

Unidad 1: Características Básicas de los Fluidos

Ing. Nahuel Castello

Mecánica de los fluidos - Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad Tecnológica Nacional FRH

2018

Contenido de La Unidad

- **Definición de fluido.**
- **Propiedades de los fluidos**
- **Viscosidad dinámica y cinemática. Fuerzas fluido dinámicas viscosas. Unidades.**
- **Clasificación de fluidos.**
- **Número de Reynolds.**
- **Modelo macroscópico de un fluido (modelos laminar y turbulento)**
- **Acción de un fluido sobre un cuerpo. La capa límite.**
- **Tensiones laminar y turbulenta.**
- **Tipos de flujo, técnicas de análisis.**
- **Túnel de ensayo. Semejanza entre modelo y prototipo.**
- **La velocidad del sonido.**
- **Compresibilidad y módulo de elasticidad.**

Propagación de la Onda Elástica

Áreas de aplicación de Mecánica de los Fluidos



Natural flows and weather
© Vol. 16/Photo Disc.



Boats
© Vol. 5/Photo Disc.



Aircraft and spacecraft
© Vol. 1/Photo Disc.



Power plants
© Vol. 57/Photo Disc.



Human body
© Vol. 110/Photo Disc.



Cars
Photo by John M. Cimbal.



Wind turbines
© Vol. 17/Photo Disc.



Piping and plumbing systems
Photo by John M. Cimbal.

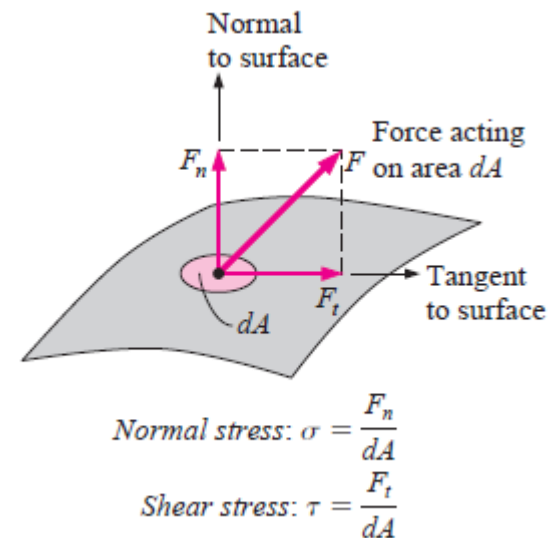
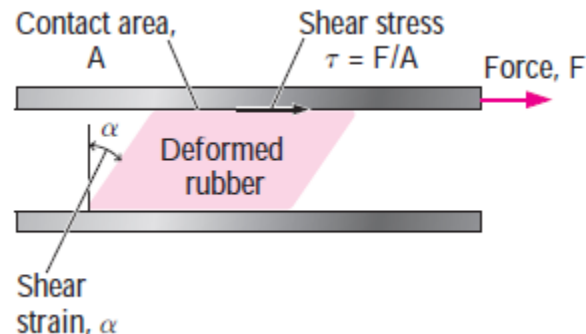


Industrial applications
Courtesy UMDE Engineering, Contracting,
and Trading. Used by permission.

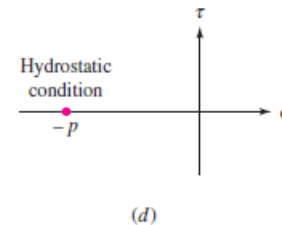
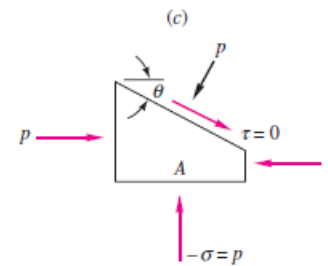
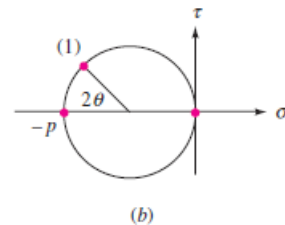
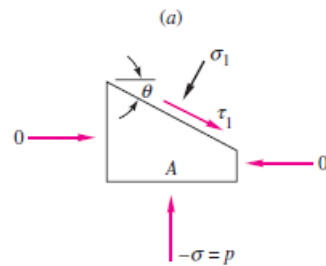
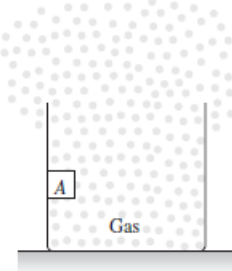
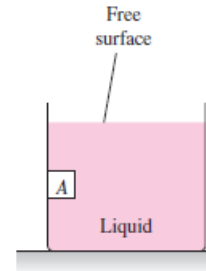
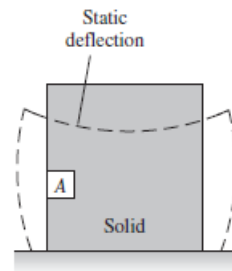
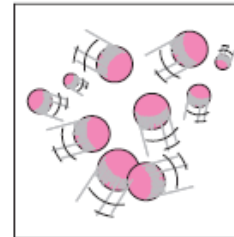
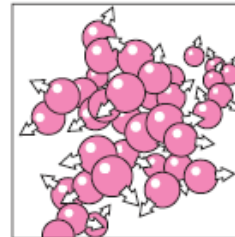
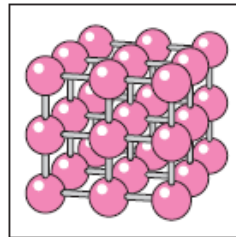
Definición de Fluido

Desde el punto de vista de la Mecánica de los Fluidos, existen dos estados para la materia, SOLIDO y FLUIDO.

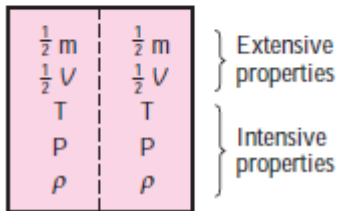
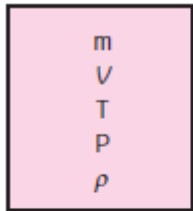
- Los **SOLIDOS** resisten las tensiones de corte.
- **LOS FLUIDOS NO RESISTEN LAS TENSIONES DE CORTE.** Solo resisten velocidad de deformación.



Definición de Fluido



Propiedades de los Fluidos



Las propiedades son divididas en dos grupos,
Intensivas (No dependen de la masa del sistema) y
Extensivas (dependen de la masa, es decir del tamaño del sistema)

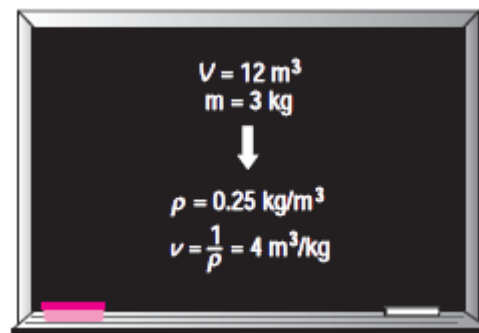
Densidad: $\rho = \frac{m}{V}$ (kg/m³)

Volumen Especifico: $\nu = V/m = 1/\rho$

Specific Gravity: $SG = \frac{\rho}{\rho_{H_2O}}$

Specific gravities of some substances at 0°C

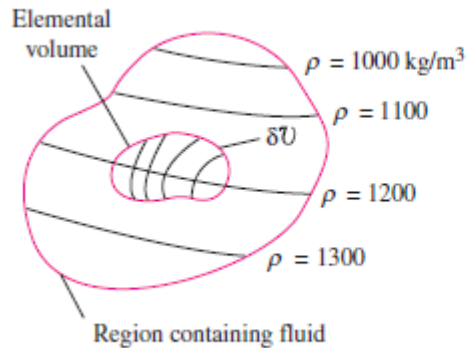
Substance	SG
Water	1.0
Blood	1.05
Seawater	1.025
Gasoline	0.7
Ethyl alcohol	0.79
Mercury	13.6
Wood	0.3–0.9
Gold	19.2
Bones	1.7–2.0
Ice	0.92
Air (at 1 atm)	0.0013



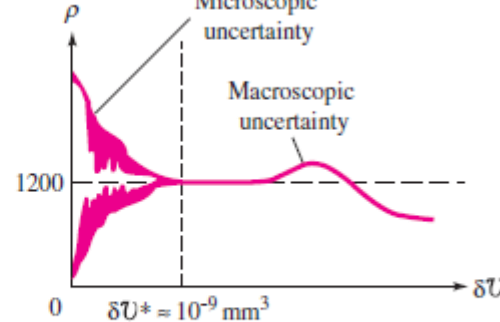
Propiedades de los Fluidos

Definición de un fluido como continuo / Definición de Densidad

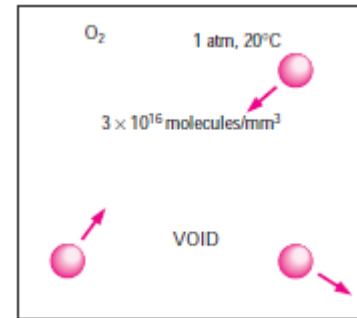
$$\rho = \lim_{\delta V \rightarrow \delta V^*} \frac{\delta m}{\delta V}$$



(a)



(b)



Considerando un volumen de aire en condiciones standard, na molécula de oxígeno viaja 200 veces su diámetro ($3 \times 10^{-10} \text{ m}$) antes de colisionar con otra.

