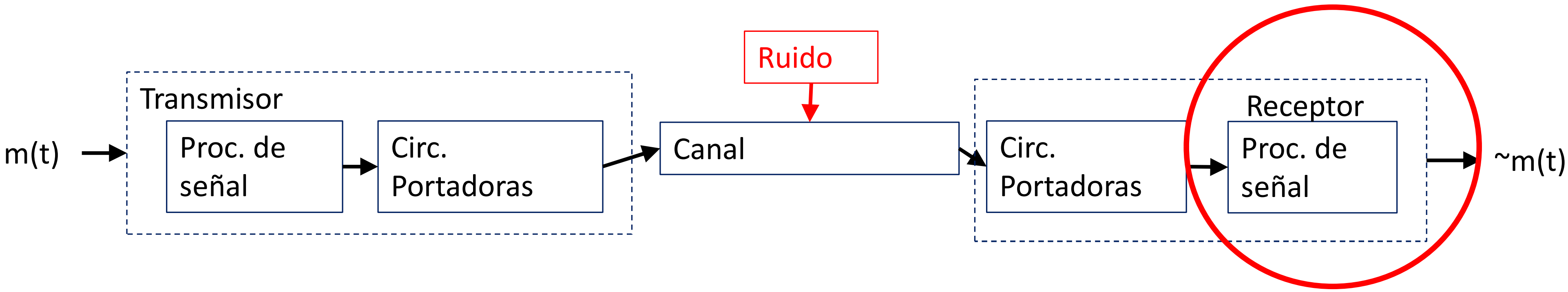
Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional Haedo
Departamento de Ingeniería Electrónica

SISTEMAS DE COMUNICACIONES

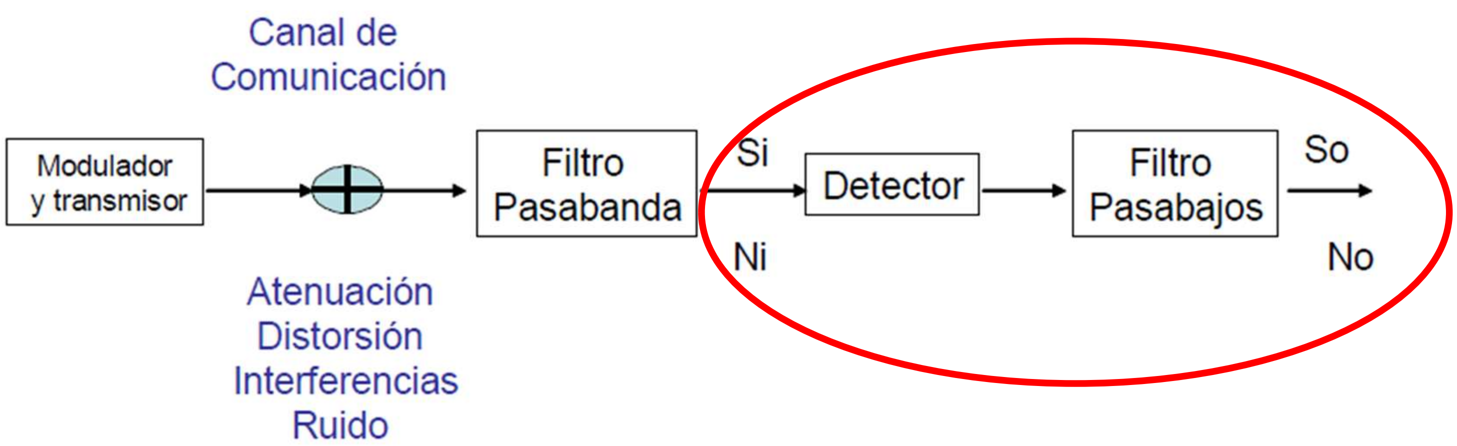
Comparación de sistemas de modulación frente a Ruido

