Bibliografía

1)Electrical Noise (Bennett) (Mc Graw - Hill) -1960
2)Statistical Theory of Communication (Lee) (Wiley & Sons) - 1960
3)Solid State Communications (Texas) - 2004

Ruido

Podemos definir el ruido como toda señal espuria no relacionada con la información deseada.
De acuerdo a esto, se pueden encontrar dos grupos significativos:

1) El **impulsivo**: debido a descargas atmosféricas y las producidas por motores, máquinas, etc.
2) El **estadístico**: del cual se reconocen 3 tipos, el ruido térmico, el ruido diódico o “shot noise” o “ruido de fritura” y el ruido flicker o ruido 1/f

El que vamos a tratar es el “ **ruido estadístico** “

1.- Ruido térmico

Todo conductor eléctrico produce una tensión irregularmente variable a través de sus terminales, como resultado de la moción aleatoria de los electrones libres en el mismo, sujetos a la agitación térmica. Este efecto recibe indistintamente los nombres de ruido circuital, ruido térmico, ruido resistivo o ruido de Johnson que fue quien lo estudió y determinó el valor cuadrático de la tensión de ruido

$$\overline{eth^2} = 4kT\int_{f_1}^{f_2} R df$$

Donde:

k = constante de Boltzmann; $k = 1.374x10^{-23}\ joule/.^oK$
T = temperatura en ^oK
f = frecuencia
R = valor de la componente resistiva de la impedancia a través de la cual se produce la agitación térmica (función de la frecuencia en el caso general)

Cuando la R, es independiente de la frecuencia, dentro del rango f_1 a f_2, la $\overline{eth^2}$, vale

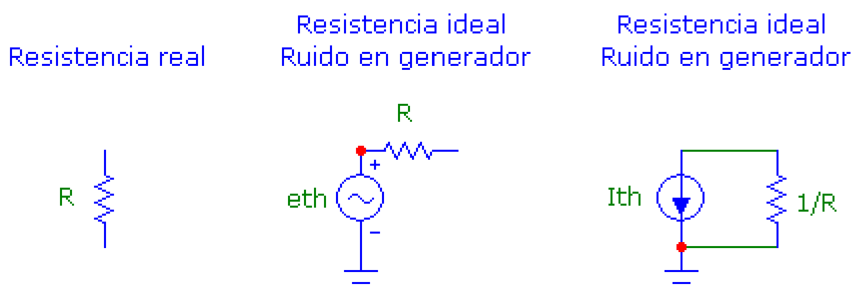
$$\boxed{\overline{eth^2} = 4kTR(f_2 - f_1) = 4kTR\Delta f = 4kTRBeq}$$

Donde $\Delta f = Beq = (f_2 - f_1)$; que es el ancho de banda equivalente a ruido

Es importante destacar, que la ecuación anterior establece que la tensión cuadrática media de ruido, desarrollada sobre una resistencia, es proporcional al ancho de banda (*Beq*) e independiente de la frecuencia de la banda

Esto significa que la tensión cuadrática media de ruido, desarrollada a través de una resistencia dada, en la banda de 1000 a 2000 hz, es exactamente igual a la tensión cuadrática media de ruido desarrollada sobre la misma resistencia en cualquier otra banda del mismo ancho, por ejemplo de 1001000 a 1002000hz

Circuito equivalente de ruido térmico:



En estos circuitos equivalentes, la tensión o corriente de ruido la suministra un "generador equivalente de ruido", y la resistencia se contempla libre de ruido

2.- Ancho de Banda Equivalente de Ruido de un Amplificador

Hemos determinado que $\overline{eth^2} = 4kTR(f_2 - f_1) = 4kTRBeq$; por lo tanto, la Potencia de Ruido, será

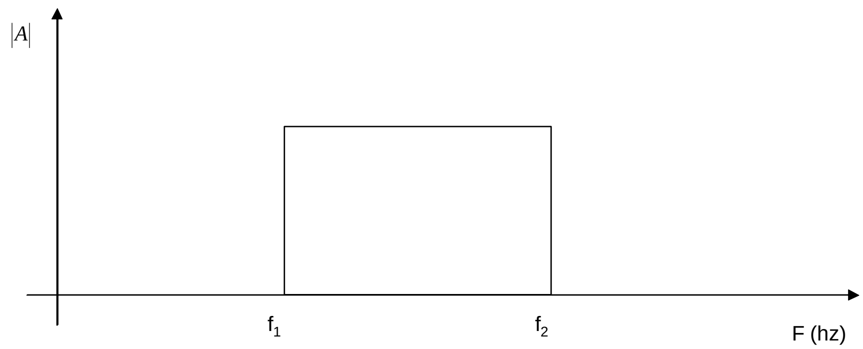
$$\frac{\overline{eth^2}}{R} = 4kT(f_2 - f_1) = 4kTBeq = Pth$$

De donde se puede ver que si diferenciamos dicha ecuación, tenemos:

$$d\,\frac{\overline{eth^2}}{R} = dPth = 4kTdf$$

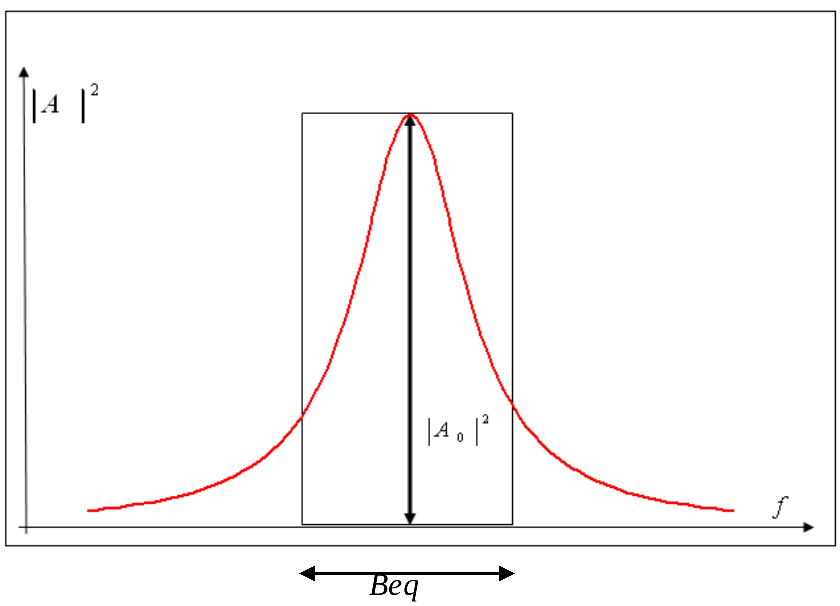
Donde se establece que $dPth$, es un espectro continuo; o sea que si graficamos $\frac{dPth}{df}$, respecto de la frecuencia, obtenemos:

