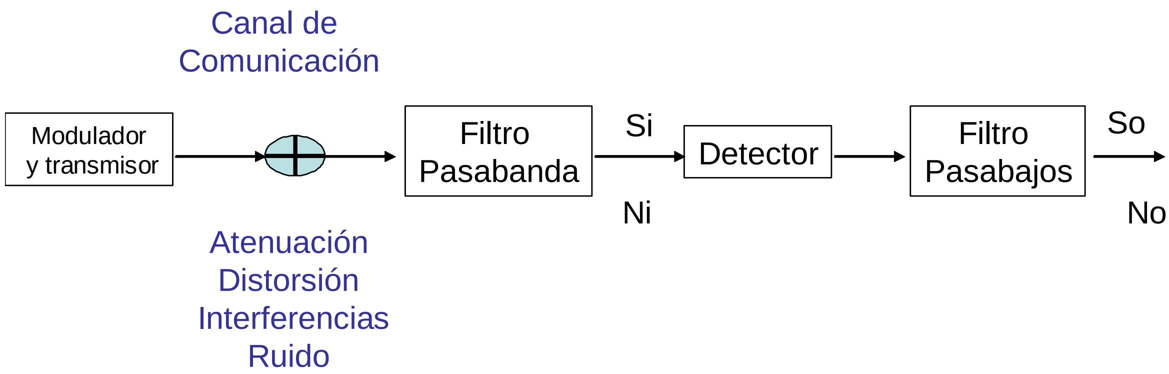
Bibliografía

.- Bennett, 1960, Electrical Noise, Mc Graw - Hill
.- Lee, 1960, Statistical Theory of Communication, Wiley & Sons
.- Staff Texas, 2004, Solid State Communications
.- Wayne Tomasi, 2003, Sistemas de Comunicaciones Electrónicas

Comportamiento de sistemas de modulación respecto de la relación S/N

1.- Generalidades

Para estudiar el comportamiento de la relación señal a ruido, lo veremos en la postdetección a fin de poder comparar los sistemas de modulación vistos, para ello se considerará el siguiente esquema:



Como puede verse en el canal de comunicación, la señal es atenuada, distorsionada, puede ser interferida y es contaminada por ruidos de distinta naturaleza. Atribuiremos que todo el ruido es generado en el canal y para simplificar el tratamiento del tema supondremos que tanto el ruido aleatorio como todos los otros, son del tipo blanco y gaussiano.

Tanto el ruido, como la señal, para llegar a la detección atraviesan distintos circuitos pasabandas centrados en la frecuencia de la portadora fc.

A la salida del demodulador / detector, el resto del equipo, esencialmente se comporta como un pasabajos con frecuencia de corte fmax, que es la máxima de la señal moduladora

Se estudiará como resulta la relación So / No de postdetección en función de la Si/NI de predetección para distintos sistemas de modulación.

Para ello en cada caso se hallarán los siguientes valores

So = Potencia de Señal a la Salida del demodulador
No = Potencia de Ruido a la Salida del demodulador
Si = Potencia de Señal a la entrada al demodulador
Ni = Potencia de Ruido a la entrada al demodulador

2.- Modelo de Ruido Pasabanda en la Entrada de un Demodulador

Para este estudio se utiliza un modelo de señal de ruido, que considera a la misma como si fuera una señal determinística y de esa manera permite tratarla como un vector.

Esto es válido para los circuitos pasabanda de banda angosta, donde la potencia de ruido está confinada al ancho de banda de dicho circuito, considerándose que un pasabanda es de banda angosta, cuando su ancho de banda, es pequeño respecto de la frecuencia central del mismo o que su Qc (factor de mérito / selectividad) es superior a 10, por ejemplo en un circuito simple sintonizado Qc=Fc/Bw.

A continuación se muestra su diagrama espectral (densidad espectral en función de *f*) y la forma de onda que se observa a su salida.

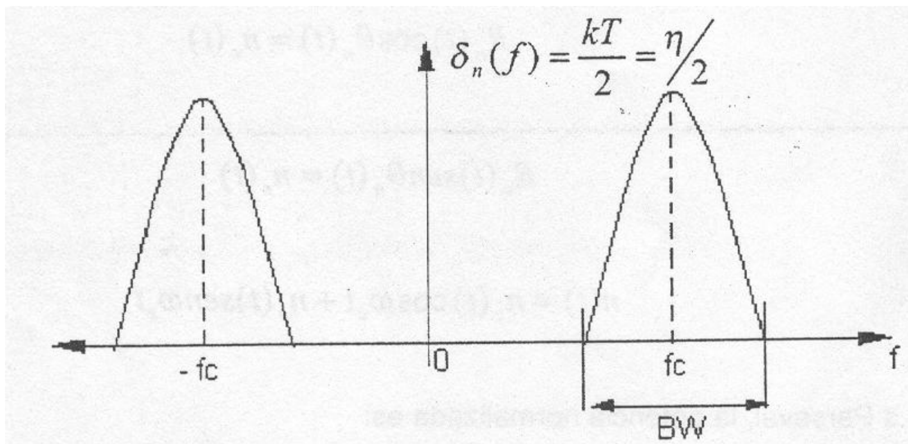
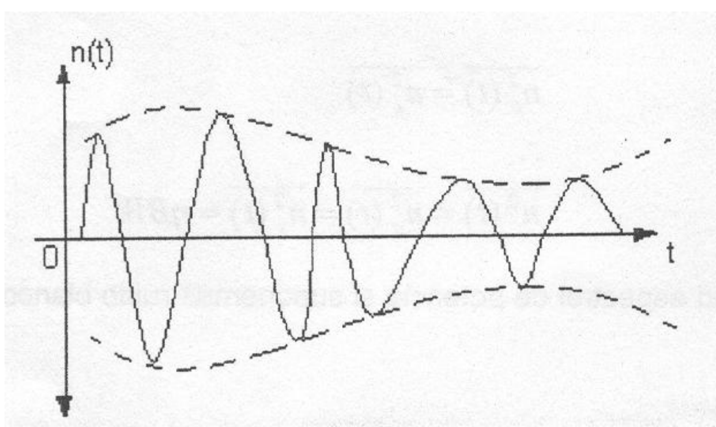