Componentes de un SC

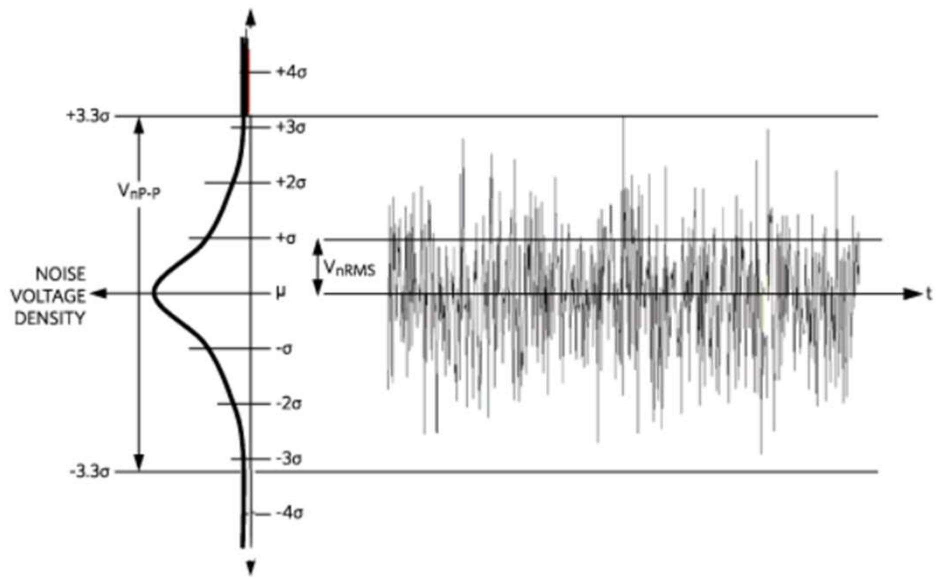


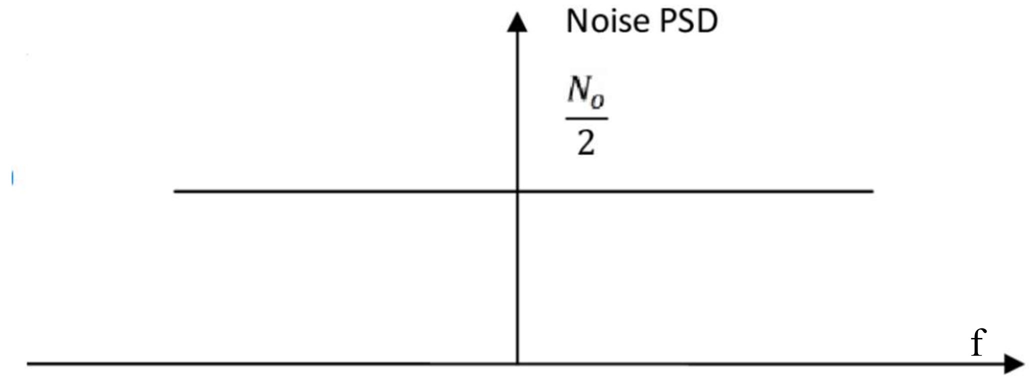
…

Foco en el receptor



Ruido térmico: AWGN

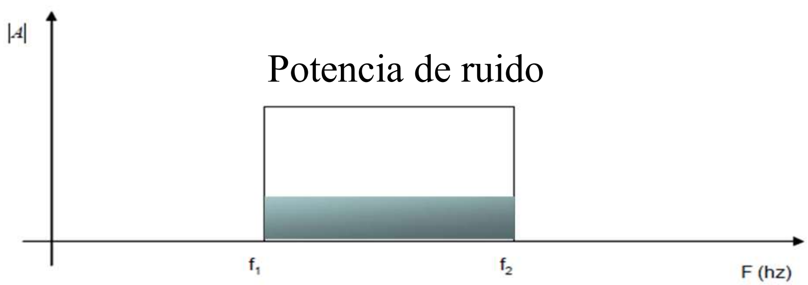


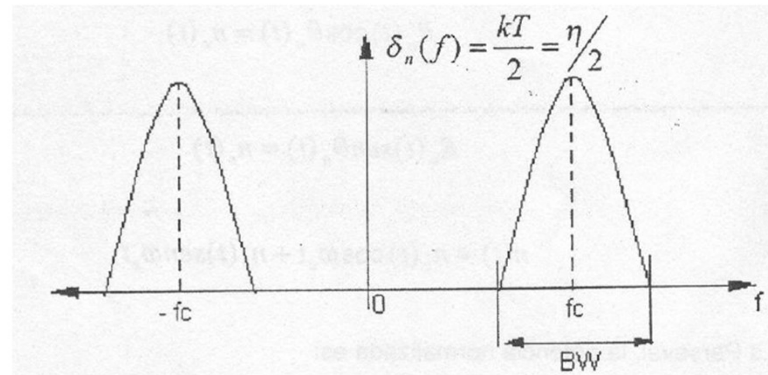


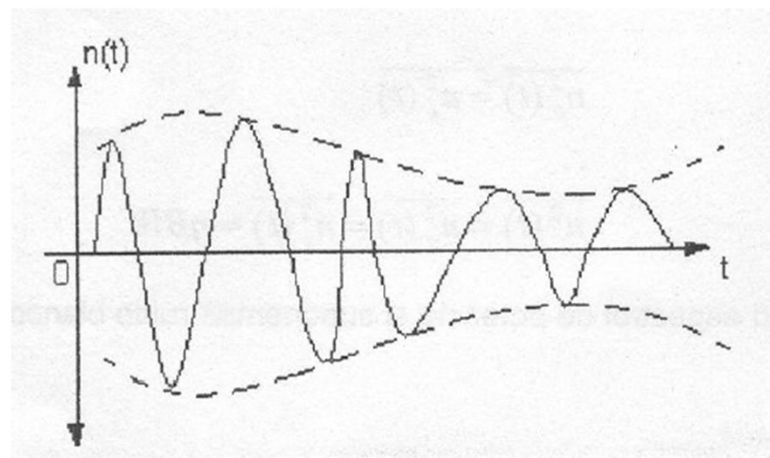
White Gaussian noise Power Spectral Density