Esto nos dice que sería fácil determinar la potencia de ruido si un amplificador tuviese una característica del tipo:



Pues en este caso $\Delta f = Beq = f_2 - f_1$;

Teniendo en cuenta que en un amplificador no ideal su curva característica es del tipo:



Dado que tenemos que tenemos que comparar potencias o sea las áreas o superficies que cubren las curvas, entonces tendremos que:

$$Beq|A_0|^2 = \int_0^{\infty} |A|^2 df \quad ; \text{por lo tanto} \quad Beq = \frac{\int_0^{\infty} |A|^2 df}{|A_0|^2}$$

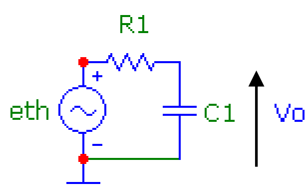
En este último caso, se debe definir un "ancho de banda equivalente" que tenga la misma potencia de ruido que el ideal, el mismo será

$$\boxed{Beq = \frac{\int_0^{\infty} |A|^2 df}{|A_0|^2}}$$

En la ecuación anterior, A es la amplificación a la frecuencia f, y Ao es la ganancia o amplificación máxima

Ejemplos:

a.- Sea el siguiente circuito, para el cual, suponemos aislar el generador de ruido



$$A = \frac{Vo}{\overline{eth}} = \frac{\overline{eth}}{\left(\frac{1}{jwC_1} + R\right)} \frac{1}{jwC_1} \frac{1}{\overline{eth}}$$

$$A = \frac{Vo}{\overline{eth}} = \frac{1}{1 + jwC_1R}$$

$$|A| = \frac{1}{\sqrt{1 + w^2C_1^2R^2}} \quad \text{Por lo tanto } |A|^2 = \frac{1}{1 + w^2C_1^2R^2}$$

$$Beq = \frac{\int_0^{\infty} |A|^2 df}{|A_0|^2} = \frac{1}{|A_0|^2} \int_0^{\infty} \frac{1}{1 + w^2C_1^2R^2} df$$

Como $w = 2\pi . f$, entonces $dw = 2\pi .df$

$$Beq = \frac{1}{2\pi |A_0|^2} \int_0^\infty \frac{1}{1 + w^2 C_1^2 R^2} dw$$ considerando *Ao=1*

$$Beq = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{1 + w^2 C_1^2 R^2} dw = \frac{1}{2\pi R^2 C_1^2} \int_0^\infty \frac{1}{\frac{1}{R^2 C_1^2} + w^2} dw$$

$$Beq = \frac{1}{2\pi R^2 C_1^2} \int_0^\infty \frac{1}{\frac{1}{R^2 C_1^2} + w^2} dw = \frac{1}{2\pi R^2 C_1^2} \frac{1}{\frac{1}{RC_1}} \left(arctg \frac{w}{\frac{1}{R\ C_1}} \right)_0^\infty = \frac{1}{2\pi RC_1} \left(arctgwRC_1 \right)_0^\infty$$

$$Beq = \frac{1}{2\pi RC_1} \left(arctgwRC_1 \right)_0^\infty = \frac{1}{2\pi RC_1} (\frac{\pi}{2} - 0) = \frac{\pi}{2} \frac{1}{2\pi RC_1}$$

Como $\frac{1}{2\pi RC_1}$ = Ancho de banda de un pasabajos

$$\boxed{Beq = \frac{\pi}{2} B}$$

b.- Supongamos una función de segundo orden

$$|A|^2 = \frac{A_0^2}{1 + \left(\frac{w}{w_0} \right)^4}$$ si $A_0 = 1$

$$Beq = \frac{\int_0^\infty |A|^2 df}{|A_0|^2} = \int_0^\infty \frac{1}{1 + \left(\frac{w}{w_0} \right)^4} df = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{1}{1 + \left(\frac{w}{w_0} \right)^4} dw$$

$$Beq=\frac{w_0^4}{2\pi}\int_0^\infty\frac{1}{w_0^4+w^4}dw=\frac{w_0^4}{2\pi}\left(\frac{1}{4w^3\sqrt{2}}\ln(\frac{w^2+w_0w\sqrt{2}+w_0^2}{w^2-w_0w\sqrt{2}+w_0^2})+\frac{1}{2w_0^3\sqrt{2}}arctg\frac{w_0w\sqrt{2}}{w_0^2-w^2}\right)_0^\infty$$

$$Beq=\frac{w_0^4}{2\pi}\left(0+\frac{1}{2w_0^3\sqrt{2}}arctg\frac{w_0w\sqrt{2}}{w_0^2-w^2}\right)_0^\infty=\frac{w_0^4}{2\pi}\left(0+\frac{1}{2w_0^3\sqrt{2}}\pi\right)=\frac{w_0}{4}\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\boxed{Beq=\frac{w_0}{4}\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{2\pi f_0}{4\sqrt{2}}=f_0\frac{\pi}{2\sqrt{2}}}$$

c.- Supongamos un Simple Sintonizado

$\overline{A(j\chi)}=\frac{1}{1+j\chi}$, por lo tanto, la Ganancia Normalizada en módulo al cuadrado, será:

$$\left|\overline{A(\chi)}\right|^2=\frac{1}{1+\chi^2}$$

Otra forma de expresarlo es: $|A(\chi)|^2=\frac{|A_0|^2}{1+\chi^2}$;

Recordemos que; $Beq=\frac{\int_0^\infty|A|^2df}{|A_0|^2}$

Y que $\chi=2Qc\frac{\Delta w}{w_0}=2Qc\frac{\Delta f}{f_0}=2Qc\frac{(f-f_0)}{f_0}$

$d\chi=\frac{2Qc}{f_0}df$; por lo tanto $df=\frac{f_0}{2Qc}d\chi$; ahora como χ , varía desde $-\infty$ a $+\infty$

debemos cambiar los límites de integración

$$Beq=\frac{1}{|A_0|^2}\int_{-\infty}^{+\infty}|A|^2\frac{f_0}{2Qc}d\chi=\frac{f_0}{2Qc}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{1+\chi^2}d\chi$$

$$\boxed{Beq = \frac{f_0}{2Qc}\left(arctg\chi\right)_{-\infty}^{+\infty} = \frac{f_0}{2Qc}\left[\frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right)\right] = \frac{f_0}{2Qc}\pi = B\frac{\pi}{2}}$$

d.- Supongamos un Doble Sintonizado con *kQ=1*

$\left|\overline{A(\chi)}\right| = \dfrac{1}{\sqrt{1+\dfrac{\chi^4}{4}}}$; por lo tanto, la Ganancia Normalizada en módulo al cuadrado, será:

$$\left|\overline{A(\chi)}\right|^2 = \frac{1}{1+\dfrac{\chi^4}{4}}$$

Si llamamos $u^4 = \dfrac{\chi^4}{4}$; entonces $du = \dfrac{d\chi}{\sqrt[4]{4}}$ o expresado como $d\chi = \sqrt[4]{4}du$