Diagrama espectral



Forma de onda en la salida

En ese caso, la señal **"n(t)"** de ruido, se parece a una portadora senoidal de frecuencia "*fc*" que es modulada tanto en amplitud como en ángulo, variando lentamente su amplitud y su fase. Teniendo en cuenta lo anterior, es posible representar fasorialmente el ruido, para simplificar su tratamiento

Asumiendo que $\boxed{n(t) = Rn(t)\cos\left[wct + \vartheta n(t)\right] =}$

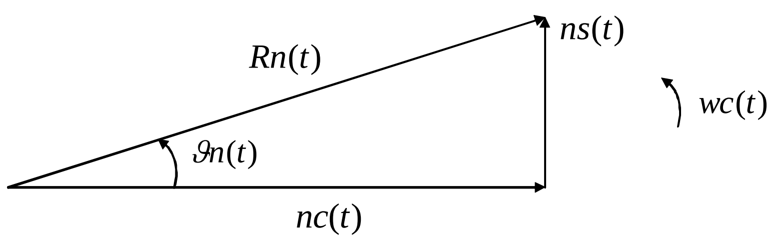
Considerando que $\cos(\alpha + \beta) = \cos\alpha\cos\beta - sen\alpha.sen\beta$, tenemos

$$n(t) = Rn(t)\cos\left[wct + \vartheta n(t)\right] = Rn(t)\left[\cos wct \cos\vartheta n(t) - senwctsen\,\vartheta n(t)\right]$$

Llamando $\boxed{Rn(t)\cos\vartheta n(t) = nc(t)}$ y $\boxed{-Rn(t)sen\,\vartheta n(t) = ns(t)}$

Entonces el ruido lo podemos representar en forma fasorial como:

$$n(t) = nc(t)\cos wct + ns(t)senwct$$



Recordando el **teorema de Parseval**, la **potencia normalizada de una señal periódica** sobre una resistencia de "un" ohm, es:

$$P = \frac{1}{To}\int_{To} f^2(t)dt$$ En el dominio del tiempo

$$P = \sum_{-\infty}^{\infty}\left|C(nwo)\right|^2$$ En el dominio de la frecuencia

Para una **señal "No" periódica**, se define la **energía normalizada** sobre un resistor de "un" ohm, que será:

$$E = \int_{-\infty}^{\infty}\left|f(t)\right|^2 dt$$ En el dominio del tiempo

$$E = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left|F(w)\right|^2 dw$$ En el dominio de la frecuencia

Donde $|F(w)|^2$, es la función de densidad espectral de energía, expresada en Joule/Hz

Recordando que el ruido es un fenómeno aleatorio, $\boxed{n(t) = nc(t)\cos wct + ns(t)senwct}$

Lo podemos expresar como: $\overline{n^2(t)} = \frac{1}{2}\overline{nc^2(t)} + \frac{1}{2}\overline{ns^2(t)}$

Asimismo, podemos considerar que en promedio, ambos valores cuadráticos son iguales, es decir

$$\overline{nc^2(t)} = \overline{ns^2(t)}$$

Entonces:

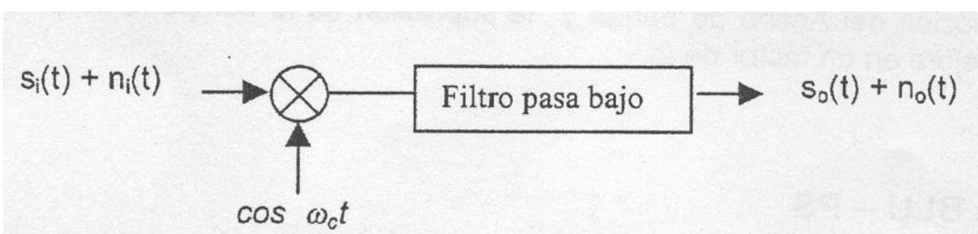
$$\boxed{\overline{n^2(t)} = \overline{nc^2(t)} = \overline{ns^2(t)} = \eta Bw}$$

$\eta =$ Valor de la densidad espectral de potencia si suponemos ruido blanco y gaussiano.
Bw : Ancho de banda

Esta forma de cálculo la aplicaremos a continuación.

3.- S/N en Doble Banda Lateral con Portadora Suprimida – (DBL_PS)

Tomando en cuenta que en la entrada del demodulador, tendremos una señal modulada más ruido, en la salida también tendremos la señal modulante más ruido



$si(t) = f(t)\cos wct$

Normalizando

$$Si = \overline{|f(t)\cos wct|^2} = \frac{1}{2}\overline{f^2(t)}$$

La señal modulante a la salida del pasabajos, será

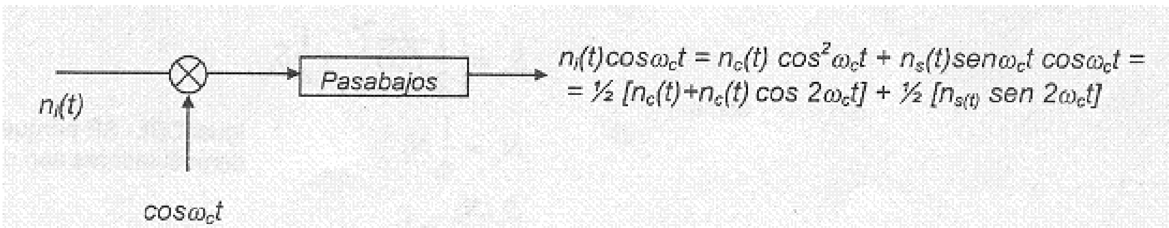
$so(t) = \frac{1}{2} f(t)$

Normalizando

$So = \overline{\left| \frac{1}{2} f(t) \right|^2} = \frac{1}{4} \overline{f^2(t)}$