Ruido en banda angosta

…



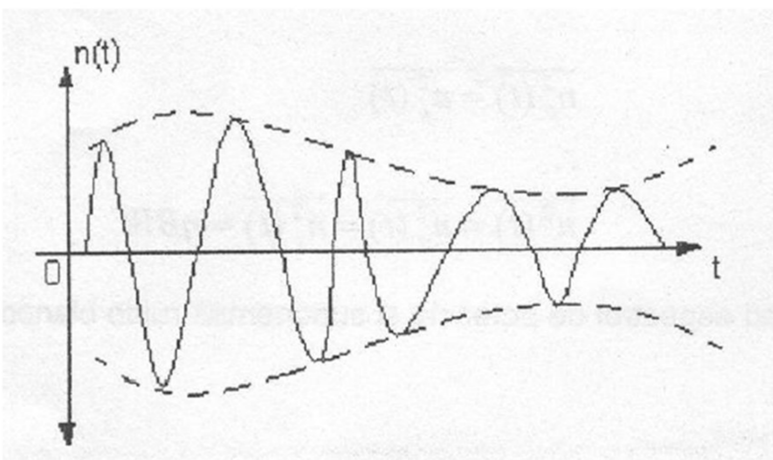




$$\boxed{n(t) = Rn(t)\cos\left[wct + \vartheta n(t)\right] =}$$

Ruido en banda angosta

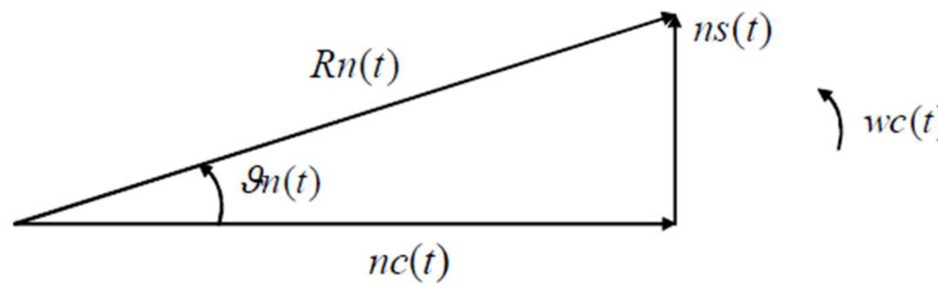
$$\boxed{n(t) = Rn(t)\cos[wct + \vartheta n(t)] =}$$



Llamando $\boxed{Rn(t)\cos\vartheta n(t) = nc(t)}$ y $\boxed{-Rn(t)sen\,\vartheta n(t) = ns(t)}$

Entonces el ruido lo podemos representar en forma fasorial como:

$$n(t) = nc(t)\cos wct + ns(t)senwct$$



Potencia de ruido en banda angosta

$$\boxed{n(t) = nc(t)\cos wct + ns(t)senwct}$$

Recordando que el ruido es un fenómeno aleatorio,

Lo podemos expresar como: $\overline{n^2(t)} = \frac{1}{2}\overline{nc^2(t)} + \frac{1}{2}\overline{ns^2(t)}$

en promedio, ambos valores cuadráticos son iguales,

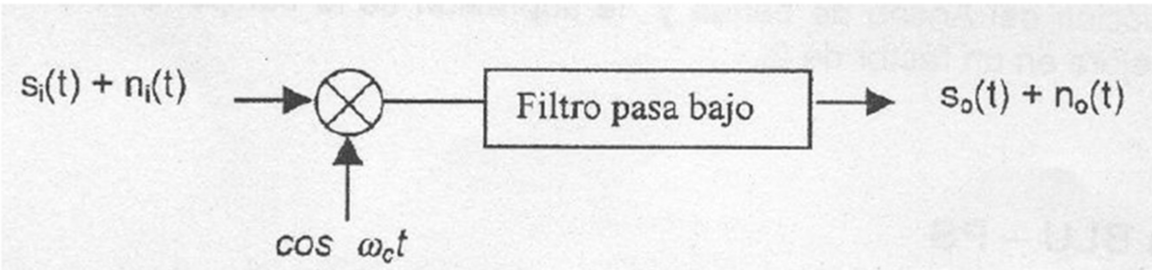
$$\overline{nc^2(t)} = \overline{ns^2(t)}$$

$$\boxed{\overline{n^2(t)} = \overline{nc^2(t)} = \overline{ns^2(t)} = \eta Bw}$$