Podemos entonces , calcular

$$Beq = \frac{f_0}{2Qc}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{1+\dfrac{\chi^4}{4}}d\chi = \frac{f_0}{2Qc}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{1+u^4}\sqrt[4]{4}du = \sqrt{2}\,\frac{f_0}{2Qc}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{1+u^4}du$$

$$Beq = \sqrt{2}\,\frac{f_0}{2Qc}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{1}{1+u^4}du = \sqrt{2}\,\frac{f_0}{2Qc}\left(\frac{1}{4\sqrt{2}}\ln\frac{u^2+u\sqrt{2}+1}{u^2-u\sqrt{2}+1} + \frac{1}{2\sqrt{2}}arctg\frac{u\sqrt{2}}{1-u^2}\right)_{-\infty}^{+\infty}$$

$$\boxed{Beq = \sqrt{2}\,\frac{f_0}{2Qc}\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}(\pi-(-\pi))\right) = \frac{f_0}{2Qc}\pi = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}\frac{f_0}{2Qc}\pi = \frac{\pi}{2\sqrt{2}}B_{ds}}$$

El ancho de banda equivalente a ruido es el del total de las etapas y no de alguna de ellas

3.- Ruido de fritura (shot noise)

Se debe al movimiento fluctuante en medio de un campo como el existente en la zona de carga espacial (o de vaciamiento) de cada juntura. Resulta ser el valor cuadrático medio de la corriente de ruido:

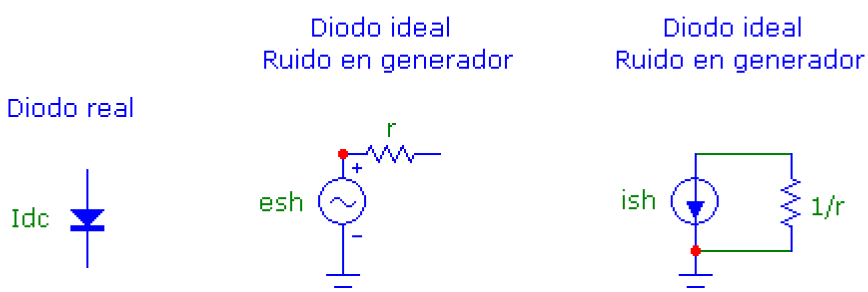
$\overline{ish^2} = 2qIdcBeq$, o sea $\qquad \overline{ish^2} = 2qIdc(f_2 - f_1)$

Donde

Idc = corriente media

q = carga del electrón o sea, $q = 1.59x10^{-19} Coulomb$

Circuito Equivalente



$$\overline{esh} = \overline{ish} x r$$

$$\overline{esh} = \sqrt{2qIdcBeq}.r$$

$\overline{esh}^2 = 2qIdcBeq.r^2$; Asimismo, $r = \dfrac{kT}{qIdc} = \dfrac{vd}{Idc}$

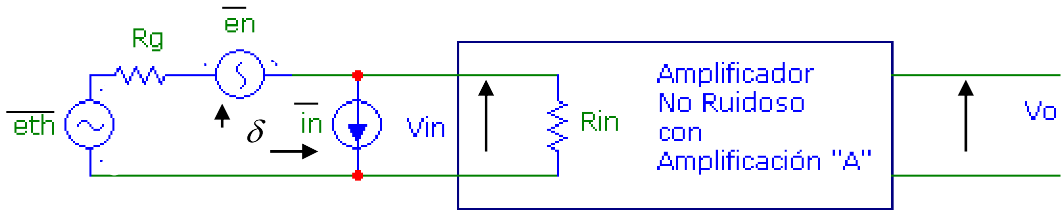
$$\overline{esh}^2 = 2qIdcBeq.r\frac{kT}{qIdc} = 2kTBeq.r$$

$$\boxed{\overline{esh}^2 = 2kTBeq.r}$$

Como se puede observar, comparado con el ruido térmico generado por una resistencia de igual valor (r = R), es la mitad

4.- Caracterización del Fenómeno de Ruido, en Amplificadores

Por consideraciones de de ruido, una red lineal o un amplificador puede ser caracterizado por un generador de tensión de ruido serie y por un generador de corriente en paralelo en la entrada del mismo, a saber:



Definamos δ =coeficiente de correlación entre generadores y determinemos los valores de los generadores

$$\overline{en} = \left.\frac{V_0}{A}\right|_{\substack{entrada \\ en/corto}} \qquad \overline{in} = \left.\frac{V_0}{ARin}\right|_{\substack{entrada \\ circ/abierto}}$$

"Es necesario que la ganancia del amplificador, sea lo más grande posible, para que cualquier ruido introducido a la entrada en las etapas siguientes, sea pequeño comparado con el ruido de entrada"

Ahora si suponemos conocidos los valores de $\overline{en}$ y de $\overline{in}$; podemos calcular el "Factor de Ruido" o "Cifra de Ruido" , que se define como:

El Factor de Ruido, es la relación entre la "Potencia Total de Ruido a la Salida" y al "Potencia de Ruido debida solamente a la Resistencia del Generador, a la Salida"

$$F = \frac{\text{Potencia Total de Ruido a la Salida}}{\text{Potencia de Ruido debida solamente a la Resistencia del Generador, a la Salida}}$$

a.- Calculemos la Tensión Total de Ruido en la Entrada del Amplificador

$$\overline{vit} = \overline{v_1} + \overline{v_2} \begin{cases} \overline{v_1} = \left(\overline{eth} + \overline{en}\right)\dfrac{Rin}{Rin + Rg} \\ \\ \overline{v_2} = \overline{in}(Rin // Rg) = \overline{in}\dfrac{RgRin}{Rin + Rg} \end{cases}$$

$$\overline{vit} = \overline{v_1} + \overline{v_2} = \left(\overline{eth} + \overline{en}\right)\frac{Rin}{Rin + Rg} + \overline{in}\frac{RgRin}{Rin + Rg}$$

$$\boxed{\overline{vit} = \overline{v_1} + \overline{v_2} = \left(\overline{eth} + \overline{en} + \overline{in}Rg\right)\frac{Rin}{Rin + Rg}}$$

b.- Calculemos la Tensión de Ruido debida al Generador y presente en la entrada del amplificador

$$\boxed{\overline{vig} = \overline{eth}\frac{Rin}{Rin + Rg}}$$

c.- Cifra de Ruido

$$F = \frac{\dfrac{\left(\overline{vitA}\right)^2}{R}}{\dfrac{\left(\overline{vigA}\right)^2}{R}} = \frac{\overline{vit}^2}{\overline{vig}^2} = \frac{\left(\overline{eth} + \overline{en} + \overline{in}Rg\right)^2\left(\dfrac{Rin}{Rin + Rg}\right)^2}{\overline{eth}^2\left(\dfrac{Rin}{Rin + Rg}\right)^2} = \frac{\left(\overline{eth} + \overline{en} + \overline{in}Rg\right)^2}{\overline{eth}^2}$$