En definitiva $\boxed{So = \frac{1}{2} Si}$

Si ahora miramos la parte del ruido, propiamente dicho tendremos:



Entonces, llevándolo a la forma normalizada a la salida del pasabajos obtenemos:

$no(t) = \frac{1}{2} nc(t)$

$No = \overline{no^2(t)} = \overline{(\frac{1}{2} nc(t))^2} = \frac{1}{4} \overline{nc^2(t)}$

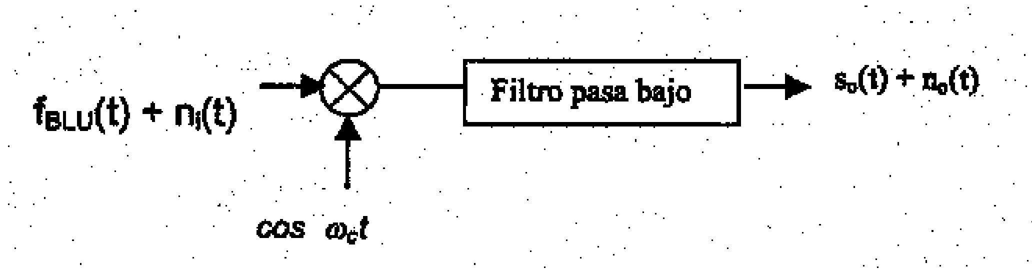
$como,.\overline{nc^2(t)} = \overline{ni^2(t)} = Ni$

Entonces: $\boxed{No = \frac{1}{4} Ni}$

Relacionando S/N, vemos que dicha relación a la salida mejora respecto de la entrada

$\boxed{\frac{So}{No} = \frac{1/2}{1/4} \frac{Si}{Ni} = 2 \frac{Si}{Ni}}$

4.- S/N en Banda Lateral Unica con Portadora Suprimida – (BLU_PS)



Aquí toda la banda se utiliza para transmitir, por lo cual, normalizando la señal de entrada , tenemos

$$Si = \overline{\left| f_{BLU}(t) \right|^2}$$

Si ahora hacemos lo propio con la salida

$$so(t) = \frac{1}{2} f(t)$$

$$Normalizando$$

$$So = \overline{\left| \frac{1}{2} f_{BLU}(t) \right|^2} = \frac{1}{4} \overline{f_{BLU}{}^2(t)} = \frac{1}{4} Si$$

Respecto del ruido de salida, obtenemos ecuaciones similares al de DBL_PS, pues los demoduladores son del mismo tipo

$$No = \frac{1}{4} Ni$$

Quedándonos la S/N de la siguiente forma

$$\boxed{\frac{So}{No} = \frac{1/4}{1/4} \frac{Si}{Ni} = \frac{Si}{Ni}}$$

Si comparamos la DBL_PS con BLU_PS para igual *fmax* de modulación e igual potencia de señal de entrada, tenemos

$$Ni_{DBL} = 2Ni_{BLU}$$

Entonces $\boxed{\frac{So}{No} = \frac{Si}{\eta f \max}}$

5.- S/N en AM con Portadora

A la entrada del demodulador, tendremos una señal modulada más el ruido, veamos:

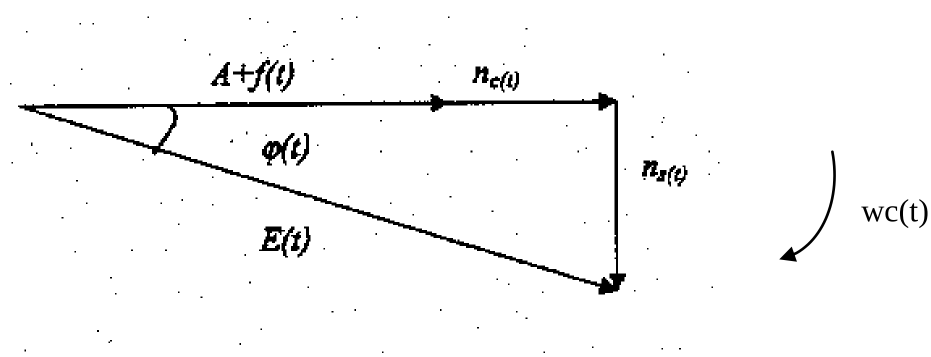
La señal modulada será $si(t) = [A + f(t)]\cos wct$

El ruido, $ni(t) = nc(t)\cos wct + ns(t)senwct$, entonces

$$si(t) + ni(t) = [A + f(t)]\cos wct + \eta c(t)\cos wct + ns(t)senwct$$

$$\boxed{si(t) + ni(t) = [A + f(t) + nc(t)]\cos wct + ns(t)senwct}$$

Si suponemos que la señal de entrada tiene una mayor amplitud que el ruido, podríamos descomponer la señal modulada más ruido según el siguiente esquema:



Si llamamos $E(t) = [A + f(t) + nc(t)]$, obtenemos que $\boxed{si(t) + ni(t) = E(t)[\cos wct + \varphi(t)]}$