η =KT

ηBw =Beq ruido

S/N en Doble Banda Lateral con Portadora Suprimida – (DBL_PS)



$$si(t) = f(t)\cos wct$$

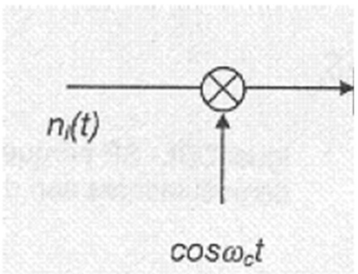
$$Si = \overline{\left|f(t)\cos wct\right|^2} = \frac{1}{2}\overline{f^2(t)}$$

$$so(t) = \frac{1}{2}f(t)$$

$$So = \overline{\left|\frac{1}{2}f(t)\right|^2} = \frac{1}{4}\overline{f^2(t)}$$

$$\boxed{So = \frac{1}{2}Si}$$

S/N en Doble Banda Lateral con Portadora Suprimida – (DBL_PS)



$$n_i(t)\cos\omega_c t = n_c(t)\cos^2\omega_c t + n_s(t)\,\text{sen}\,\omega_c t\,\cos\omega_c t =$$
$$= \tfrac{1}{2}\,[n_c(t)+n_c(t)\cos 2\omega_c t] + \tfrac{1}{2}\,[n_{s(t)}\,\text{sen}\,2\omega_c t]$$

$$\longrightarrow \boxed{\text{Pasabajos}} \longrightarrow \quad no(t) = \frac{1}{2}nc(t)$$

$$No = \overline{no^2(t)} = \overline{(\frac{1}{2}nc(t))^2} = \frac{1}{4}\overline{nc^2(t)}$$

$$como,\ \overline{nc^2(t)} = \overline{ni^2(t)} = Ni$$

$$\boxed{No = \frac{1}{4}Ni}$$

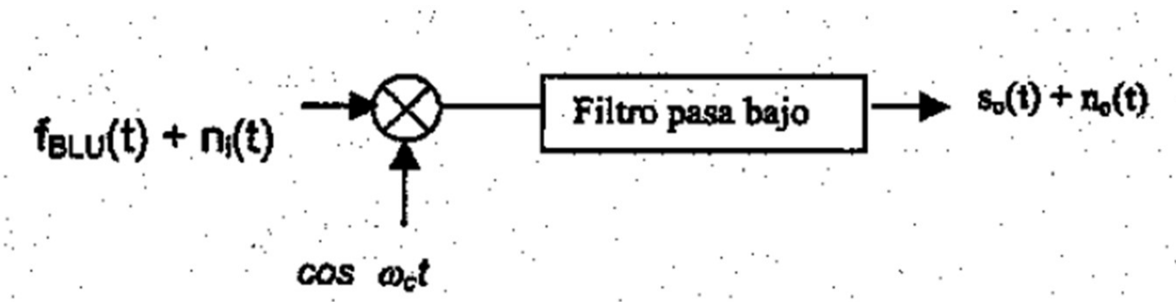
S/N en Doble Banda Lateral con Portadora Suprimida – (DBL_PS)