El limite para δV^* es de $1 \times 10^{-9} \text{ mm}^3$

Por ejemplo, para un volumen de $1 \times 10^{-9} \text{ mm}^3$ de aire en condiciones standard, hay 1×10^7 moléculas, que es suficiente para definir la densidad de acuerdo a la expresión

“En este curso de Mecánica de los fluidos se considerara al Fluido como un continuo y los problemas se abordaran considerando esta hipótesis”

Tenga en cuenta que el calculo continuo no descarta la posibilidad de tener en cuenta discontinuidades, como por ejemplo las generadas por una onda de choque normal que se verán en la Unidad 7.

Propiedades de los Fluidos

Ecuación de Estado para un gas ideal:

$$PV = NR_u T.$$

$$Pv = RT \quad \text{or} \quad \boxed{P = \rho RT}$$

$$R = R_u / M, \text{ donde } R_u = 8.314 \text{ kJ/kmol} \cdot \text{K}$$

La Temperatura Termodinámica en el SI: : $T(\text{K}) = T(^{\circ}\text{C}) + 273.15$

- Un gas ideal es una sustancia hipotética que obedece a la *Ecuación de Estado*.
- Se ha observado experimentalmente que la relación de los gases ideales se aproxima al comportamiento P-v-T de los gases reales a bajas densidades.
- A bajas presiones y altas temperaturas, la densidad de un gas disminuye y el gas se comporta como un gas ideal.
- En el rango de interés práctico, muchos gases familiares como el aire, nitrógeno, oxígeno, hidrógeno, helio, argón, neón y Kriptón e incluso gases más pesados como el dióxido de carbono pueden tratarse como gases ideales con un error insignificante (a menudo menos del 1 por ciento).
- Gases densos como el vapor de agua en las plantas de energía a vapor y el vapor de refrigerante en los refrigeradores, sin embargo, no deben tratarse como gases ideales ya que generalmente existen en un estado cerca de la saturación

Propiedades de los Fluidos

Presión de Vapor:

- Está bien establecido que la temperatura y la presión son propiedades dependientes para sustancias puras durante los procesos de cambio de fase, y hay una correspondencia entre temperaturas y presiones.
- A una presión dada, la temperatura a la cual una sustancia pura cambia de fase se llama **temperatura de saturación** T_{sat} . Del mismo modo, a una temperatura dada, la presión a la que una sustancia pura cambia de fase se llama **presión de saturación** P_{sat} .
- A una presión absoluta de 1 atmósfera estándar (1 atm o 101.325 kPa), por ejemplo, la temperatura de saturación del agua es de 100 ° C. Por el contrario, en una temperatura de 100 ° C, la presión de saturación del agua es de 1 atm.
- La **presión de vapor** P_v de una sustancia pura se define como la presión ejercida por su vapor en equilibrio de fase con su líquido a una temperatura dada.
- P_v es una propiedad de la sustancia pura, y resulta ser idéntica a la presión de saturación P_{sat} del líquido ($P_v = P_{sat}$).
- Debemos tener cuidado de no confundir la presión de vapor con la presión parcial. La presión parcial está definida como la presión de un gas o vapor en una mezcla con otros gases.

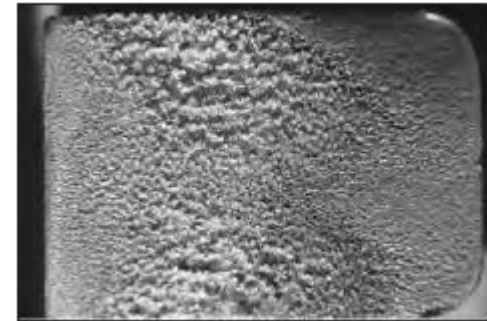
Propiedades de los Fluidos

Presión de Vapor:

Saturation (or vapor) pressure of water at various temperatures

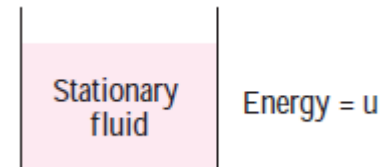
Temperature $T, ^\circ\text{C}$	Saturation Pressure $P_{\text{sat}}, \text{kPa}$
-10	0.260
-5	0.403
0	0.611
5	0.872
10	1.23
15	1.71
20	2.34
25	3.17
30	4.25
40	7.38
50	12.35
100	101.3 (1 atm)
150	475.8
200	1554
250	3973
300	8581

Cavitación:

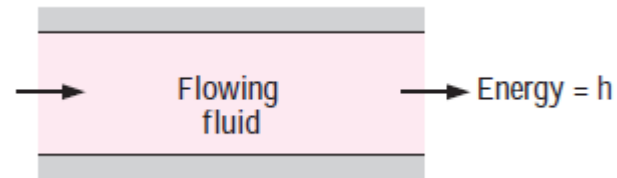


Propiedades de los Fluidos

La **Energía Interna** representa la energía microscópica por unidad de masa para un fluido estático



La **Entalpia** representa la energía microscópica por unidad de masa para un fluido en movimiento.



Entalpia: $h = u + Pv = u + \frac{P}{\rho}$

La **Energía Total** de un flujo se define como la suma de la energía interna U + Energía Cinética + Energía Potencial. El flujo que esta entrando y saliendo de un volumen de control posee una forma adicional de energía, la energía de flujo $\frac{P}{\rho}$, entonces la energía total esta dada por:

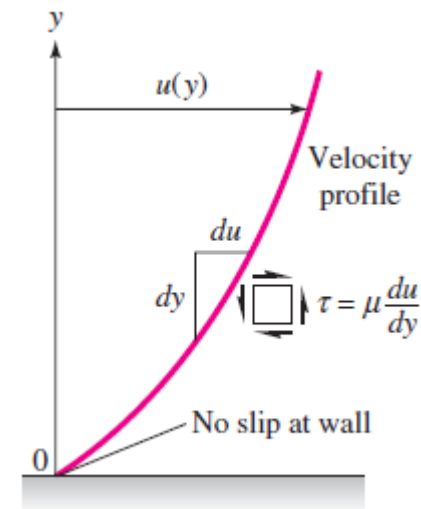
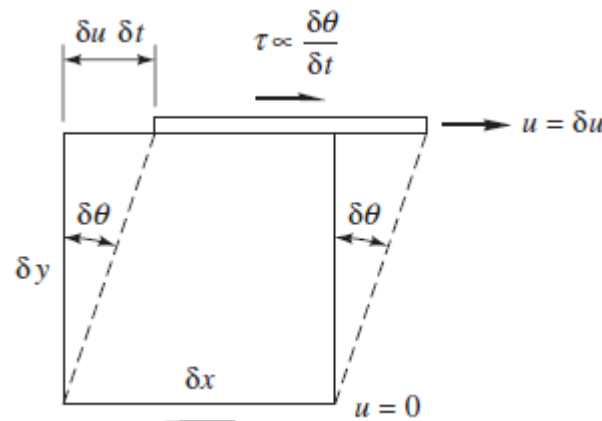
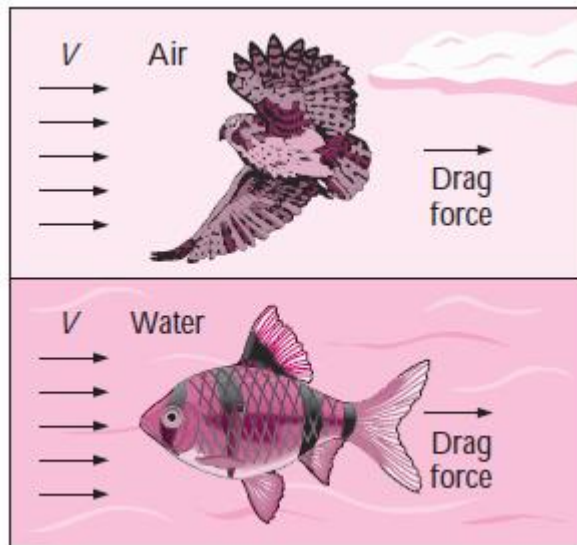
$$e_{\text{flowing}} = P/\rho + e = h + ke + pe = h + \frac{V^2}{2} + gz \quad (\text{kJ/kg})$$

Propiedades de los Fluidos

Viscosidad:

La resistencia interna del fluido al movimiento o fluidez se denomina **Viscosidad**.