Como en la detección de AM, la variación de fase no tiene mayor influencia,

El valor de $\boxed{A + f(t) >> nc(t) \approx ns(t)}$; por lo tanto, la salida del detector será:

$$so(t) = f(t)$$

$$no(t) = nc(t)$$

$$So = \overline{f^2(t)}$$
$$No = \overline{nc^2(t)} = Ni$$

$$Si = \frac{1}{2}A^2 + \frac{1}{2}\overline{f^2(t)}$$

$$\boxed{\frac{\frac{So}{No}}{\frac{Si}{Ni}}=\frac{\overline{f^2(t)}}{\left[\frac{1}{2}A^2+\frac{1}{2}\overline{f^2(t)}\right]}\frac{Ni}{No}=2\frac{\overline{f^2(t)}}{\left[A^2+\overline{f^2(t)}\right]}}$$

Para el caso de un tono senoidal, $f(t)=B\cos wmt$

$$So=\overline{f^2(t)}=\frac{B^2}{2}$$

Donde $\frac{B}{A}=m$; índice de modulación

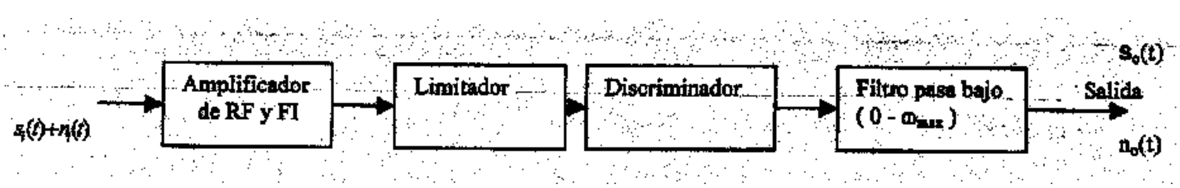
$$\frac{\frac{So}{No}}{\frac{Si}{Ni}}=\frac{\frac{B^2}{2}}{\left[\frac{1}{2}A^2+\frac{1}{2}\frac{B^2}{2}\right]}=\frac{B^2}{\left[A^2+\frac{B^2}{2}\right]}=\frac{1}{\left[\left(\frac{A}{B}\right)^2+\frac{1}{2}\right]}=\frac{1}{\left[\left(\frac{1}{m}\right)^2+\frac{1}{2}\right]}=\frac{1}{\left[\frac{2+m^2}{2m^2}\right]}$$

$$\frac{\frac{So}{No}}{\frac{Si}{Ni}}=\frac{2m^2}{2+m^2}$$

Si tomamos el caso de m=1, tenemos $\boxed{\frac{So}{No}=\frac{2}{3}\frac{Si}{Ni}}$, o sea la relación de S/N de la salida baja respecto de la de entrada

6.- S/N en FM

Dibujemos el diagrama en bloques de un posible receptor de FM



Si suponemos que el limitador es ideal, y que el mismo elimina todas las variaciones de amplitud, la **señal de FM a la entrada del discriminador y sin ruido** sería:

$$fc(t)=A_L\cos\vartheta(t)$$

Para simplificar, asumamos que $A_L = A$; y si recordamos que la **salida del discriminador, es proporcional a la diferencia entre la frecuencia instantánea *fc(t)* y la frecuencia de portadora**, la expresión de la **señal modulada** sería:

$$fc(t) = A\cos\left[wct + kf\int_0^t f(t)dt \right]$$

A la salida del discriminador tenemos: $so(t) = \left[d\vartheta / dt - wc \right] = kf.f(t)$

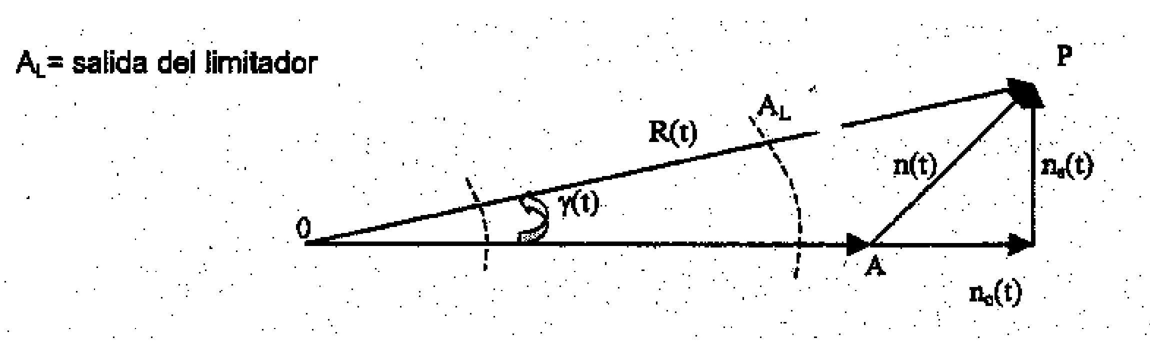
Si normalizamos, y calculamos el valor cuadrático medio:

$$So = \overline{so^2(t)} = \overline{kf^2.f^2(t)}$$

Si escribimos la ecuación de la potencia media de ruido de salida, en presencia de una portadora no modulada, tendremos:

$$A\cos wct + n(t) = A\cos wct + nc(t)\cos wct + ns(t)senwct = R(t)\cos(wct + \gamma(t))$$

Si dibujamos el diagrama fasorial para el caso de una portadora sin modular, más el ruido producido en banda angosta, consideremos que *A>>nc(t)* tendríamos:



En AM interesaban los efectos sobre la variación de la amplitud, de R(t), pero en FM por la acción del limitador sólo interesa la variación de $\gamma(t)$

El valor del ángulo que nos interesa conocer por efecto del ruido, es:

$$\gamma(t) = \arctan\left[\frac{ns(t)}{A + nc(t)} \right]$$

Si ahora, consideramos que dicho ruido es pequeño, podemos decir que $nc(t), ns(t) << A$

$$\gamma(t) = \arctan\left[\frac{ns(t)}{A}\right] \approx \frac{ns(t)}{A}$$

Por lo tanto, la salida del discriminador será proporcional a la derivada de fase y la tensión a la salida del mismo será:

$$no(t) = \frac{d\gamma(t)}{dt} = \frac{1}{A}\frac{\partial ns(t)}{\partial t}$$

Recordando que según Fourier

f(t) $\longleftrightarrow$ F(w) y su espectro de densidad de potencia $|F(w)|^2 = \delta n(w)$