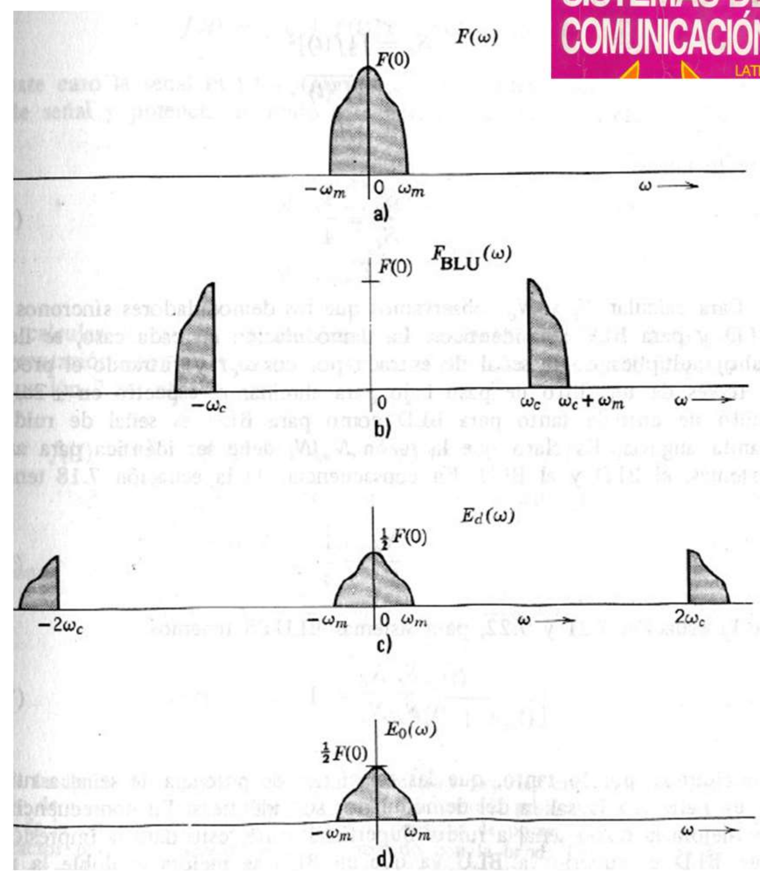
$$\boxed{So = \frac{1}{2} Si}$$

$$\boxed{\frac{So}{No} = \frac{1/2}{1/4} \frac{Si}{Ni} = 2 \frac{Si}{Ni}}$$

$$\boxed{No = \frac{1}{4} Ni}$$

S/N en Banda Lateral Unica con Portadora Suprimida – (BLU_PS)





$$Si = \overline{\left|f_{BLU}(t)\right|^2}$$

$$so(t) = \frac{1}{2} f(t)$$

$$So = \overline{\left|\frac{1}{2} f_{BLU}(t)\right|^2} = \frac{1}{4}\overline{f_{BLU}{}^2(t)} = \frac{1}{4} Si$$

S/N en Banda Lateral Unica con Portadora Suprimida – (BLU_PS)

$$So = \overline{\left|\frac{1}{2} f_{BLU}(t)\right|^2} = \frac{1}{4}\overline{f_{BLU}{}^2(t)} = \frac{1}{4} Si$$

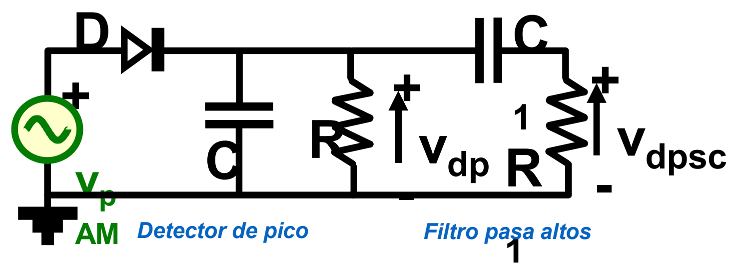
Respecto del ruido de salida, obtenemos ecuaciones similares al de DBL_PS, pues los demoduladores son del mismo tipo

$$\boxed{\frac{So}{No} = \frac{1/4}{1/4}\frac{Si}{Ni} = \frac{Si}{Ni}}$$

$$No = \frac{1}{4} Ni$$

S/N en AM con Portadora

$$si(t) = [A + f(t)]\cos wct$$



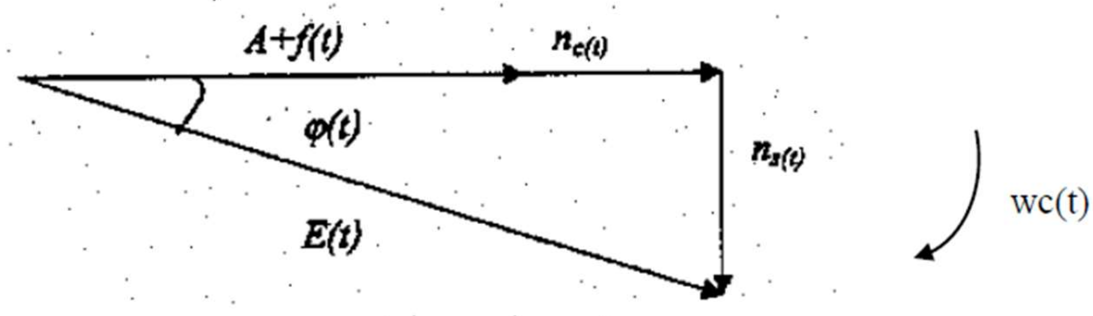
$$ni(t) = nc(t)\cos wct + ns(t)senwct$$

$$si(t) + ni(t) = [A + f(t)]\cos wct + \eta c(t)\cos wct + ns(t)senwct$$

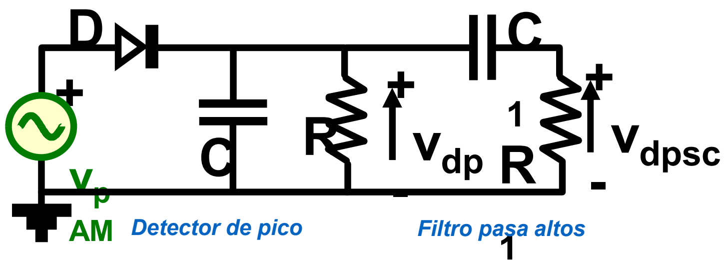
$$\boxed{si(t) + ni(t) = [A + f(t) + nc(t)]\cos wct + ns(t)senwct}$$