Como podemos ver, en la ecuación anterior, la relación de potencias de ruido, se convierte en una relación de tensiones cuadráticas medias, y dado que es medido sobre la misma resistencia de carga, la relación es realmente de tensiones de entrada

Desarrollemos la ecuación de *F*

$$F = \frac{\left(\overline{eth} + \overline{en} + \overline{in}Rg\right)^2}{\overline{eth}^2} = \frac{\overline{eth}^2 + \overline{en}^2 + \left(\overline{in}Rg\right)^2 + \underbrace{2\overline{eth}.\overline{en}}_{0} + \underbrace{2\overline{eth}.\overline{in}Rg}_{0} + 2\overline{en}.\overline{in}Rg\delta}{\overline{eth}^2}$$

Aquí debemos colocar el factor de correlación de generadores "δ", que sólo existe entre $\overline{en}$ y la $\overline{in}$, pues ninguno de los generadores aludidos está correlacionado con *eth*, esto se puede ver en forma idéntica a dos generadores de alterna cuando suman sus señales o sea que en fase, y si no lo están se anulan sus efectos, quedando la Cifra de Ruido como:

$$\boxed{F = 1 + \frac{\overline{en}^2}{\overline{eth}^2} + \frac{\left(\overline{in}Rg\right)^2}{\overline{eth}^2} + \frac{2\overline{en}..\overline{in}Rg\delta}{\overline{eth}^2}}$$

Dado que $\boxed{\overline{eth}^2 = 4kTRgBeq}$, podemos expresar la Cifra de Ruido como:

$$\boxed{F = 1 + \frac{1}{4kTBeq}\left(\frac{\overline{en}^2}{Rg} + \overline{in}^2 Rg + 2\overline{en}..\overline{in}\delta\right)}$$

La Cifra de Ruido, puede expresarse como cociente de relaciones de potencias o como equivalente en decibeles de dicha relación

Determinemos el valor de *Rg*, que hace mínima a *F*

$$F = 1 + \frac{1}{4kTBeq}\left(\frac{\overline{en}^2}{Rg} + \overline{in}^2 Rg + 2\delta\overline{en}..\overline{in}\right)$$

$$\frac{dF}{Rg} = \frac{1}{4kTBeq}\left(-\frac{\overline{en}^2}{Rg^2} + \overline{in}^2\right) = 0$$

$$\frac{\overline{en}^2}{Rg^2} = \overline{in}^2$$

$$Rg^2 = \frac{\overline{en}^2}{\overline{in}^2}$$

$$\boxed{Rg_{opt} = \frac{\overline{en}}{\overline{in}}}$$

Por lo tanto;

$$F = 1 + \frac{1}{4kTBeq}\left(\frac{\overline{en}^2}{Rg} + \overline{in}^2 Rg + 2\delta \overline{en}..\overline{in}\right)$$

$$F = 1 + \frac{1}{4kTBeq}\left(\frac{\overline{en}^2}{\frac{\overline{en}}{\overline{in}}} + \overline{in}^2 \frac{\overline{en}}{\overline{in}} + 2\delta \overline{en}..\overline{in}\right) = 1 + \frac{1}{4kTBeq}\left(\overline{en}..\overline{in} + \overline{en}..\overline{in} + 2\delta \overline{en}..\overline{in}\right)$$

$$\boxed{F = 1 + \frac{\overline{en}.\overline{in}}{2kTBeq}(1+\delta)}$$

Aclaración, aunque en la fórmula vemos claramente que *Beq*, queda en forma inversamente proporcional, no significa que a mayor *Beq* habrá menos ruido, todo lo contrario, lo que ocurre es que $\overline{in}\ y\ \overline{en}$, también son función de *Beq*, y el valor "δ", varía de 0 a 1

5.- Ruido en Válvulas

En las válvulas se genera un ruido aleatorio de carácter similar al que se produce en las resistencias, como resultado de las irregularidades del flujo electrónico. El ruido valvular puede dividirse en:

a) Efecto de granalla (shot noise), debido a las variaciones aleatorias del régimen de emisión del cátodo
b) Ruido de partición, originado por las variaciones probabilísticas en la división de la corriente entre dos o más electrodos positivos
c) Ruido inducido de reja, producido por consecuencia de la corriente de electrones que atraviesan la zona ocupada por la reja control
d) Ruido de emisión secundaria, que surge a raíz de las variaciones aleatorias en la emisión de electrones secundarios
e) Efecto de parpadeo o "flicker", que es una variación de baja frecuencia de emisión, propia de los cátodos revestidos de óxido

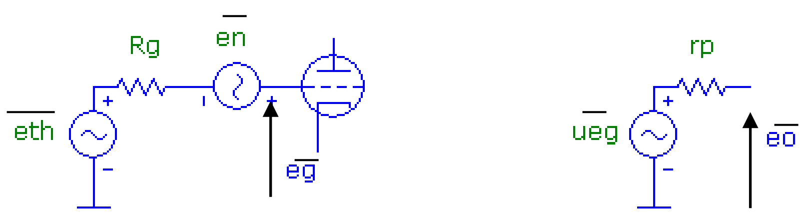
Las principales fuentes de ruido en las válvulas son; ruido de granalla (shot noise, ruido de fritura), el ruido de partición y el ruido inducido en la reja

Ejemplo, para un triodo

$$\boxed{\overline{en}^{2} = 4kT\,Req\,Beq} \quad \text{con} \quad \boxed{Req = \frac{2.5}{gm}}$$

La componente de ruido de la corriente anódica de un triodo limitado por la carga espacial y que funciona con reja negativa, es la misma que la de un diodo equivalente, por lo tanto, es conveniente expresar la componente de ruido de la corriente anódica del triodo en términos de una resistencia equivalente. Al aplicar este concepto, la tensión de ruido generada por dicha resistencia equivalente queda directamente en serie con la reja

Cálculo de la Cifra de Ruido en una etapa valvular



$\overline{eo}' = \mu\overline{eg} = \mu\overline{eth}$ Que es la tensión debida al generador