La viscosidad da origen a tensiones de corte que actúan sobre la superficie del cuerpo en movimiento y da origen a la resistencia aerodinámica.



$$\tan \delta \theta = \frac{\delta u \delta t}{\delta y}$$

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{du}{dy}$$

$$\tau \propto \frac{\delta \theta}{\delta t}$$

$$\tau = \mu \frac{d\theta}{dt} = \mu \frac{du}{dy}$$

Propiedades de los Fluidos

Viscosidad:

Dynamic viscosities of some fluids at 1 atm and 20°C (unless otherwise stated)

Fluid	Dynamic Viscosity μ , kg/m · s
Glycerin:	
-20°C	134.0
0°C	10.5
20°C	1.52
40°C	0.31
Engine oil:	
SAE 10W	0.10
SAE 10W30	0.17
SAE 30	0.29
SAE 50	0.86
Mercury	0.0015
Ethyl alcohol	0.0012
Water:	
0°C	0.0018
20°C	0.0010
100°C (liquid)	0.00028
100°C (vapor)	0.000012
Blood, 37°C	0.00040
Gasoline	0.00029
Ammonia	0.00015
Air	0.000018
Hydrogen, 0°C	0.0000088

Expresión de Sutherland para Gases:

$$\mu = \frac{aT^{1/2}}{1 + b/T}$$

Para el Aire:

$$a = 1.458 \times 10^{-6} \text{ kg}/(\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}^{1/2})$$

$$b = 110.4 \text{ K}$$

Expresión de Sutherland para Líquidos:

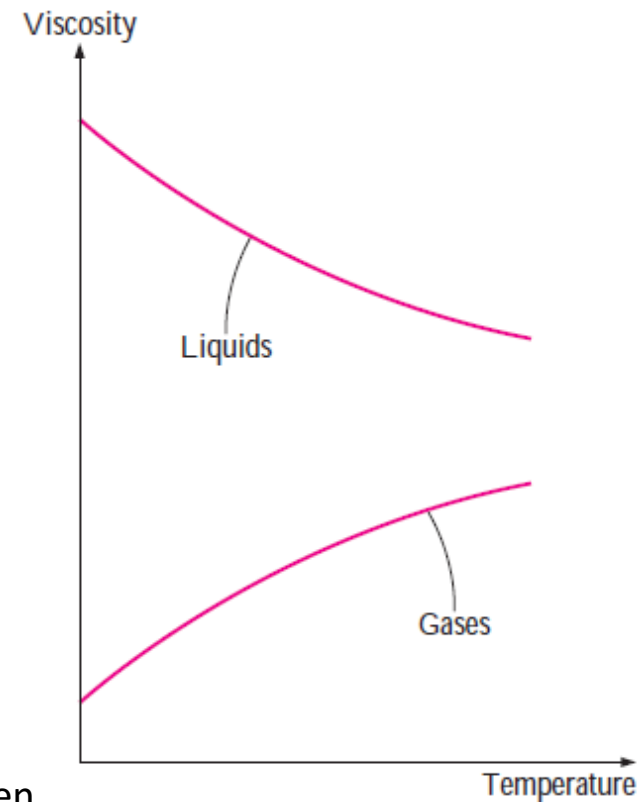
$$\mu = a10^{b/(T-c)}$$

Para el Agua: $a = 2.414 \times 10^{-5} \text{ N} \cdot \text{s}/\text{m}^2$,

$$b = 247.8 \text{ K}$$

$$c = 140 \text{ K}$$

Estos valores resultan experimentales, y en el caso del agua tiene un error de 2.5 % de 0 a 370 °C



Propiedades de los Fluidos

Viscosidad:

La unidad común para la **viscosidad absoluta** es el $\text{Pa} \cdot \text{s}$, otra unidad muy usada es el *Poise*

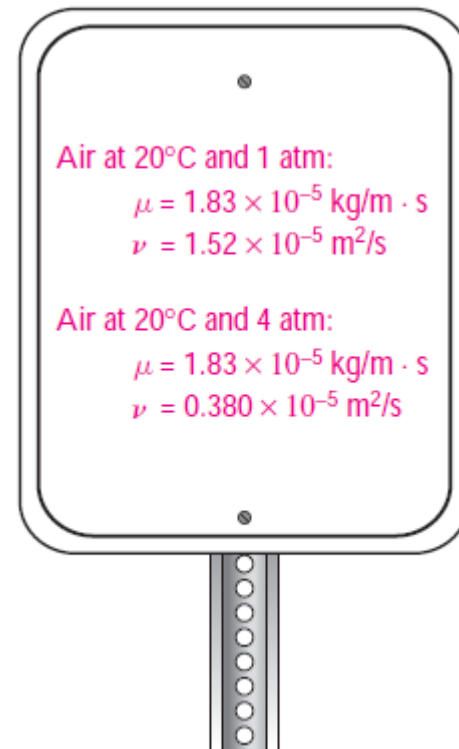
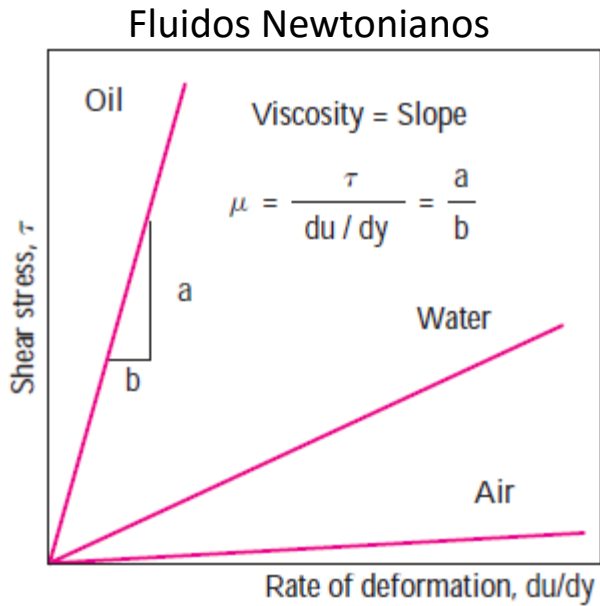
$$1 \text{ Poise} = 0.1 \text{ Pa} \cdot \text{s} = 0.1 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \text{s}$$

La unidad común para la **viscosidad cinemática** es el $\frac{\text{m}^2}{\text{s}}$, otra unidad muy usada es el *Stokes*

$$1 \text{ Stoke} = 0.0001 \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

Propiedades de los Fluidos

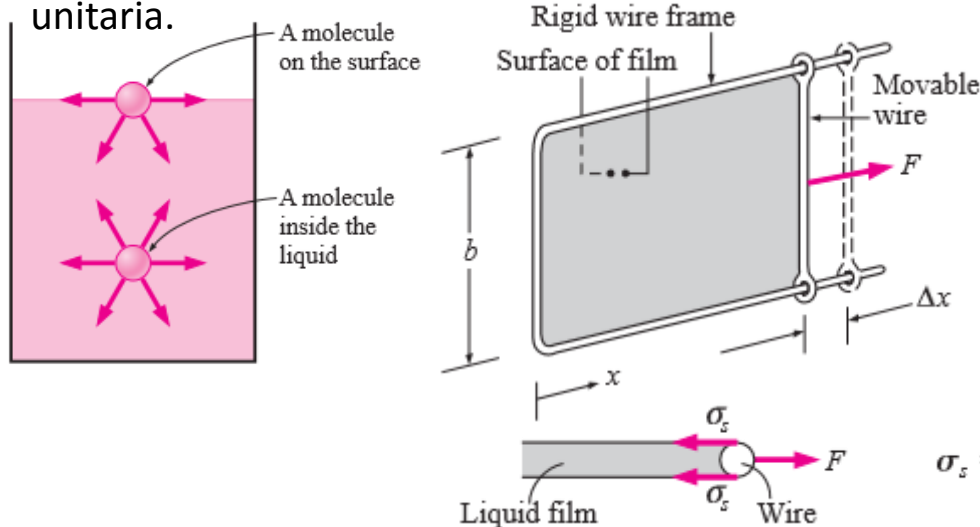
Viscosidad:



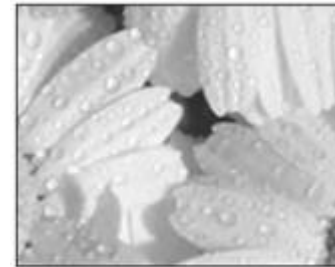
Propiedades de los Fluidos

Tensión superficial:

- Las gotitas de líquido se comportan como pequeños globos esféricos llenos del líquido, y la superficie del líquido actúa como una membrana elástica estirada bajo tensión.
- La fuerza de tracción que causa esta tensión σ_s actúa paralela a la superficie y se debe a las fuerzas de atracción entre las moléculas del líquido.
- La magnitud de esta fuerza por unidad de longitud se denomina tensión superficial σ_s y generalmente se expresa en la unidad N / m (o lbf / ft en unidades inglesas). Este efecto también se llama energía superficial y se expresa en la unidad equivalente de N m / m² o J / m². En este caso, representa el trabajo de estiramiento que debe realizarse para aumentar el área de superficie del líquido en una cantidad unitaria.



Efectos de la tensión superficial:



(a)



(b)

$$\sigma_s = \frac{F}{2b}$$

$$W = \text{Force} \times \text{Distance} = F \Delta x = 2b\sigma_s \Delta x = \sigma_s \Delta A$$

Propiedades de los Fluidos

Tensión superficial:

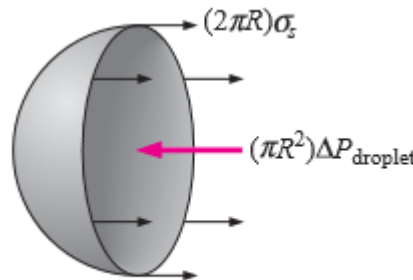
Surface tension of some fluids in air at 1 atm and 20°C (unless otherwise stated)

Fluid	Surface Tension σ_s , N/m*
Water:	
0°C	0.076
20°C	0.073
100°C	0.059
300°C	0.014
Glycerin	0.063
SAE 30 oil	0.035
Mercury	0.440
Ethyl alcohol	0.023
Blood, 37°C	0.058
Gasoline	0.022
Ammonia	0.021
Soap solution	0.025
Kerosene	0.028

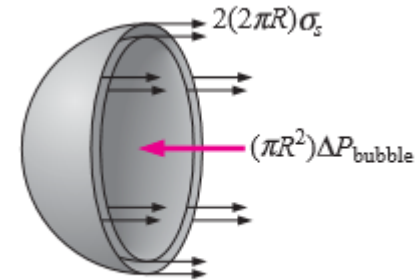
* Multiply by 0.06852 to convert to lbf/ft.

$$\text{Droplet: } (2\pi R)\sigma_s = (\pi R^2)\Delta P_{\text{droplet}} \rightarrow \Delta P_{\text{droplet}} = P_i - P_o = \frac{2\sigma_s}{R}$$

$$\text{Bubble: } 2(2\pi R)\sigma_s = (\pi R^2)\Delta P_{\text{bubble}} \rightarrow \Delta P_{\text{bubble}} = P_i - P_o = \frac{4\sigma_s}{R}$$



(a) Half a droplet

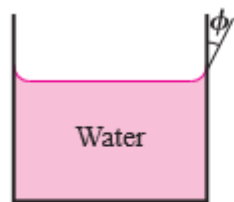


(b) Half a bubble

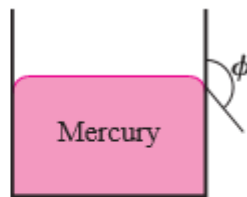
Propiedades de los Fluidos

Capilaridad:

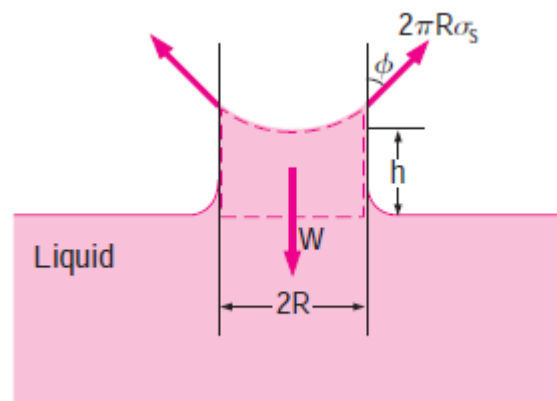
- El fenómeno del efecto capilar puede explicarse microscópicamente al considerar las fuerzas de cohesión (las fuerzas entre moléculas similares, como el agua y el agua) y las fuerzas adhesivas (las fuerzas entre moléculas diferentes, como el agua y el vidrio).
- Las moléculas líquidas en la interfaz sólido-líquido están sometidas a fuerzas de cohesión por otras moléculas líquidas y fuerzas adhesivas por las moléculas del sólido.
- Las magnitudes relativas de estas fuerzas determinan si un líquido moja una superficie sólida o no. Obviamente, las moléculas de agua se atraen más fuertemente a las moléculas de vidrio que a otras moléculas de agua, y por lo tanto, el agua tiende a subir a lo largo de la superficie del vidrio. Lo contrario ocurre con el mercurio, que causa que se reprima la superficie del líquido cerca de la pared de vidrio.



(a) Wetting fluid



(b) Nonwetting fluid



$$W = mg = \rho Vg = \rho g(\pi R^2 h)$$

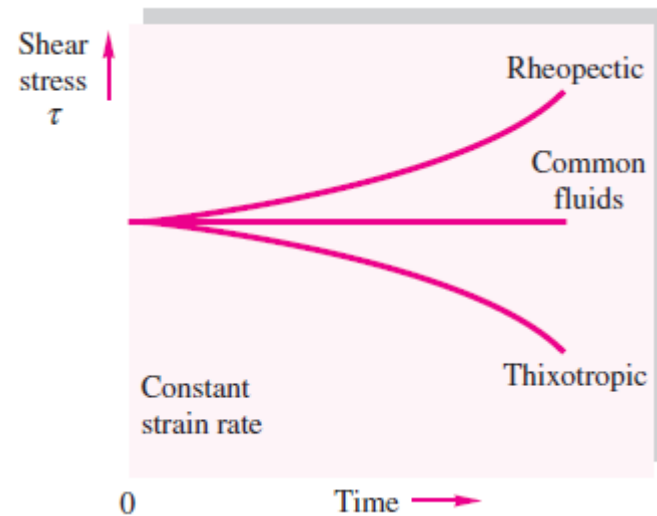
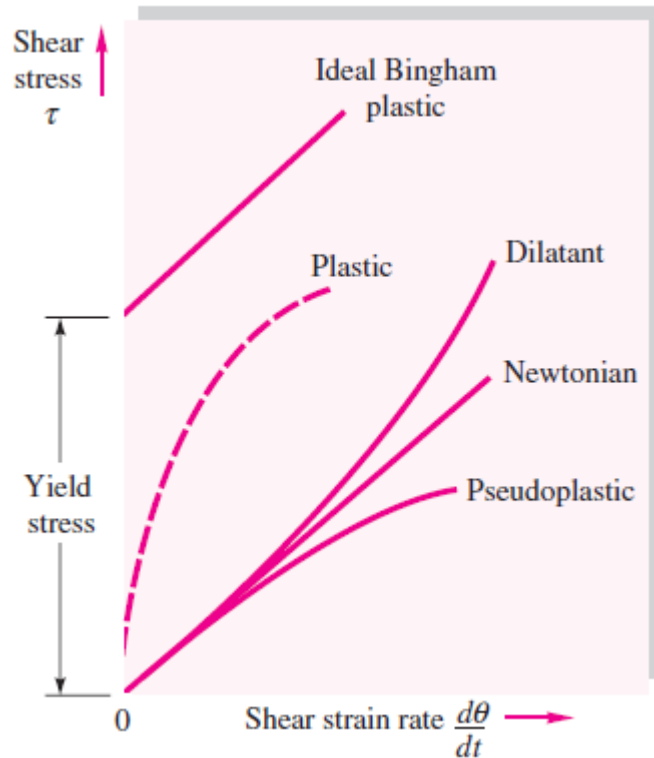
$$W = F_{\text{surface}} \rightarrow \rho g(\pi R^2 h) = 2\pi R \sigma_s \cos \phi$$

$$h = \frac{2\sigma_s}{\rho g R} \cos \phi \quad (R = \text{constant})$$

Clasificación de los Fluidos

Clasificación Reológica de los fluidos:

Fluidos Newtonianos y No Newtonianos



En el caso de los fluidos no newtonianos la viscosidad en un punto dado se determina con la pendiente de la recta tangente a la curva en ese punto dado.