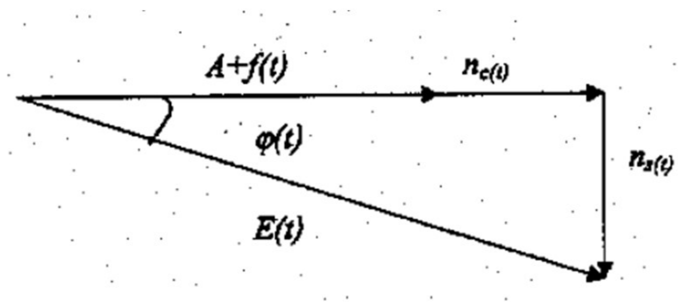
$$\boxed{si(t) + ni(t) = E(t)[\cos wct + \varphi(t)]}$$

$$\boxed{A + f(t) >> nc(t) \approx ns(t)}$$



S/N en AM con Portadora





$$\boxed{A+f(t)>>nc(t)\approx ns(t)}$$

$$so(t)=f(t) \qquad So=\overline{f^2(t)}$$

$$no(t)=nc(t) \qquad No=\overline{nc^2(t)}=Ni$$

$$Si=\frac{1}{2}A^2+\frac{1}{2}\overline{f^2(t)}$$

$$\boxed{\frac{\frac{So}{No}}{\frac{Si}{Ni}}=\frac{\overline{f^2(t)}}{\left[\frac{1}{2}A^2+\frac{1}{2}\overline{f^2(t)}\right]}\frac{Ni}{No}=2\frac{\overline{f^2(t)}}{\left[A^2+\overline{f^2(t)}\right]}}$$

S/N en AM con Portadora

Para el caso de un tono senoidal, $f(t) = B\cos wmt$

$$So = \overline{f^2(t)} = \frac{B^2}{2} \qquad \frac{B}{A} = m$$

$$\boxed{\frac{\frac{So}{No}}{\frac{Si}{Ni}} = \frac{\overline{f^2(t)}}{\left[\frac{1}{2}A^2 + \frac{1}{2}\overline{f^2(t)}\right]}\frac{Ni}{No} = 2\frac{\overline{f^2(t)}}{\left[A^2 + \overline{f^2(t)}\right]}} \qquad \frac{\frac{So}{No}}{\frac{Si}{Ni}} = \frac{\frac{B^2}{2}}{\left[\frac{1}{2}A^2 + \frac{1}{2}\frac{B^2}{2}\right]} = \frac{B^2}{\left[A^2 + \frac{B^2}{2}\right]} = \frac{1}{\left[\left(\frac{A}{B}\right)^2 + \frac{1}{2}\right]} = \frac{1}{\left[\left(\frac{1}{m}\right)^2 + \frac{1}{2}\right]} = \frac{1}{\left[\frac{2+m^2}{2m^2}\right]}$$

$$\frac{\frac{So}{No}}{\frac{Si}{Ni}} = \frac{2m^2}{2+m^2}$$

Si tomamos el caso de m=1

$$\boxed{\frac{So}{No} = \frac{2}{3}\frac{Si}{Ni}},$$

S/N en FM

el limitador es ideal, y que el mismo elimina todas las variaciones de amplitud, la señal de FM a la entrada del discriminador y sin ruido sería

$$fc(t) = A_L \cos \vartheta(t)$$

asumamos que A= A L ; y si recordamos que la salida del discriminador, es proporcional a la diferencia entre la frecuencia instantánea fc(t) y la frecuencia de portadora