$\overline{eo}'' = \mu(\overline{eth} + \overline{en})$ Que es la tensión total

$$F = \frac{\dfrac{\overline{eo}''^{2}}{R}}{\dfrac{\overline{eo}'^{2}}{R}} = \frac{\mu^{2}(\overline{eth} + \overline{en})^{2}}{\mu^{2}\overline{eth}^{2}} = \frac{\overline{eth}^{2} + \overline{en}^{2} + \overbrace{2\overline{en}.\overline{eth}}^{0}}{\overline{eth}^{2}} = 1 + \frac{\overline{en}^{2}}{\overline{eth}^{2}}$$

Reemplazando por lo valores de $\overline{eth}.y.\overline{en}$ tenemos:

$$\boxed{F = 1 + \frac{\overline{en}^2}{\overline{eth}^2} = 1 + \frac{4kT\,\mathrm{Re}\,qBeq}{4kTRgBeq} = 1 + \frac{\mathrm{Re}\,q}{Rg}}$$

6.- Ruido en Transistores bipolares

a) Generalidades

En un receptor de televisión podemos estar hablando de una *F=10db*,
Un transistor como el *MRF904* de baja potencia y de utilidad en Rf y Microondas, puede tener una *F=1.5 db*, a una frecuencia de *450Mhz*, con unos *11 db* de ganancia a dicha frecuencia
Mientras que un 2N5109, que también es de baja potencia y de idéntica utilidad, puede tener una *F=3db*, a una frecuencia de *200Mhz*, con unos *12db* de ganancia

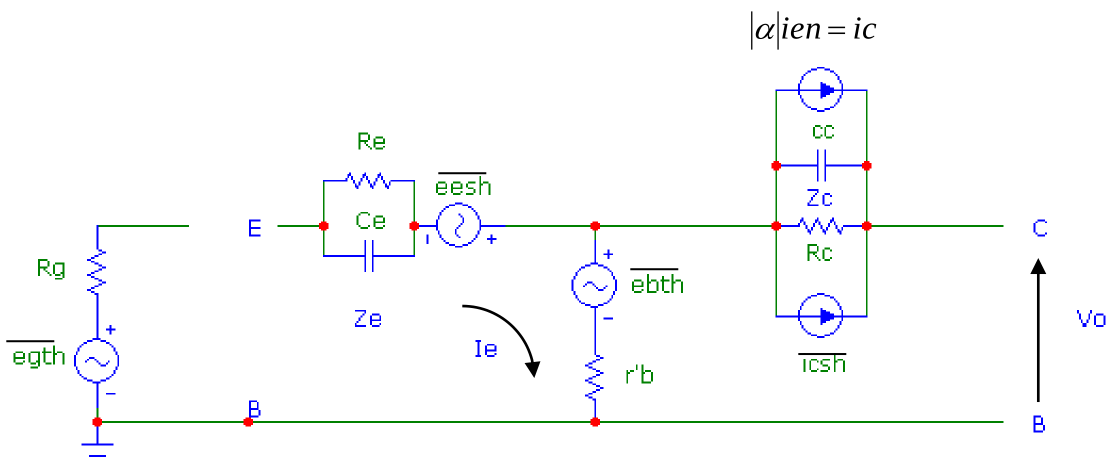
MRF904 2N5109

Para estudiar el fenómeno de ruido en transistores bipolares, vamos de utilizar la configuración base común, aunque podríamos haber utilizado la de emisor común también.
Las etapas en colector común poseen una gran figura / cifra de ruido y por lo tanto, son de poca utilidad en aplicaciones de alta frecuencia

El transistor tiene en sí mismo, 3 (tres) fuentes principales internas de ruido

a.- Shot noise, en la juntura base-emisor (ruido de granalla por difusión)
b.- Ruido térmico, debida a la resistencia del cuerpo de base
c.- Shot noise, en la juntura base-colector (ruido de granalla por recombinación)

Estas fuentes de ruido pueden ser expresadas en un circuito equivalente del tipo “T” de alta frecuencia



b) Determinación de la Cifra de Ruido

a.- La corriente total de ruido del emisor $\overline{ien}$, se encuentra sumando las tensiones de ruido de la malla de entrada y dividiéndola por la impedancia total de la misma, aunque recordemos que el ruido se trata con valores resistivos o sea con el valor real de la impedancia que está bajo una agitación térmica

$$\overline{ien} = \frac{\overline{egth} + \overline{eesh} + \overline{ebth}}{Rg + re + r'b}$$

Esta corriente aparecerá a la salida como $ic = |\alpha|.ien$; o como una tensión de ruido a circuito abierto $|\alpha|.ien.|Zc|$; dado que $|Zc| >> r'b$

Asimismo, los generadores de ruido enunciados, no están correlacionados en $\overline{ien}$, pues son independientes, por lo tanto, la tensión cuadrática media de ruido a circuito abierto será

$$\overline{v'o}^2 = |\alpha|^2 \overline{ien}^2 |Zc|^2 = |\alpha|^2 |Zc|^2 \left(\frac{\overline{egth}^2 + \overline{eesh}^2 + \overline{ebth}^2}{(Rg + re + r'b)^2} \right)$$

Por otra parte, la tensión de ruido provocada por el mismo colector será:

$$\overline{v'oc}^2 = \overline{icsh}^2 |Zc|^2$$

Con lo cual, tensión total de ruido a la salida será:

$$\boxed{\overline{vot}^2 = \overline{v'o}^2 + \overline{v'oc}^2 = |\alpha|^2 |Zc|^2 \left(\frac{\overline{egth}^2 + \overline{eesh}^2 + \overline{ebth}^2}{(Rg + re + r'b)^2} \right) + \overline{icsh}^2 |Zc|^2}$$

Por otra parte la tensión debida al generador en la salida, será:

$$\boxed{\overline{vog}^2 = |\alpha|^2 |Zc|^2 \frac{\overline{egth}^2}{(Rg + re + r'b)^2}}$$

Entonces la Cifra de Ruido será:

$$F = \frac{\overline{vot}^2}{\overline{vog}^2} = \frac{|\alpha|^2 |Zc|^2 \left(\frac{\overline{egth}^2 + \overline{eesh}^2 + \overline{ebth}^2}{(Rg + re + r'b)^2} \right) + \overline{icsh}^2 |Zc|^2}{|\alpha|^2 |Zc|^2 \frac{\overline{egth}^2}{(Rg + re + r'b)^2}}$$

$$F = \frac{|\alpha|^2 (\overline{egth}^2 + \overline{eesh}^2 + \overline{ebth}^2) + \overline{icsh}^2 (Rg + re + r'b)^2}{|\alpha|^2 \overline{egth}^2}$$

$$F = (\frac{\overline{egth}^2}{\overline{egth}^2} + \frac{\overline{eesh}^2}{\overline{egth}^2} + \frac{\overline{ebth}^2}{\overline{egth}^2}) + \frac{\overline{icsh}^2 (Rg + re + r'b)^2}{|\alpha|^2 \overline{egth}^2}$$

$$F = (1 + \frac{\overline{eesh}^2}{\overline{egth}^2} + \frac{\overline{ebth}^2}{\overline{egth}^2}) + \frac{\overline{icsh}^2 (Rg + re + r'b)^2}{|\alpha|^2 \overline{egth}^2}$$