Entonces $\frac{df(t)}{dt} \longleftrightarrow$ *jwF(w)*, y su espectro de densidad de potencia $w^2|F(w)|^2 = w^2\delta n(w)$

Por similitud; $no(t) = \frac{d\gamma(t)}{dt} = \frac{1}{A}\frac{\partial ns(t)}{\partial t}$

Entonces $\delta_{no}(w) = \frac{1}{A^2} w^2 \delta_{ns}(w)$

Si el ruido a la entrada es blanco, $\delta_{ns}(w) = \eta$, por lo cual, $\boxed{\delta_{no}(w) = \frac{\eta}{A^2} w^2}$, lo que vemos es que la salida espectral es del tipo parabólica

La potencia de ruido a la salida será:

$$\boxed{No = \frac{1}{\pi}\frac{\eta}{A^2}\int_0^{w\max} w^2 dw = \frac{\eta w_{\max}^{3}}{3\pi A^2}}$$

Siendo $\boxed{Si = \frac{1}{2}A^2}$ y $\boxed{Ni = 2\eta\Delta f = 2\eta\frac{\Delta w}{2\pi}}$

Y $So = \overline{kf^2 . f^2(t)}$

Tenemos:

$$\frac{So}{No}=\frac{\overline{kf^2.f^2(t)}}{\frac{\eta w_{\max}{}^3}{3\pi A^2}} \quad \text{y} \quad \frac{Si}{Ni}=\frac{A^2}{2\left(\eta\frac{\Delta w}{\pi}\right)}$$

$$\frac{\frac{So}{No}}{\frac{Si}{Ni}}=\frac{\frac{\overline{kf^2.f^2(t)}}{\frac{\eta w_{\max}{}^3}{3\pi A^2}}}{\frac{A^2}{2\eta\frac{\Delta w}{\pi}}}=\frac{\overline{kf^2.f^2(t)}}{\frac{\eta w_{\max}{}^3}{3\pi A^2}\frac{\pi A^2}{2\eta\Delta w}}=\frac{\overline{kf^2.f^2(t)}}{w_{\max}{}^3}6\Delta w=6\frac{\Delta w^3}{w_{\max}{}^3}=6\beta^3$$

En este caso el índice de modulación se calcula a la salida del detector de ahí calcularlo con *"wmax"*

Comparemos estos resultados con AM, si

$$So_{AM}=\overline{f^2(t)}$$
$$No_{AM}=2\eta f_{\max}$$

$$\left.\frac{So}{No}\right|_{AM}=\frac{\overline{f^2(t)}}{2\eta f_{\max}}$$

$$\left.\frac{So}{No}\right|_{FM}=3\pi A^2\frac{\overline{kf^2.f^2(t)}}{\eta w_{\max}{}^3}=3\pi A^2\frac{\Delta w^2}{\eta w_{\max}{}^2\,2\pi f_{\max}}$$

Tomemos para hacer la comparación la misma amplitud de portadora, la misma *fmax* y en *AM* que *m=1*, por lo tanto, a la salida del detector en AM se detecta la amplitud A

$$So_{AM}=\overline{f^2(t)}=A^2$$
$$No_{AM}=2\eta f_{\max}$$

$$\left.\frac{So}{No}\right|_{AM}=\frac{A^2}{2\eta f_{\max}}$$

$$\frac{\left.\frac{So}{No}\right|_{FM}}{\left.\frac{So}{No}\right|_{AM}}=\frac{3A^2\frac{\Delta w^2}{2\eta w_{\max}{}^2 f_{\max}}}{\frac{A^2}{2\eta f_{\max}}}=3\frac{\Delta w^2}{w_{\max}{}^2}=3\beta^2$$

Si tomamos $3\beta^2 = 1$, podemos determinar el límite de la transmisión de FM en banda angosta que da un $\beta = 0.6$, las relaciones quedan:

$$\left.\frac{So}{No}\right|_{FM} = \left.\frac{So}{No}\right|_{AM}$$

Podemos afirmamos que la ventaja de la FM respecto de AM, respecto de la relación señal a ruido, ocurre cuando utilizamos modulación de banda ancha o sea si superamos el de $\beta = 0.6$

7.-Mejora de la Relación Señal a Ruido utilizando redes de Preénfasis y De énfasis.

En la transmisión FM, sabemos que el ancho de banda está determinado por la máxima desviación de frecuencia Δf , producida por la fm_{max} que se transmite, en particular para el caso comercial fm_{max} = 15Khz, con un $\Delta f = 75Khz$, obteniéndose un ancho de banda de necesario de 200Khz. En la práctica, difícilmente las componentes más altas de la señal moduladora alcanzan los niveles de amplitud necesaria para producir esa desviación de frecuencia de 75Khz.

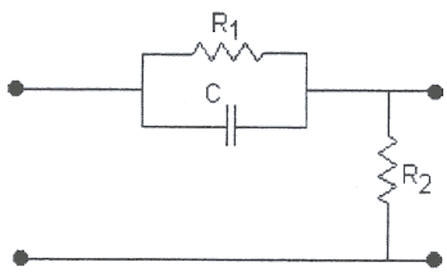
Debido a que las señales de voz y música tienen la mayor parte de la energía en bajas y medias frecuencias. Por esta razón, podríamos decir que la señal de FM no necesitaría ocupar todo el ancho de banda. Sin embargo, el ruido introducido en el receptor ocupa la totalidad del ancho de banda disponible, y en la salida del demodulador de FM, la densidad espectral de potencia de ruido crece parabólicamente con la frecuencia, o sea las altas frecuencias serán realzadas, dando lugar a un sistema de comunicación bastante ineficiente.