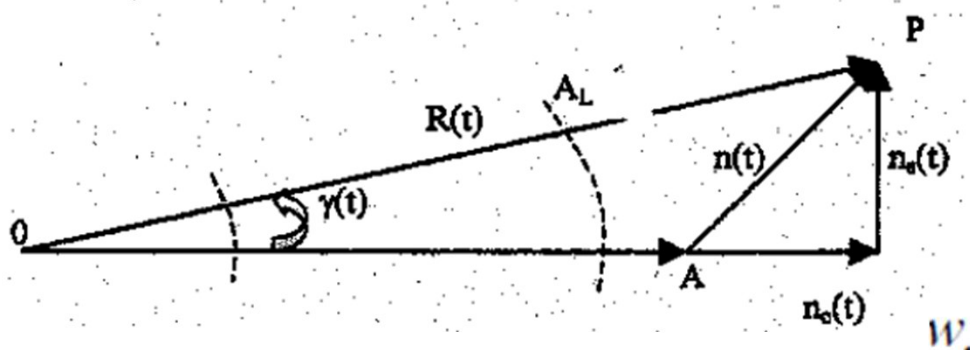
$$fc(t) = A \cos\left[wct + kf \int_0^t f(t)dt \right]$$

A la salida del discriminador: la tensión de salida es proporcional a la desviación de frecuencia.
O sea proporcional a la derivada de fase.
Como la fase es la integral…
La tensión de salida es proporcional a la señal de entrada

$$so(t) = \left[d\vartheta / dt - wc \right] = kf.f(t)$$

S/N en FM

diagrama fasorial para el caso de una portadora sin modular, más el ruido



w_{max}

La potencia de ruido a la salida será:

$$\boxed{No = \frac{1}{\pi}\frac{\eta}{A^2}\int_0^{w\max} w^2 dw = \frac{\eta w_{\max}{}^3}{3\pi A^2}}$$

η =KT $\qquad w_{\max}$ =frec. Max de modulante

en FM por la acción del limitador sólo interesa la variación de $\gamma(t)$

$$\gamma(t) = \arctan\left[\frac{ns(t)}{A + nc(t)}\right]$$

Si el ruido es pequeño

$$\gamma(t) = \arctan\left[\frac{ns(t)}{A}\right] \approx \frac{ns(t)}{A}$$

la salida del discriminador

$$no(t) = \frac{d\gamma(t)}{dt} = \frac{1}{A}\frac{\partial ns(t)}{\partial t}$$

S/N en FM

$$\boxed{No = \frac{1}{\pi}\frac{\eta}{A^2}\int_0^{w\max} w^2 dw = \frac{\eta w_{\max}{}^3}{3\pi A^2}}$$

Potencia de ruido deducida en el paso anterior pasando no(t)->no(f) e integrando en el BW del filtro para calcular potencia (Parseval)

η =KT

$w_{\max}$ =frec. Max de modulante

S/N en FM

$So = \overline{kf^2 . f^2(t)}$

So(t) es prop a frec instantánea. La frec instantánea es proporcional a la f(t) modulante…
Eso es por definición de que es in sistema FM. El valor cuadrático medio es esto

Por otra parte, la desviación de frecuencia instantánea es ΔF(t)= $kf . f(t)$

Si f(t) es tono …B cos(wm.t)

ΔF(t)=kf. B cos(wm.t)

ΔFmax=kf.B

$$So = \overline{kf^2 . f^2(t)}$$

~(kf.B)^2 ~Δfmax^2 ~ Δw ^2

S/N en FM

$$\boxed{Si = \frac{1}{2} A^2}$$

Si(t) es una señal de FM. Se puede calcular la potencia a partir de la tensión de portadora

$$\boxed{Ni = 2\eta\Delta f = 2\eta \frac{\Delta w}{2\pi}}$$

…KTBedruido
Aproximando BWeqruido=2Δf

η =KT Δw ~proporcional a desv. Frec…Δf

S/N en FM

$$So = \overline{kf^2 . f^2(t)}$$

fmm

$$\boxed{No = \frac{1}{\pi}\frac{\eta}{A^2}\int_0^{w\max} w^2 dw = \frac{\eta w_{\max}{}^3}{3\pi A^2}}$$

$$\frac{So}{No} = \frac{\overline{kf^2 . f^2(t)}}{\frac{\eta w_{\max}{}^3}{3\pi A^2}}$$

…potencia en FM

$$\boxed{Si = \frac{1}{2}A^2}$$

$$\boxed{Ni = 2\eta\Delta f = 2\eta\frac{\Delta w}{2\pi}}$$

…KTB
Aproximando BWeqruido=ΔF

$$\frac{Si}{Ni} = \frac{A^2}{2\left(\eta\frac{\Delta w}{\pi}\right)}$$

$$\frac{\frac{So}{No}}{\frac{Si}{Ni}} = \frac{\frac{\overline{kf^2 . f^2(t)}}{\frac{\eta w_{\max}{}^3}{3\pi A^2}}}{\frac{A^2}{2\eta\frac{\Delta w}{\pi}}} = \frac{\overline{kf^2 . f^2(t)}}{\frac{\eta w_{\max}{}^3}{3\pi A^2}\frac{\pi A^2}{2\eta\Delta w}} = \frac{\overline{kf^2 . f^2(t)}}{w_{\max}{}^3}6\Delta w = 6\frac{\Delta w^3}{w_{\max}{}^3} = 6\beta^3$$