Reemplazando por los valores de cada una de las tensiones de ruido, tenemos:

$$F = 1 + \frac{2kTreBeq}{4kTRgBeq} + \frac{4kTr'bBeq}{4kTRgBeq} + \frac{\overline{icsh}^2 (Rg + re + r'b)^2}{|\alpha|^2 4kTRgBeq}$$

Siendo el valor de $\overline{icsh}^2 = 2qBeq(Ic + Ico + |\alpha|^2 I_E - 2|\alpha|^2 I_E \frac{\alpha_{dc}}{\alpha_0})$

Donde

Ic, es la corriente media del colector

Ico, es la corriente inversa de saturación del colector

$\alpha = hfb$

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{1 + j\frac{f}{f_\alpha}}$$

α_0, es un α de baja frecuencia (*1Khz*), cercano al α_{dc} que es el de continua

$Ic = \alpha_{dc} I_E$

$$re = \frac{25mV}{I_E(mA)}$$

$$re.ce = \frac{1}{f_\alpha}$$

Entonces:

$$F = 1 + \frac{re}{2Rg} + \frac{r'b}{Rg} + \frac{q}{kT}\frac{(Rg + re + r'b)^2}{|\alpha|^2 2Rg}(Ic + Ico + |\alpha|^2 I_E - 2|\alpha|^2 I_E \frac{\alpha_{dc}}{\alpha_0})$$

$$\boxed{F = 1 + \frac{re}{2Rg} + \frac{r'b}{Rg} + \frac{q}{kT}\frac{(Rg + re + r'b)^2}{2Rg}(\frac{Ic + Ico}{|\alpha|^2} + I_E - 2I_E \frac{\alpha_{dc}}{\alpha_0})}$$

$$F = 1 + \frac{re}{2Rg} + \frac{r'b}{Rg} + \frac{(Rg + re + r'b)^2}{2Rg}\left[\frac{1}{re.I_E}(\frac{\alpha_{dc} I_E + Ico}{\frac{\alpha_0{}^2}{1 + \left(\frac{f}{f_\alpha}\right)^2}}) + \frac{1}{reI_E} I_E - 2I_E \frac{1}{reI_E}\frac{\alpha_{dc}}{\alpha_0}\right]$$

$$F = 1 + \frac{re}{2Rg} + \frac{r'b}{Rg} + \frac{(Rg + re + r'b)^2}{2Rg}\left[(1 + \left(\frac{f}{f_\alpha}\right)^2)(\frac{\alpha_{dc} I_E + Ico}{I_E}) + \frac{1}{re\alpha_0{}^2} + \frac{1}{re} - 2\frac{1}{re}\frac{\alpha_{dc}}{\alpha_0} \right]$$

$$F = 1 + \frac{re}{2Rg} + \frac{r'b}{Rg} + \frac{(Rg + re + r'b)^2}{2Rgre}\left[(1 + \left(\frac{f}{f_\alpha}\right)^2)(\alpha_{dc} + \frac{Ico}{I_E})\frac{1}{\alpha_0{}^2} + 1 - 2\frac{\alpha_{dc}}{\alpha_0} \right]$$

Teniendo en cuenta que:

1) $\alpha_{dc} + \frac{Ico}{I_E} \approx 1 + \frac{Ico}{I_E}$

2) $\alpha_{dc} \approx \alpha_0$

3) $\frac{Ico}{I_E} << 1$

4) $\frac{\alpha_{dc}}{hfe} \approx \frac{1}{hf_E}$; el hf_E, ganancia de corriente continua en emisor común

La Cifra de Ruido la podemos escribir como:

$$\boxed{F = 1 + \frac{re}{2Rg} + \frac{r'b}{Rg} + \frac{(Rg + re + r'b)^2}{2\alpha_0 Rgre}\left[\frac{1}{hf_E} + \frac{Ico}{I_E} + \left(\frac{f}{f_\alpha}\right)^2 \right]}$$

c) Determinación de la Rgopt

Partiendo de la ecuación de la Cifra de Ruido, derivando la misma respecto de Rg e igualando a cero, obtenemos:

$$\boxed{F = 1 + \frac{re}{2Rg} + \frac{r'b}{Rg} + \frac{(Rg + re + r'b)^2}{2\alpha_0 Rgre}\left[\frac{1}{hf_E} + \frac{Ico}{I_E} + \left(\frac{f}{f_\alpha}\right)^2 \right]}$$

$$\frac{\partial F}{\partial Rg}=-\frac{re}{2Rg^{2}}-\frac{r'b}{Rg^{2}}+\frac{2(Rg+re+r'b)2\alpha_{0}reRg-(Rg+re+r'b)^{2}2\alpha_{0}re}{4\alpha_{0}{}^{2}Rg^{2}re^{2}}\left[\frac{1}{hf_{E}}+\frac{Ico}{I_{E}}+\left(\frac{f}{f_{\alpha}}\right)^{2}\right]=0$$

$$0=\frac{1}{Rg^{2}}(-\frac{re}{2}-r'b)+\frac{1}{2\alpha_{0}re}\left[\frac{1}{hf_{E}}+\frac{Ico}{I_{E}}+\left(\frac{f}{f_{\alpha}}\right)^{2}\right]\left(\frac{Rg^{2}-re^{2}-r'b^{2}-2rer'b}{Rg^{2}}\right)$$