Clasificación de los Fluidos

Clasificación Reológica de los fluidos:

Tipo de fluido	Comportamiento	Características	Ejemplos
Plásticos	Plástico perfecto	La aplicación de una deformación no conlleva un esfuerzo de resistencia en sentido contrario	Metales dúctiles una vez superado el límite elástico
	Plástico de Bingham	Relación lineal, o no lineal en algunos casos, entre el esfuerzo cortante y el gradiente de deformación una vez se ha superado un determinado valor del esfuerzo cortante	Barro, algunos coloides
	Pseudoplástico	Fluidos que se comportan como seudoplásticos a partir de un determinado valor del esfuerzo cortante	
	Dilatante	Fluidos que se comportan como dilatantes a partir de un determinado valor del esfuerzo cortante	
Fluidos que siguen la ley de potencias	Seudoplástico	La viscosidad aparente se reduce con el gradiente del esfuerzo cortante	Algunos coloides, arcilla, leche, gelatina, sangre.
	Dilatante	La viscosidad aparente se incrementa con el gradiente del esfuerzo cortante	Soluciones concentradas de azúcar en agua, suspensiones de almidón de maíz o de arroz.
Fluidos viscoelásticos	Material de Maxwell	Combinación lineal en serie de efectos elásticos y viscosos	Metales, materiales compuestos
	Fluido Oldroyd-B	Combinación lineal de comportamiento como fluido newtoniano y como material de Maxwell	Betún, masa panadera, nailon, plastilina
	Material de Kelvin	Combinación lineal en paralelo de efectos elásticos y viscosos	
	Plástico	Estos materiales siempre vuelven a un estado de reposo predefinido	
Fluidos cuya viscosidad depende del tiempo	Reopéctico	La viscosidad aparente se incrementa con la duración del esfuerzo aplicado	Algunos lubricantes
	Tixotrópico	La viscosidad aparente decrece con la duración de esfuerzo aplicado	Algunas variedades de mieles, ketchup, algunas pinturas antigoteo.

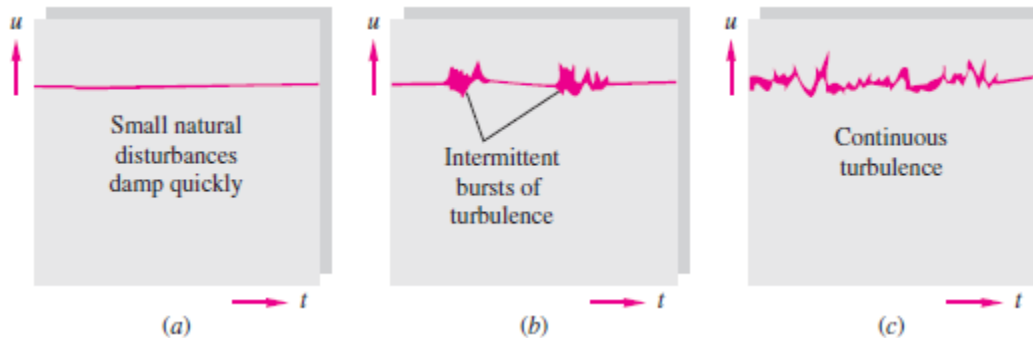
Numero de Reynolds

El numero de Reynolds es el parámetro adimensional mas famoso de la Mecánica de los Fluidos, y se define como la relación entre las fuerzas de inercia y fuerzas viscosas

$$Re = \frac{\rho UL}{\mu} = \frac{UL}{\nu}$$

Modelo macroscópico de un fluido (modelos laminar y turbulento)

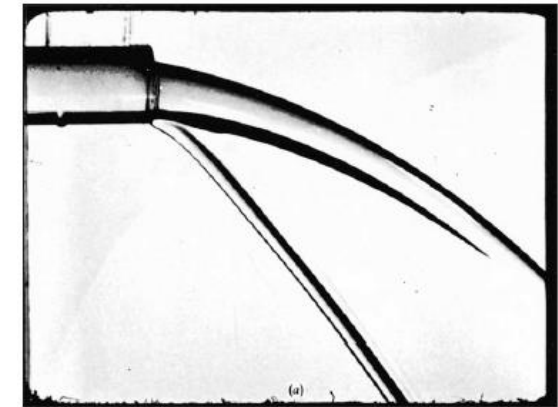
Las fluctuaciones típicas en un túnel de viento pueden ir de 1 a 10000 Hz y con longitudes de onda de 0.001 a 4 m y son del tipo random.



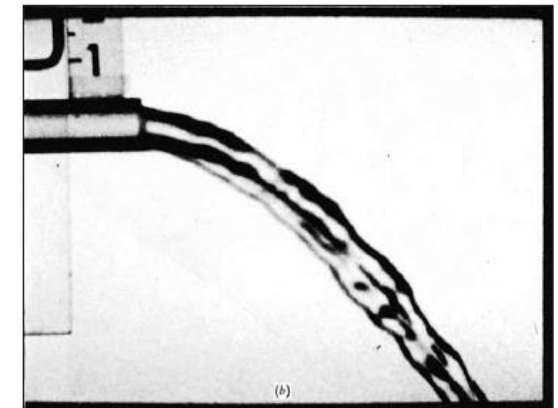
Para Flujo en cañerías circulares se asumen los siguientes valores para definir los regímenes.

$Re \leq 2300$	laminar flow
$2300 \leq Re \leq 4000$	transitional flow
$Re \geq 4000$	turbulent flow

Fluido mas viscoso da un régimen laminar



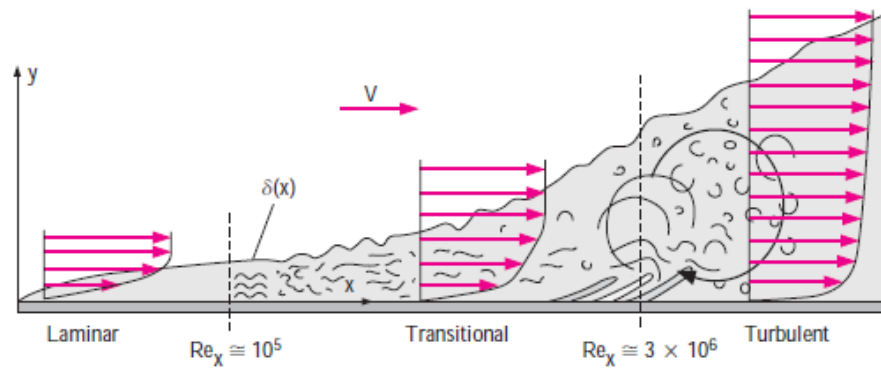
Fluido menos viscoso da un régimen mas turbulento