η =KT

Bw =Beq ruido

$w_{\max}$ =frec. Max de modulante

Δw =desv. Frec…Δf

S/N en FM vs AM

$$So_{AM} = \overline{f^2(t)}$$
$$No_{AM} = 2\eta f_{\max}$$

$$\left.\frac{So}{No}\right|_{AM} = \frac{\overline{f^2(t)}}{2\eta f_{\max}}$$

$$\left.\frac{So}{No}\right|_{FM} = 3\pi A^2 \frac{\overline{kf^2 . f^2(t)}}{\eta w_{\max}{}^3} = 3\pi A^2 \frac{\Delta w^2}{\eta w_{\max}{}^2 2\pi f_{\max}}$$

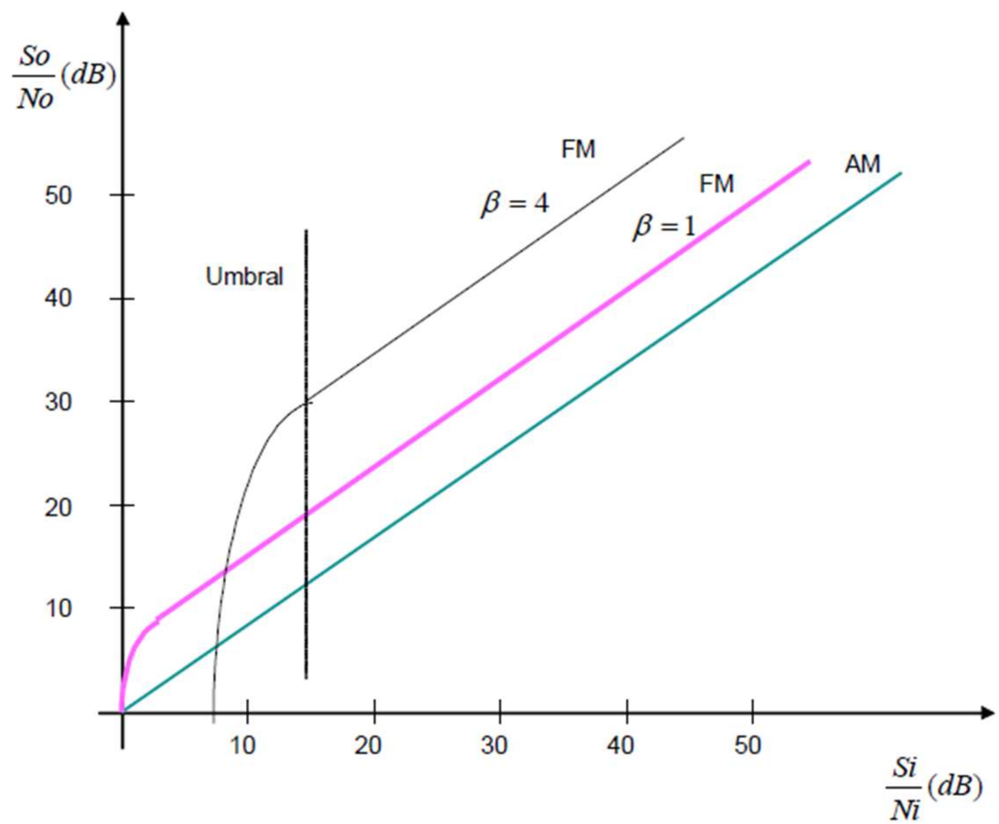
Tomemos para hacer la comparación la misma amplitud de portadora, la misma fmax y en AM que m=1, por lo tanto, a la salida del detector en AM se detecta la amplitud A

$$So_{AM} = \overline{f^2(t)} = A^2$$
$$No_{AM} = 2\eta f_{\max}$$

$$\left.\frac{So}{No}\right|_{AM} = \frac{A^2}{2\eta f_{\max}}$$

$$\frac{\left.\frac{So}{No}\right|_{FM}}{\left.\frac{So}{No}\right|_{AM}} = \frac{3A^2 \frac{\Delta w^2}{2\eta w_{\max}{}^2 f_{\max}}}{\frac{A^2}{2\eta f_{\max}}} = 3\frac{\Delta w^2}{w_{\max}{}^2} = 3\beta^2$$

Umbrales



$\frac{So}{No}(dB)$
50
40
30
20
10
Umbral
FM
$\beta = 4$
FM
$\beta = 1$
AM
10
20
30
40
50
$\frac{Si}{Ni}(dB)$