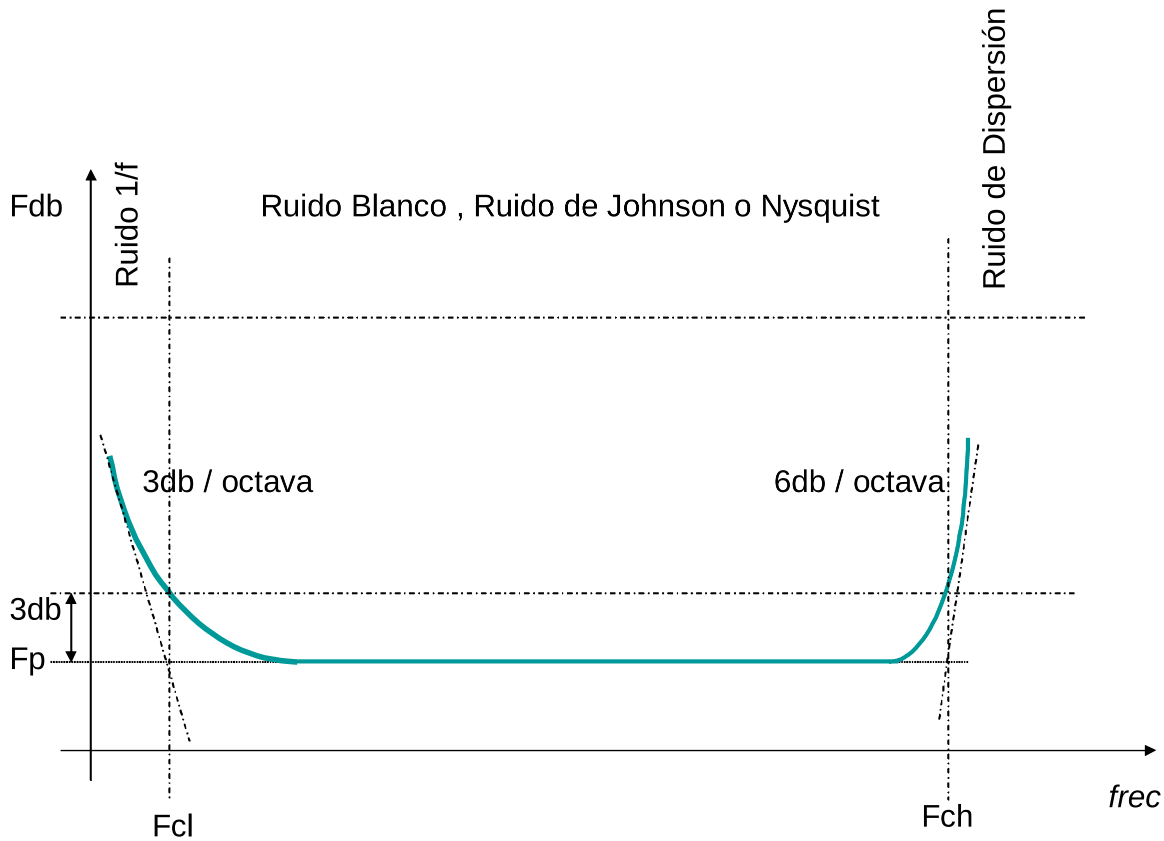
$$Rg^{2}-(re+r'b)^{2}=\frac{(\frac{re}{2}+r'b)2\alpha_{0}re}{\frac{1}{hf_{E}}+\frac{Ico}{I_{E}}+\left(\frac{f}{f_{\alpha}}\right)^{2}}$$

$$\boxed{Rgopt=\sqrt{\frac{(\frac{re}{2}+r'b)2\alpha_{0}re}{\left[\frac{1}{hf_{E}}+\frac{Ico}{I_{E}}+\left(\frac{f}{f_{\alpha}}\right)^{2}\right]}+(re+r'b)^{2}}}$$

Como puede observarse, si *Rgopt* $\uparrow$; según *F* $\downarrow$; *y Rgopt* $\downarrow$ si *re* $\downarrow$

Cuando estamos en baja frecuencia, $(\frac{f}{f_{\alpha}})^{2}$, es pequeño y si el transistor posee una alta hf_E, se requerirá una *Rgopt*, alta para mejorar la Cifra de Ruido

7.- Factor o Cifra de Ruido en función de la frecuencia



Fp; es el factor o cifra de ruido de un transistor en alta frecuencia
Fcl; low frequency noise corner
Fch; high frequency noise corner

El factor de baja frecuencia se define como sigue:

$$\boxed{F_{lowfreq} = Fp(1 + \frac{fcl}{f})}$$

8.- Temperatura de ruido

Hasta el momento hemos visto el ruido expresado como potencias o relaciones de tensiones cuadráticas medias, también se utiliza la temperatura para expresarlo

Para ello recordemos, **potencia disponible, "**Pa", es la máxima potencia que se puede extraer (es el mismo concepto que M.A.P.= Maximun Available Power), o sea $Pa = \frac{V^2}{4R}$; si esto lo llevamos a ruido, podemos ver, que si R es una fuente de ruido, $V_n^2 = 4kTRBeq$ (tensión cuadrática media de ruido de una resistencia), por lo tanto, $Pa = \frac{4kTRbeq}{4R} = kTBeq$; esto nos servirá para expresar la **Temperatura de Ruido**.

La Temperatura de Ruido, en cualquier punto de una red, se define como una fuente de ruido, que tiene como potencia disponible a Pa en un pequeño intervalo de frecuencia y esto provoca una temperatura de ruido equivalente de $\boxed{Te = \frac{Pa}{kBeq}}$; donde recordemos que la densidad espectral de potencia es constante, si el espectro de potencia de ruido no es plano, Pa y Te dependerán de la frecuencia y se deberá hallar el valor del "Beq" correspondiente a fin de equipararlo al plano

A su vez, otra definición es la **"Temperatura de Ruido Excesivo"= "Tx",** los generadores de ruido utilizados para probar amplificadores, se calibran a menudo en términos de temperatura $Tx = (T - To)$, siendo T la temperatura de ruido de la fuente y To la temperatura de referencia, *To=290ºK*

Otra definición es la **Temperatura de Ruido de Entrada Efectiva de una Red**, si una fuente de ruido térmico, se conecta a una red "sin" ruido, con ancho de banda pequeño, y ganancia disponible G(f), la potencia de ruido disponible de la fuente será: $Pni = kTBeq$ y la Potencia de ruido a la salida de la red $Pno = G(f)kTBeq$, si por el contrario la "red es ruidosa" entonces $Pno = G(f)kTBeq + Pne$; siendo Pne el ruido de la red, si queremos expresarlo en términos de temperatura, tenemos que la **temperatura equivalente de la red** será: $Te = \frac{Pne}{G(f)kBeq}$, por ende la Potencia de ruido total se expresará como:

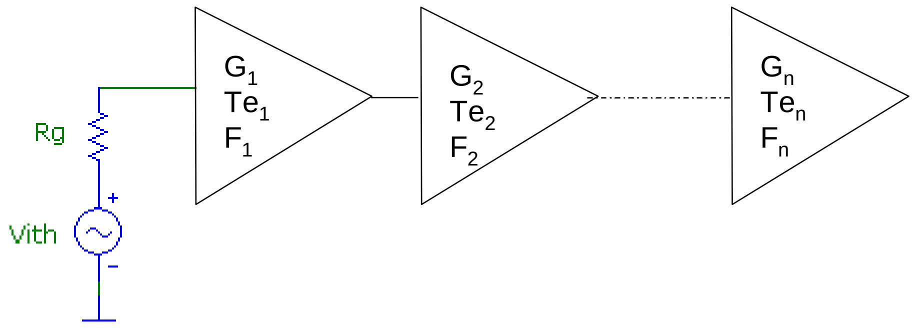
$$\boxed{Pno = G(f)kTBeq + G(f)kTeBeq = G(f)k(T + Te)Beq}$$