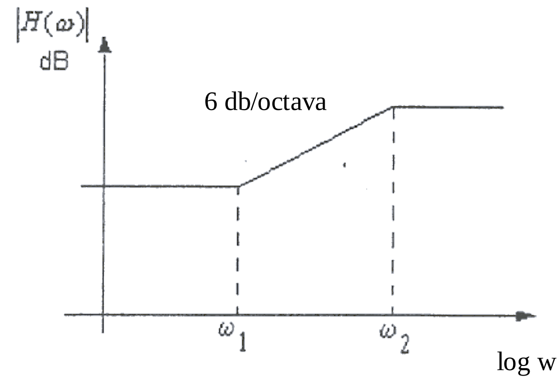
Para remediar eso, se acentúan las componentes de alta frecuencia de la señal de entrada en el transmisor “preénfasis”, antes de que se introduzca el ruido. En la salida del demodulador de FM del receptor se efectúa la operación inversa por medio del “de énfasis” de los componentes de alta frecuencia. El espectro de la señal recupera su forma original pero ahora se reduce el ruido, que es atenuado por la red de “de énfasis”.

El uso de la técnica de preénfasis-deénfasis es un ejemplo de cómo el conocimiento de las diferencias entre las características de la señal y el ruido pueden aplicarse en el mejoramiento del sistema de comunicación. Esta técnica tiene otras aplicaciones, en particular en la grabación de audio.

Los filtros utilizados se indican a continuación:

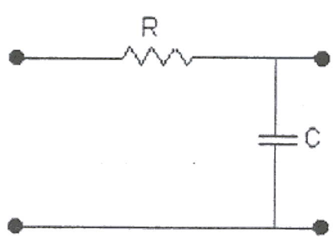
a.- Preénfasis: (pasaalto)

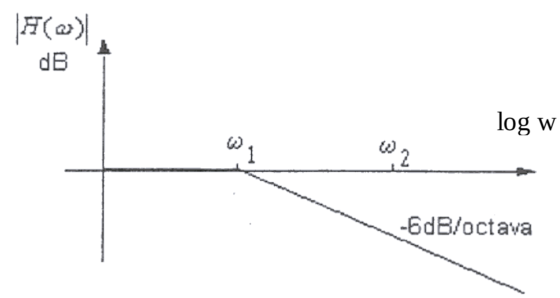




Donde $w_1 = \dfrac{1}{R_1 C}$ y $w_2 = \dfrac{1}{R_2 C}$, asimismo $R_1 >> R_2$

b.-De énfasis: (pasabajos)





Donde $w_1 = \dfrac{1}{RC}$

La mejora en la relación señal a ruido puede hallarse calculando la disminución de la potencia de ruido. La densidad espectral de potencia del ruido en la salida del demodulador FM es:

$$\boxed{\delta_{no}(w) = \frac{\eta}{A^2} w^2}$$

La función de transferencia del filtro de “de énfasis” puede escribirse como:

$$H(w) = \frac{1}{1 + \dfrac{jw}{w_1}} \qquad \left|H(w)\right|^2 = \frac{w_1^{\,2}}{w^2 + w_1^{\,2}}$$

El valor cuadrático medio del ruido tras el filtro de "de énfasis" es

$$\boxed{N'o = \frac{1}{\pi}\int_{0}^{w\max} \delta_{no}(w)\left|H(w)\right|^2 dw = \frac{\eta}{\pi A^2}\int_{0}^{w\max} \frac{w^2}{1+\frac{w^2}{w_1^2}} dw}$$

Sin el filtro de de énfasis, el ruido sería

$$\boxed{No = \frac{\eta}{\pi A^2}\int_{0}^{w\max} w^2 dw}$$

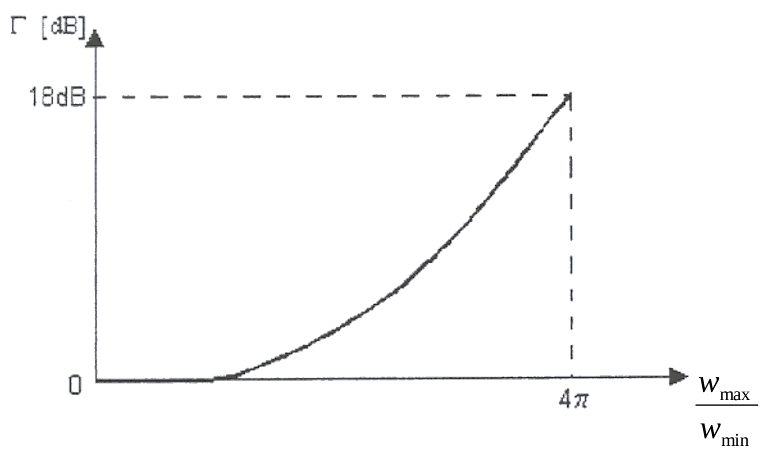
Definiendo un factor de corrección de ruido, o sea de mejora de la relación S/N.