Capa Limite

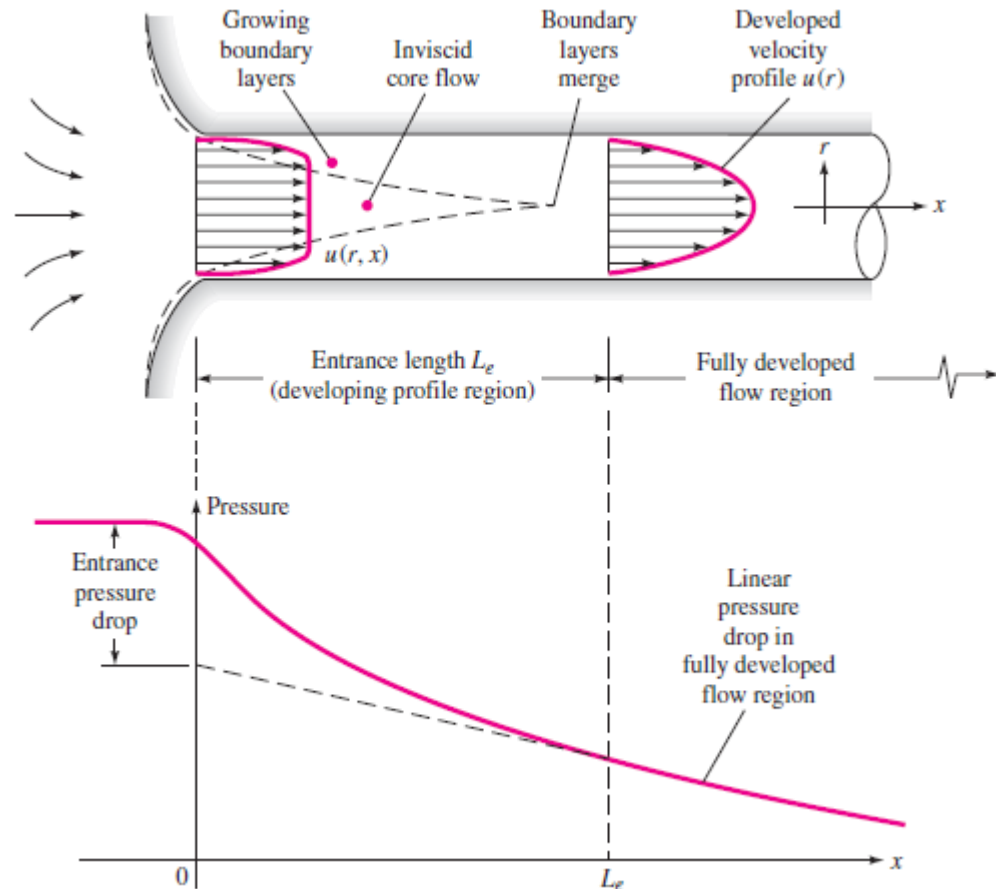
Flujo Externo:

El numero de Reynolds de comienzo de la transición típico para flujo externo con aire es de 1×10^5



Flujo Interno:

El numero de Reynolds de comienzo de la transición típico para flujo interno con agua es de 2300



Capa Limite

Espesor de Capa Limite

Summary of expressions for laminar and turbulent boundary layers on a smooth flat plate aligned parallel to a uniform stream*

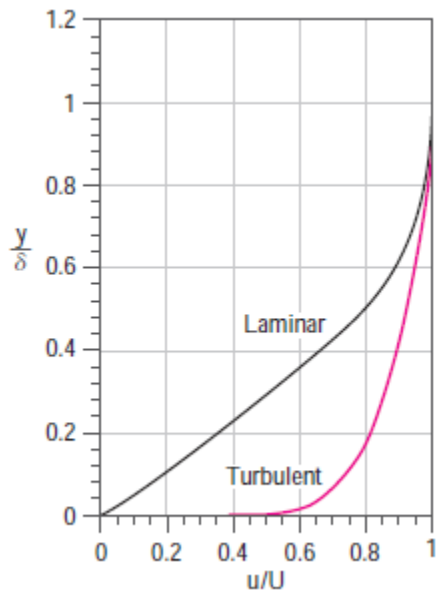
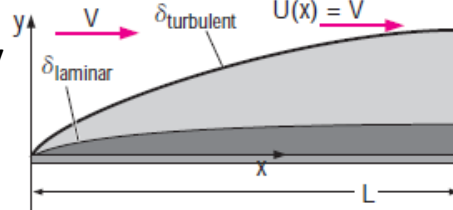
Property	Laminar	Turbulent ^(†)	Turbulent ^(‡)
Boundary layer thickness	$\frac{\delta}{x} = \frac{4.91}{\sqrt{Re_x}}$	$\frac{\delta}{x} \approx \frac{0.16}{(Re_x)^{1/7}}$	$\frac{\delta}{x} \approx \frac{0.38}{(Re_x)^{1/5}}$
Displacement thickness	$\frac{\delta^*}{x} = \frac{1.72}{\sqrt{Re_x}}$	$\frac{\delta^*}{x} \approx \frac{0.020}{(Re_x)^{1/7}}$	$\frac{\delta^*}{x} \approx \frac{0.048}{(Re_x)^{1/5}}$
Momentum thickness	$\frac{\theta}{x} = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}}$	$\frac{\theta}{x} \approx \frac{0.016}{(Re_x)^{1/7}}$	$\frac{\theta}{x} \approx \frac{0.037}{(Re_x)^{1/5}}$
Local skin friction coefficient	$C_{f,x} = \frac{0.664}{\sqrt{Re_x}}$	$C_{f,x} \approx \frac{0.027}{(Re_x)^{1/7}}$	$C_{f,x} \approx \frac{0.059}{(Re_x)^{1/5}}$

* Laminar values are exact and are listed to three significant digits, but turbulent values are listed to only two significant digits due to the large uncertainty affiliated with all turbulent flow fields.

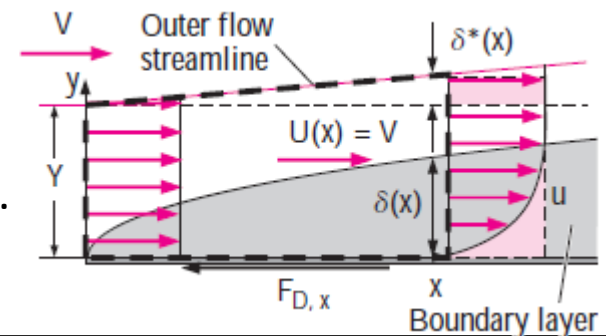
† Obtained from one-seventh-power law.

‡ Obtained from one-seventh-power law combined with empirical data for turbulent flow through smooth pipes.

Comparación Espesor Capa Limite Laminar y turbulenta en una placa plana.

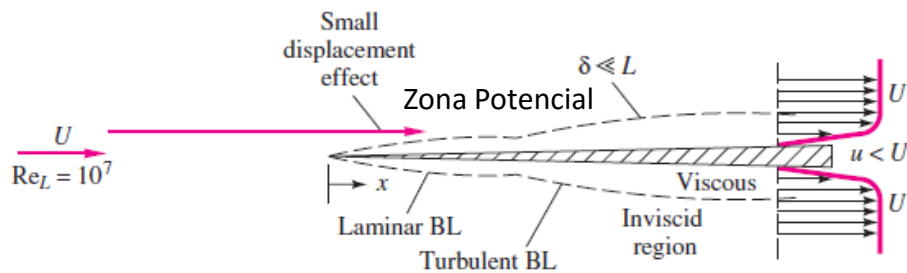
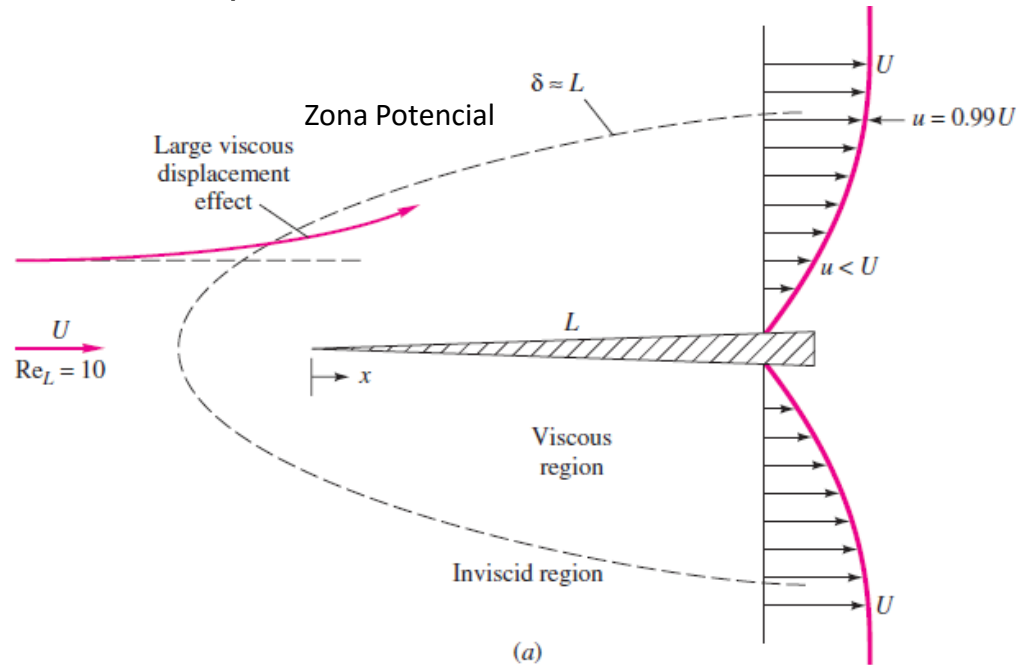