Si Calculamos la Cifra de Ruido

$$\boxed{F = \frac{Si/Ni}{So/No} = \frac{Pno}{Pni} = \frac{G(f)k(T + Te)Beq}{G(f)kTBeq} = 1 + \frac{Te}{T}}$$

En nuestro caso podemos suponer que *T=To,* por lo tanto; $Te = (F - 1)To$

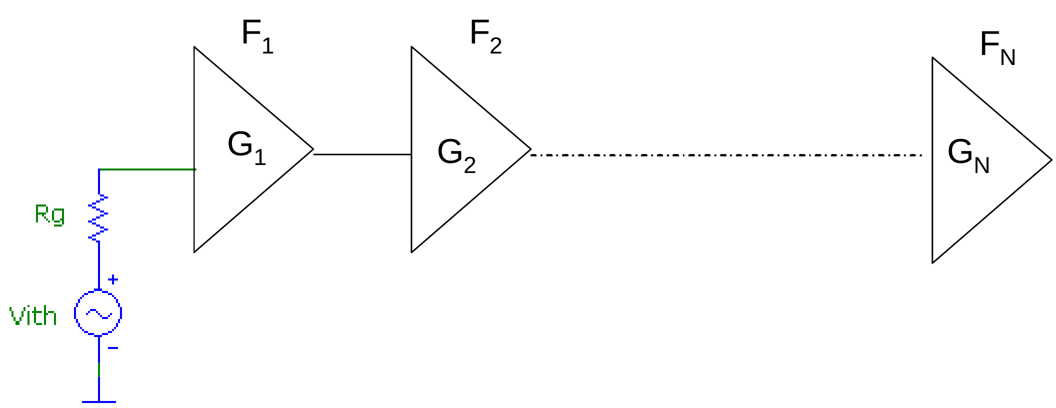
Si ahora consideramos, un conjunto de cuadripolos lineales en cascada como el siguiente, y calculamos la potencia de ruido total a la salida, como suma de las contribuciones estadísticas independientes, tendremos la posibilidad de formular la **Temperatura de Ruido de Entrada Efectiva,** del mismo



$$Pno = (G_1 G_2 ....Gn)kTe_1 Beq + (G_2 ....Gn)kTe_2 Beq + ... + GnkTenBeq = Gt.kTe_{1..n} Beq$$

$$\boxed{Te_{1..n} = Te_1 + \frac{Te_2}{G_1} + \frac{Te_3}{G_1 G_2} + ... + \frac{Ten}{(G_1 G_2 ....G_{n-1})}}$$

Si ahora queremos calcular, la Cifra de Ruido, del conjunto siguiente; relacionamos esta última ecuación con el valor de $Te = (F-1)T$;



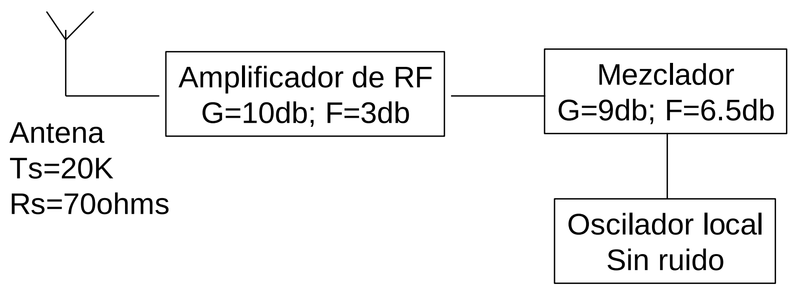
Reemplazando en la ecuación de $Te_{1\ldots n}$; obtenemos:

$$F = 1 + \frac{Te}{T} = 1 + (F_1 - 1)\frac{T}{T} + \frac{(F_2 - 1)}{G_1 T}T + \frac{(F_3 - 1)}{G_1 G_2 T}T + \ldots\ldots\ldots$$

$$\boxed{F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + - - - - - - - + \frac{F_N - 1}{\overset{n-1}{\underset{m=1}{\pi}} G_m}}$$

Donde “*Gm*” es la potencia en veces y función de la frecuencia

Supongamos ahora que tenemos un circuito con algunas etapas de un receptor y calculemos la cifra de ruido del mismo:



Rs = a la resistencia de radiación de la antena
Ts= temperatura efectiva de antena
El amplificador tiene G=10db o sea G=10veces; F=3db o sea F=2 veces
El mezclador tiene G=9db o sea G=7.94 veces y F=6.5db o sea F=4.47 veces
Si calculamos la Temperatura efectiva obtenemos:

$$Te_{1\ldots n} = Te_1 + \frac{Te_2}{G_1} + \frac{Te_3}{G_1 G_2} + \ldots\ldots\ldots\ldots + \frac{Ten}{(G_1 G_2 \ldots\ldots\ldots G_{n-1})}$$

$$Te_1 = To(F_1 - 1) = 290K(2-1) = 290K$$

$$Te2 = To(F_2 - 1) = 290K(4.47-1) = 1006.3K$$

$$Te_{1\ldots n} = 290K + \frac{1006.3}{10} = 391K$$

$$F = \frac{Si/Ni}{So/No} = 1 + \frac{Te}{To} = 1 + \frac{391K}{290K} = 2.35 veces \text{ o sea } F = 10\log 2.35 = 3.7db$$

Si ahora la recalculamos en base a:

$$F = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_1} + \frac{F_3 - 1}{G_1 G_2} + - - - - - - - + \frac{F_N - 1}{\overset{n-1}{\underset{m=1}{\pi}} G_m}$$

Obtenemos:

$$F = 2 + \frac{3.47}{10} = 2.35 veces$$ o sea *F=3.7 dB*

Como se observa cualquiera sea el método de cálculo, a través de temperatura equivalente o directamente por la cifra de ruido, obtenemos el mismo valor, aunque la "cifra de ruido real" no se halló, debido a que se tomó como temperatura de ruido de la entrada a *To*, entonces para corregir este valor tendremos:

$$F = \frac{Si/Ni}{So/No} = 1 + \frac{Te}{Ta} = \frac{Ta + Te}{Ta}$$ y como en este y muchos casos $Ta \neq To$;

$$F_{real} = \frac{Ta + Te}{Ta} = \frac{Ta + To(F-1)}{Ta} = 1 + \frac{To(F-1)}{Ta} = 1 + \frac{290K(2.35-1)}{20K} = 20.57 veces$$