$\Gamma = \dfrac{No}{N'o}$ y evaluando las ecuaciones anteriores, encontramos:

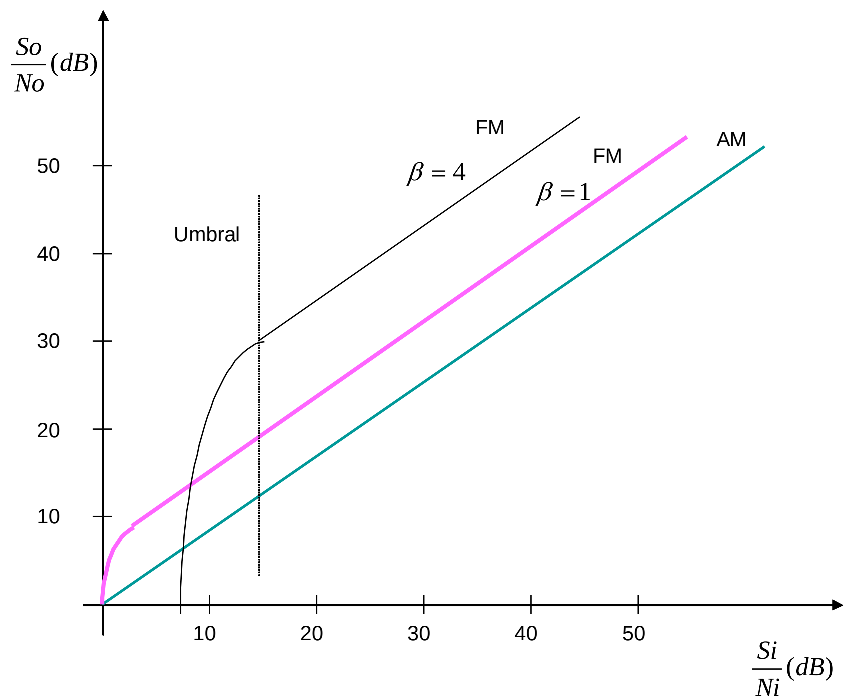
$$\Gamma = \frac{(w_{\max}/w_1)^3}{3(w_{\max}/w_1) - tg^{-1} w_{\max}/w_1)}$$

Podemos ver en la figura siguiente gráfica del factor de corrección de ruido Γ, suponiendo que ***f_{max}=15Khz*** y una ***f_1=2.1Khz***, (donde *f_1* es un valor típico en la red de "preénfasis" del transmisor, que a través de la "deénfasis" ve sus resultados en el receptor), con estos valores, $\Gamma = 18db$

Mejora de la relación señal a ruido usando red de "de énfasis".



Nótese que el uso de preénfasis-deénfasis, reduce el ruido en la salida del demodulador de FM sin alterar la señal. Por lo tanto, el valor de Γ, representa un aumento neto de la relación señal a ruido efectiva sin necesidad de aumentar la potencia transmitida. Como se muestra en la figura, este aumento puede ser apreciable. O sea, los sistemas de modulación de frecuencia, de banda ancha, ofrecen, con respecto a la AM, una mejora de la relación señal a ruido, aunque con ancho de bandas mayores. Sin embargo, esta mejora sólo puede conseguirse, cuando la relación señal a ruido está por encima del nivel de umbral.



En el gráfico anterior, si comparamos AM con FM podemos observar que por el efecto umbral, para $\beta = 4$, la relación $\frac{So}{No}$, puede ser peor en FM que en AM, y que dicha relación se deteriora rápidamente para valores menores de 15db en la relación $\frac{Si}{Ni}$ de la entrada

8.- Ruido en Sistemas Digitales, durante su transmisión.

En sistemas digitales se deben considerar dos tipos de ruido. El producido en la modulación PCM, como consecuencia del error de cuantificación y el generado en la transmisión de la señal modulada digitalmente, que da origen a un error en la deteccíón.

a.- Por cuantificación

El debido a la cuantificación, se puede considerar o tratar como si fuera un ruido blanco y dará origen a una relación So/No similar a los casos vistos anteriormente.

b.- Por transmisión de la señal modulada

El ruido que aparece en la transmisión de modulación digital, puede dar origen, a un error en la recepción. En los sistemas de transmisión digital se utilizan dos parámetros, la probabilidad de error P(E) y la tasa de error de bit B.E.R.(Bit error rate)

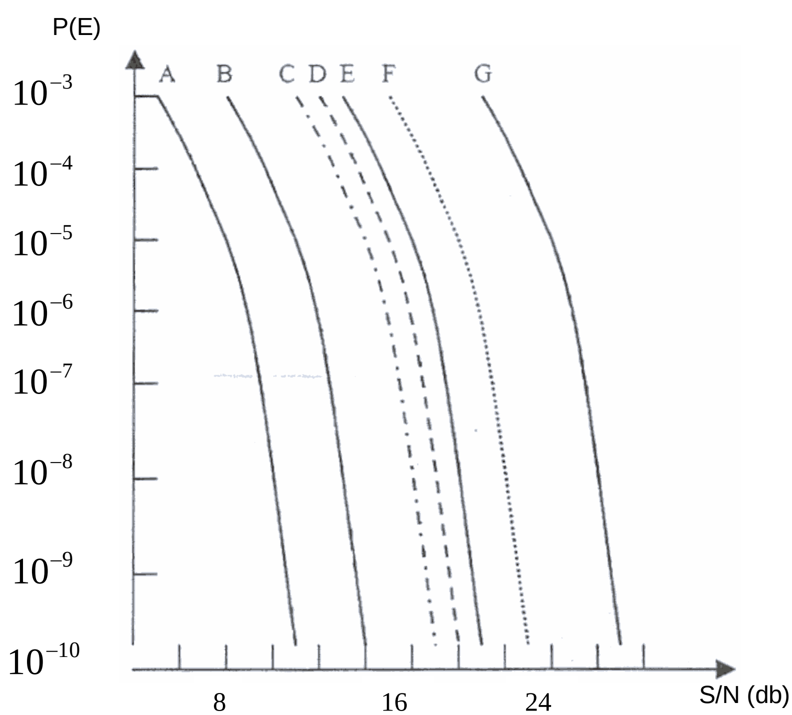
Como ya hemos dicho cuando se explicó modulación digital, a veces estos parámetros, se usan como sinónimos, pero tienen significados totalmente distintos.

Recordemos, P(E) es una expectativa teórica para un sistema determinado. Si decimos que P(E) es de 10-5 significa que puede ocurrir un error cada 100 000 bits transmitidos.