La deficiencia de caudal másico en la capa limite es compensada por un pedazo de área de lujo de espesor δ^* . Ambas áreas en magenta son iguales



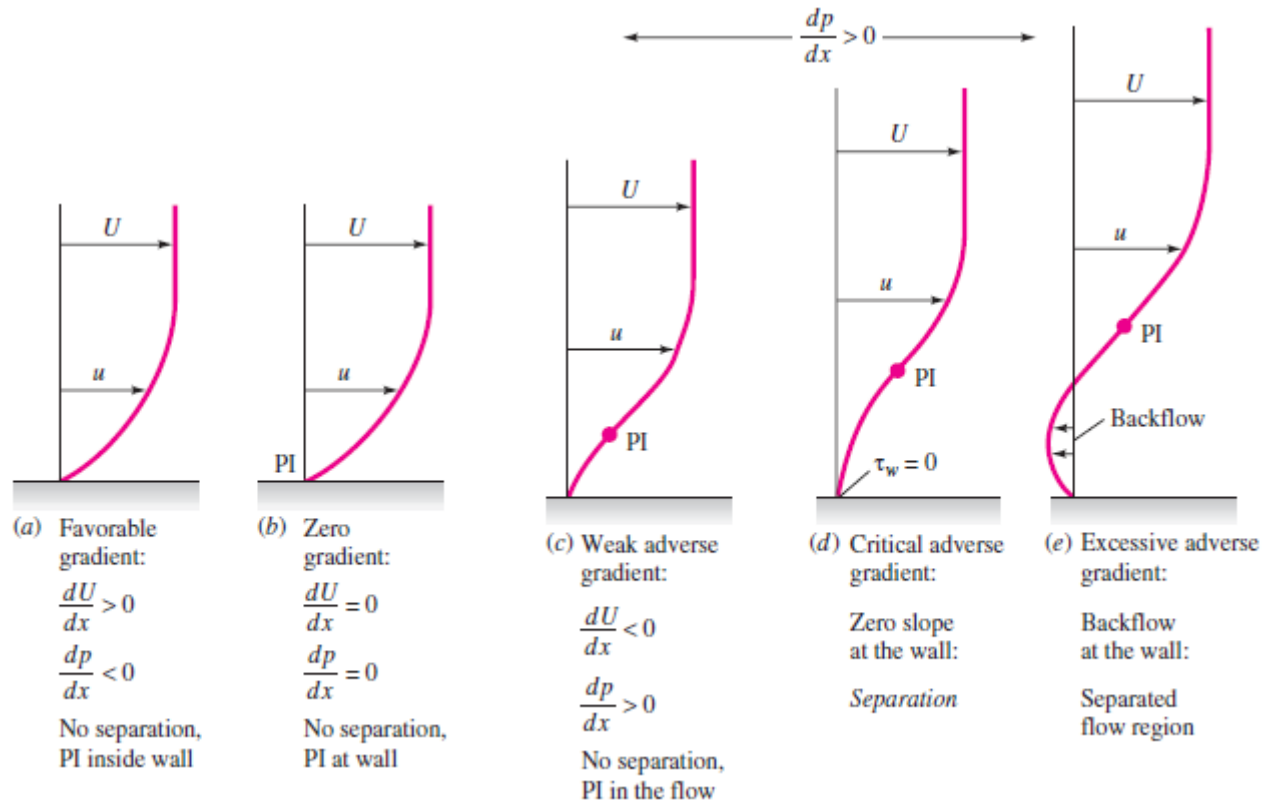
Capa Limite

Capa Limite Laminar/Turbulenta



Capa Limite

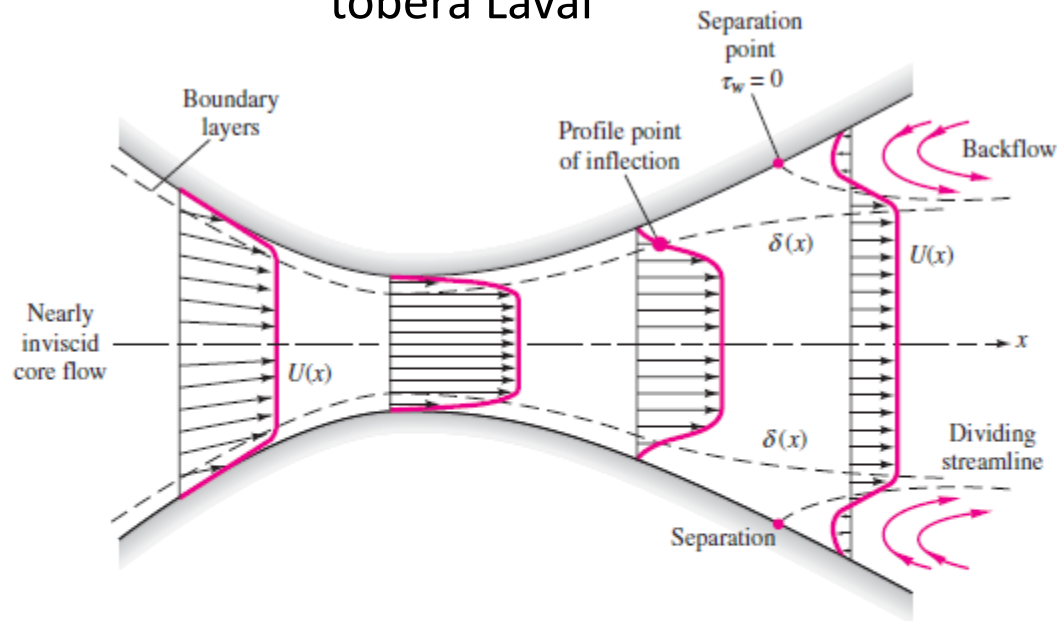
Separación de la capa Limite



*PI: Punto de inclinación

Capa Limite

Separación de capa limite en un difusor de una tobera Laval



Nozzle:
Decreasing
pressure
and area

Increasing
velocity

Favorable
gradient

Throat:
Constant
pressure
and area

Velocity
constant

Zero
gradient

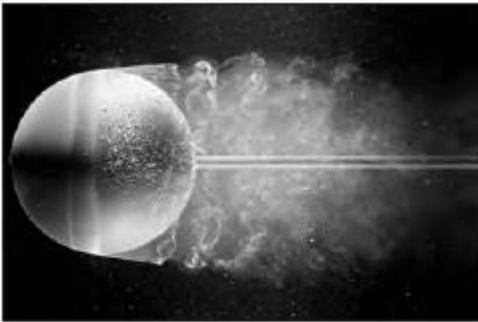
Diffuser:
Increasing pressure
and area

Decreasing velocity

Adverse gradient
(boundary layer thickens)

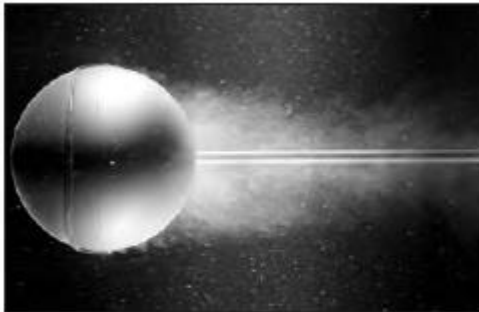
Capa Limite

Esfera lisa, $Re=15000$, separación a 80° desde el punto de estancamiento



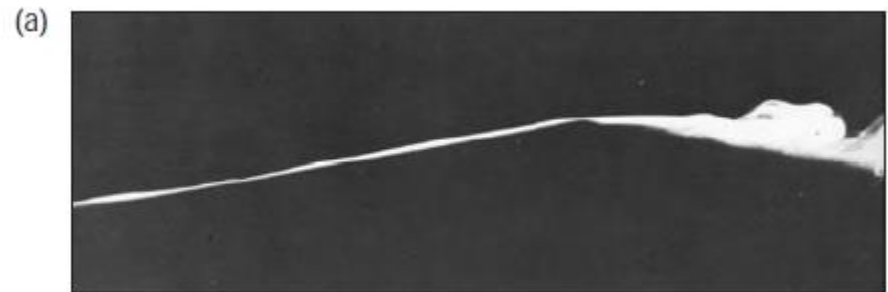
(a)

