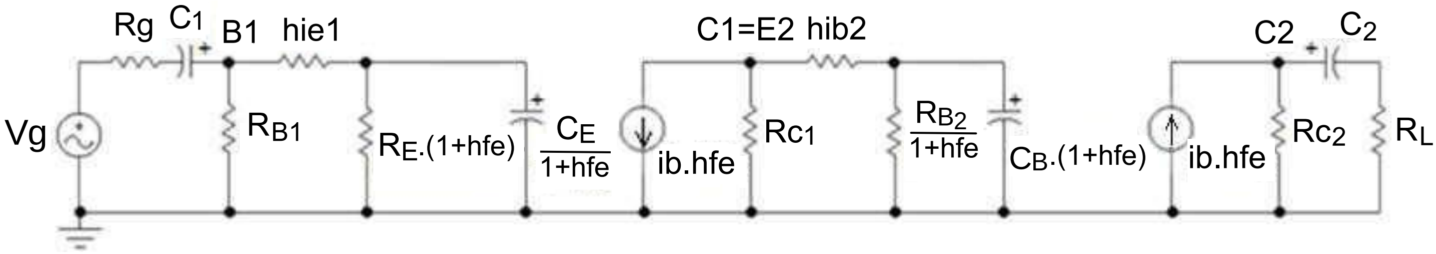
$$\boxed{\tau 1 = C1.(rbe//(rb+(Rg//R_B)) = (Ce+2Cc).(rbe//(rb+(Rg//R_B))}$$

$$\boxed{\tau 2 = C2.(Rc_1//hib_2) \approx (Ce+2Cc).hib_2} \qquad \boxed{\tau 3 = Cc.Rd}$$

$$\boxed{\omega_{HIGH} = 1/\tau_{TOTAL} = 1/(\tau 1 + \tau 2 + \tau 3)}$$

Análisis en baja frecuencia.

Circuito dinámico con modelo equivalente del transistor para baja frecuencia.



Existen 4τ: $\tau 1 = C1.R1$ $\tau 2 = C2.R2$

$\tau 3 = C_E.R3$ $\tau 4 = C_B.R4$

$$\tau 1 = C1.R1 = C1.Ris = C1.\left(Rg+(R_{B1}//hie_1)\right)$$

$$\tau 2 = C2.R2 = C2.(Rc_2+R_L)$$

$$\tau 3 = C_E.R3 = C_E.\left(R_E//\left((hie_1+Rg//R_{B1})/(1+hfe)\right)\right) \approx C_E.hib_1$$

$$\tau 4 = C_B.R4 = C_B.\left(R_{B2}//\left((hib_2+Rc_1).(1+hfe)\right)\right)$$

$$\boxed{\text{Como } \quad \tau 3 < (\tau 1, \tau 2 \text{ y } \tau 4) \rightarrow C_E \text{ fija el polo dominante}}$$

En diseño se adopta:

$$\tau 1 = \tau 2 = \tau 4 = 10.\tau 3 \rightarrow \omega_1 = \omega_2 = \omega_4 = \omega_3/10 \rightarrow \omega_3 = 1/\tau 3 \text{ es el polo dominante}$$

$$\omega_{LOW} = \omega_1 + \omega_2 + \omega_3 + \omega_4 \approx \omega_3$$

Ejemplo: *Si* $f_{LOW} = 50Hz$

$$\omega_3 = 6{,}28rad.50Hz = 314rad/s = 1/(C_E.R3) \approx 1/(C_E.hib1)$$

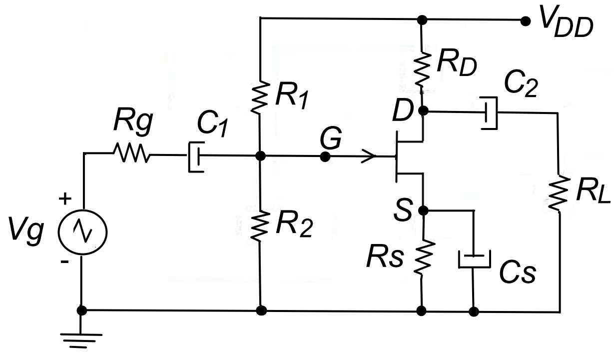
$$CE = \frac{1}{6{,}28rad.fLOW.hib1} = \frac{1}{(314rad/s).hib1}$$