Si ahora decimos que obtuvimos un B.E.R. de 10-5 , significa que se midió un error de 1 bit en una transmisión de 100 000 bits.

La probabilidad de error, P(E), es una función "de la relación de potencia de la señal transmitida a la potencia de ruido que aparece en la transmisión" y del número de posibles niveles de codificación utilizados.

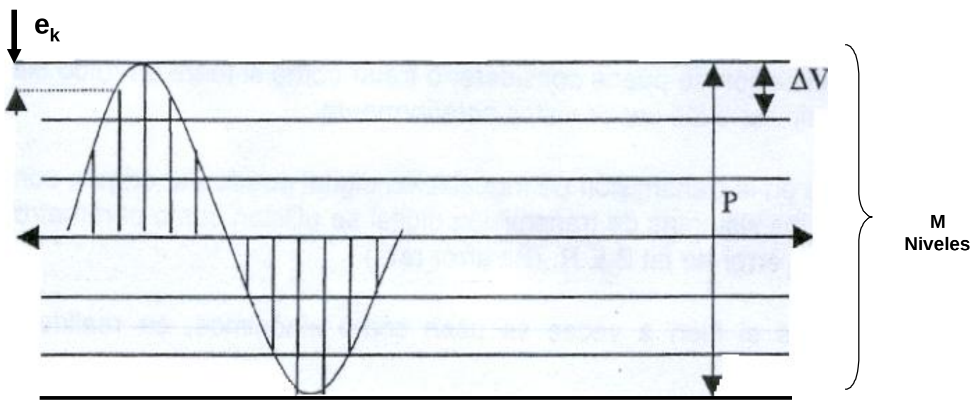
El gráfico siguiente corresponde al análisis de la probabilidad de error P(E), para diferentes casos de modulación PSK, QAM, QRP (Quaternary Partial Response, sistema de modulación utilizado para transmitir señales de CATV en HFC), APK o APSK (Amplitud / Phase keying).



A: BPSK
B: 4-PSK (QAM)
C: QPR clase 1
D: 8-APK
E: 8-PSK
F: 16-APK o 16-QAM
G: 16-PSK

9.- Ruido de cuantificación y Relación Señal a ruido en PCM

Si bien se puede expresar de distintas maneras, calcularemos la **relación de potencia de señal pico a pico respecto del ruido de cuantificación**, entonces veamos el caso de una señal cuantificada mediante una cuantificación uniforme



P = máximo valor pico a pico esperado de la señal
ΔV = magnitud del salto cuántico
e_k = error que se comete cada vez que se cuantifica la muestra.
$\frac{P}{\Delta V}$ = Rango dinámico de la señal, relaciona el máximo valor pico a pico de la señal y el mínimo valor de la señal, definido por el salto cuántico.

Si analizamos un sistema binario, llamando "n" al número de dígitos, calculemos la cantidad de niveles cuánticos: $2^n = M$, siendo M, la cantidad de niveles cuánticos

Si queremos hallar el Rango Dinámico para un conversor A/D, tendremos

$$\frac{P}{\Delta V} = M = 2^n$$

Esta relación comúnmente se expresa en dB y empíricamente se calcula como "n x 6.02 dB", si suponemos que trabajamos en telefonía y la cuantificación se hace 8 bits, tendremos que el rango dinámico será de aproximadamente 48dB

Si ahora miramos el valor de **"e_k"** (error de cuantificación), vemos que el mismo está comprendido entre:

$-\frac{\Delta V}{2} \le e_k \le \frac{\Delta V}{2}$ y podemos considerarlo como una señal aleatoria de valor medio nulo.

Calculando previamente el valor cuadrático medio:

$$\overline{e_k^2} = \frac{1}{\Delta V}\int_{-\frac{\Delta V}{2}}^{\frac{\Delta V}{2}} e_k^2 de_k = \frac{1}{\Delta V}\left.\frac{e_k^3}{3}\right|_{-\frac{\Delta V}{2}}^{\frac{\Delta V}{2}} = \frac{1}{\Delta V}\frac{1}{3}\left[\frac{\Delta V^3 + \Delta V^3}{2^3}\right] = \frac{\Delta V^2}{12}$$

Si calculamos su valor eficaz del error, obtenemos: $e_{keficaz} = \frac{\Delta V}{2\sqrt{3}} = \frac{P}{Mx2\sqrt{3}}$

Si definimos la relación $\frac{So}{No}$ como una relación entre la **potencia de señal de salida pico a pico y la potencia del ruido de cuantificación**, tendremos:

$$\left.\frac{So}{No}\right|_{potencia} = \frac{P^2}{\frac{P^2}{M^2 12}} = 12M^2$$

Si en lugar de trabajar con el valor pico de la máxima excursión, trabajamos con **valores eficaces,** suponiendo una excursión senoidal, tendremos:

$$P_{eficaz.Maxima} = \frac{P}{2\sqrt{2}} = \frac{Mx\Delta V}{2\sqrt{2}}$$

La relación Señal a ruido, pasa a ser:

$$\left.\frac{So}{No}\right|_{potencia} = \frac{\left(\frac{P}{2\sqrt{2}}\right)^2}{\left(\frac{P}{M2\sqrt{3}}\right)^2} = \left(\frac{Mx2\sqrt{3}}{2\sqrt{2}}\right)^2 = \frac{3}{2}M^2$$

La relación precedente, para un conversor de 8 bits, resulta de aproximadamente unos 50 dB, siempre considerando una cuantificación uniforme.

Dado que en la realidad pocas veces se alcanzan los valores máximos y el error de cuantificación resulta importante en los valores bajos de señal, para atenuar ese efecto se utiliza un cuantificador no uniforme, de acuerdo a lo visto en la generación de PCM.