$$C1 = \frac{10}{6{,}28rad.fLOW.Ris} = \frac{10}{(314rad/s).Ris}$$

$$C2 = \frac{10}{6{,}28rad.fLOW.(Rc2+RL)} = \frac{10}{(314rad/s).(Rc2+RL)}$$

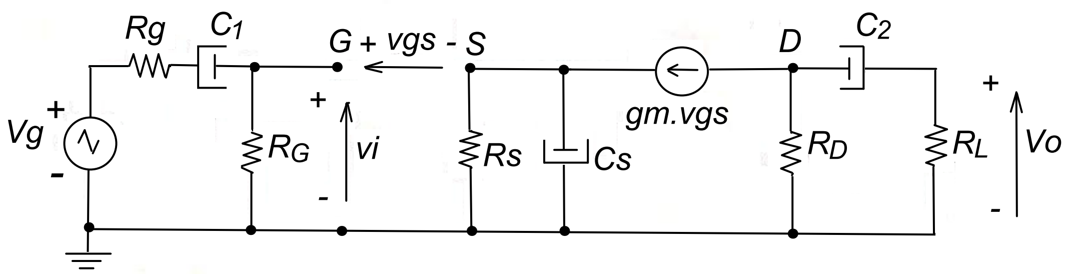
$$CB = \frac{10}{6{,}28rad.fLOW.R4} = \frac{10}{(314rad/s).R4}$$

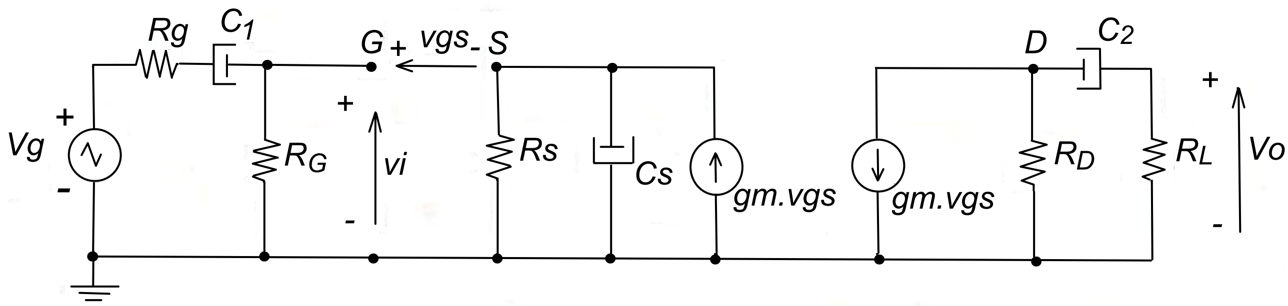
Respuesta en frecuencia SC (fuente común).



Análisis en baja frecuencia.

Modelo equivalente para baja frecuencia.

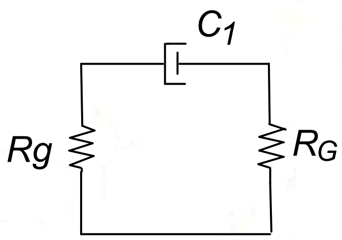




Aplicamos el método de las ctes. de tiempo.

a) Análisis de C_1

Al considerar a Cs un corto circuito, el terminal S queda a masa y el generador de corriente controlado queda entre masa y masa, por lo tanto las resistencias asociadas a C_1 son:

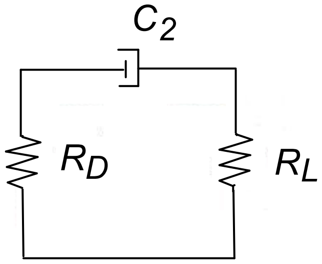


$$\tau_1 = C_1 . R_{is}$$

$$\tau_1 = C_1 .(R_g + R_G)$$

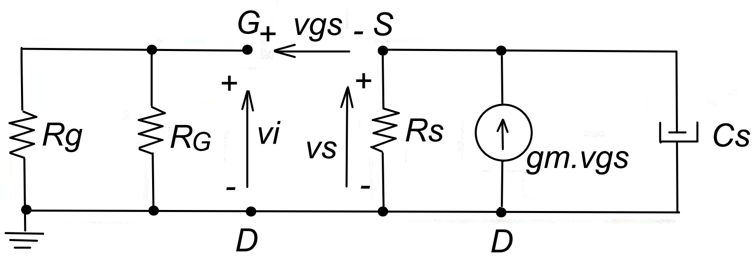
b) Análisis de C_2

Igual que en el caso anterior al considerar a Cs un corto circuito, el generador de corriente controlado queda entre masa y masa, o sea deja de estar controlado, por lo tanto:



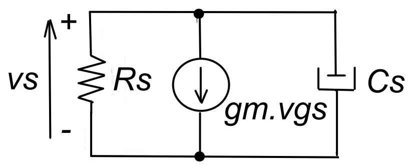
$$\boxed{\tau_2 = C_2 . (R_D + R_L)}$$

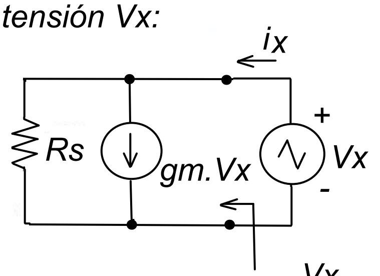
c) Análisis de Cs



Al ser $vgs = vi - vs$ como $vi = 0V \rightarrow \boxed{vgs = -vs}$

Reemplazamos a Cs por un generador de tensión Vx:





$$Rx = \frac{Vx}{i_x} = Rs//1/gm$$

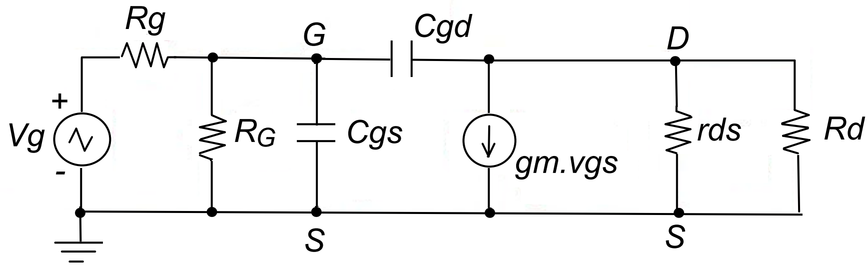
$$\boxed{\begin{aligned} \tau_1 &= C_1 . Ris = C_1 .(Rg+R_G) \\ \tau_2 &= C_2 . (R_D+R_L) \\ \tau_3 &= Cs. (Rs//1/gm) \end{aligned}}$$

Como Cs es el capacitor que ve la menor resistencia, entonces τ_3 es el menor y por lo tanto ω_3 el mayor y es el polo dominante.

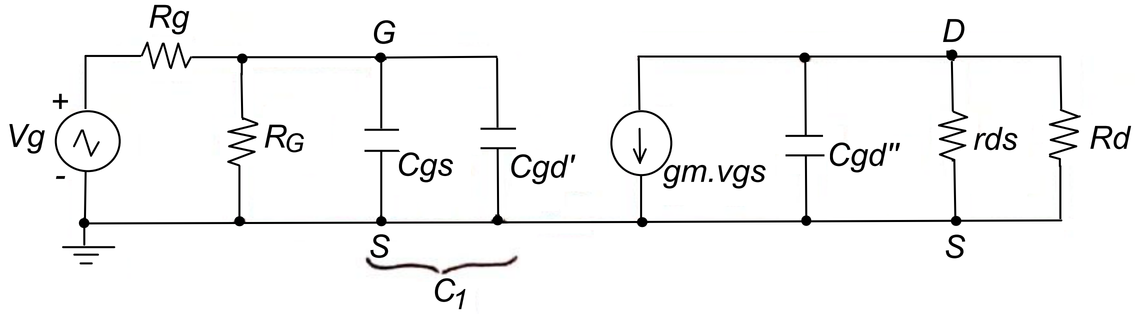
Para tener una buena respuesta en bajas frecuencias y compensar la baja resistencia que ve Cs, se deberá colocar un elevado valor de Cs para que aumente τ_3 y que disminuya ω_3.

Análisis en alta frecuencia.

Modelo equivalente para alta frecuencia.



Aplicamos el teorema de Miller a Cgd:



$$cgd' = cgd.(1 - Av) \qquad cgd'' = cgd.(1 - 1/Av)$$

$$cgd' = cgd.(1 + gm.Rd) \qquad cgd'' = cgd.(1 + 1/(gm.Rd))$$

$$C_1 = Cgs + cgd' = cgs + cgd.(1+ gm.Rd)$$

$$\boxed{\tau_1 = C_1.(Rg//R_G)}$$

$$\boxed{\tau_2 = Cgd''.(rds//Rd)}$$

$$\boxed{\omega_{HIGH} = \frac{1}{\tau_1 + \tau_2}} \qquad \boxed{f_{HIGH} = \frac{\omega_{HIGH}}{2.\pi}}$$

Como: C_1 = capacidad de la ME > cgd'' = capacidad de la MS

$$\boxed{\tau_1 > \tau_2} \longrightarrow \boxed{\omega_2 > \omega_1}$$

Por lo tanto en alta frecuencia quien domina la respuesta en frecuencia es la malla de entrada, igual que el EC.

$$\boxed{\omega_{HIGH} \approx 1/\tau_1 = \omega_1}$$