Esfera lisa, pero con capa limite turbulenta inducida por un cable, $Re=30000$, separación a 140° desde el punto de estancamiento



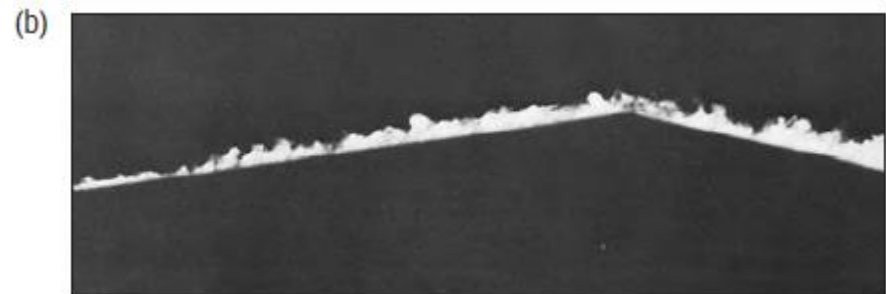
(b)

Separación de capa limite laminar en una cuña



(a)

Separación de capa turbulenta en una cuña



(b)

Capa Limite

Separación de la capa limite en dos bolas esféricas entrando al agua a 7.6 m/s



(a)



(b)

Tensiones Laminar y Turbulenta

Resistencia Viscosa D en función de las tensiones de corte τ_w en una pared en una placa de ancho b y largo L .

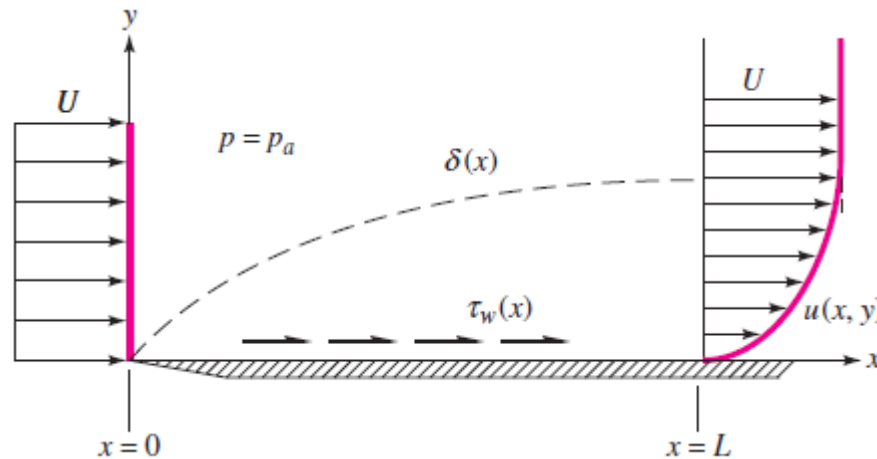
$$D = \int_0^L \tau_w b \, dx$$

Tensiones de corte τ_w en una pared en una placa de ancho b y largo x **Flujo Laminar**

Tensiones de corte τ_w en una pared en una placa de ancho b y largo x **Flujo Turbulento**

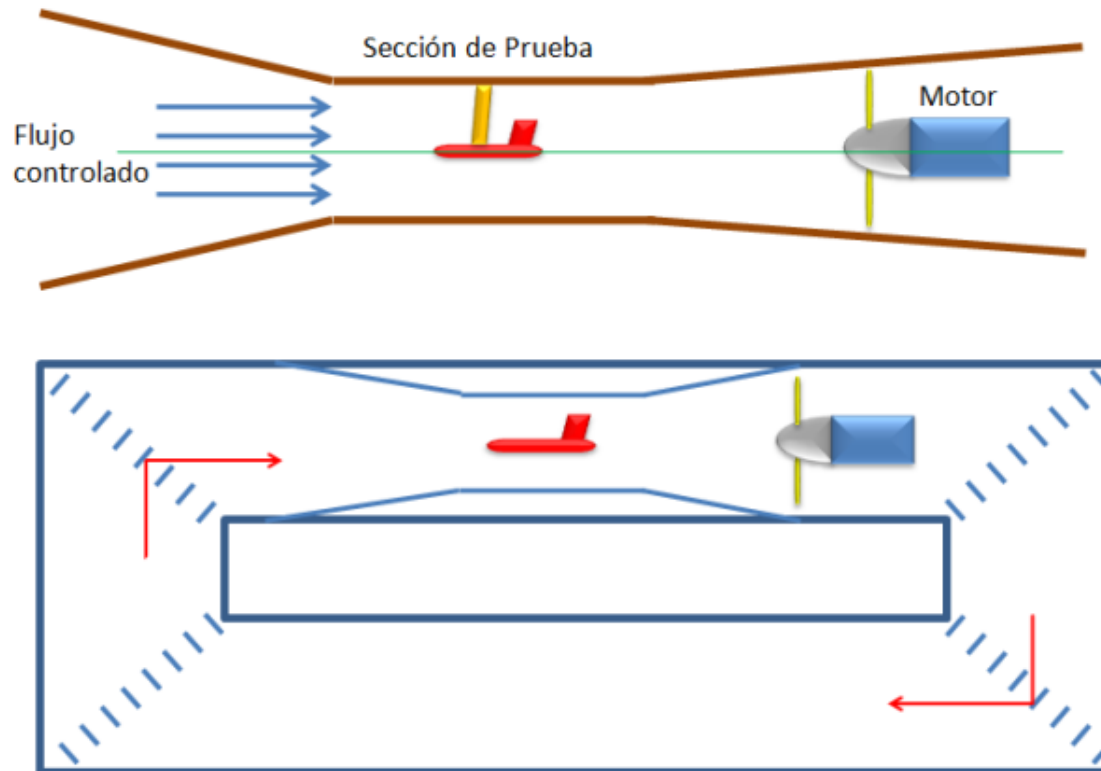
$$\tau_w(x) = \frac{0.332\rho^{1/2}\mu^{1/2}U^{1.5}}{x^{1/2}}$$

$$\tau_{w,turb} \approx \frac{0.0135\mu^{1/7}\rho^{6/7}U^{13/7}}{x^{1/7}}$$



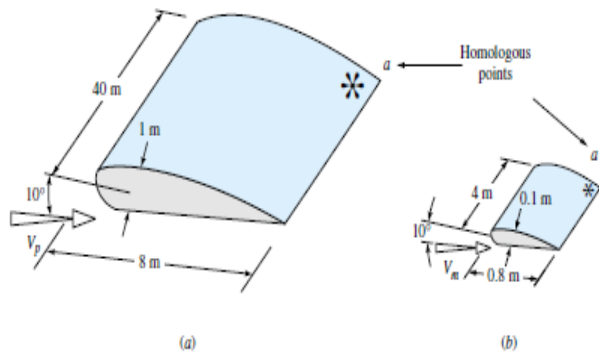
Túnel de Ensayo

El túnel de ensayo es una herramienta ingenieril de investigación desarrollada para ayudar en el estudio de los efectos del movimiento de un fluido alrededor de objetos sólidos.

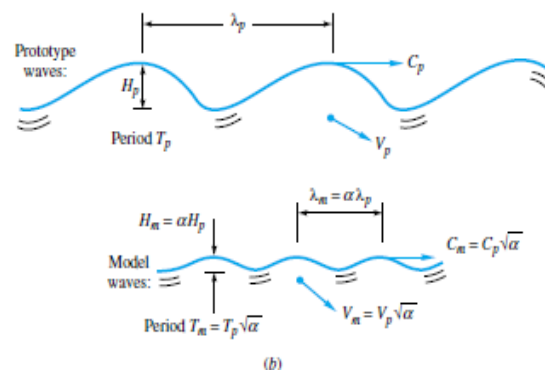


Semejanza entre Modelo y Prototipo

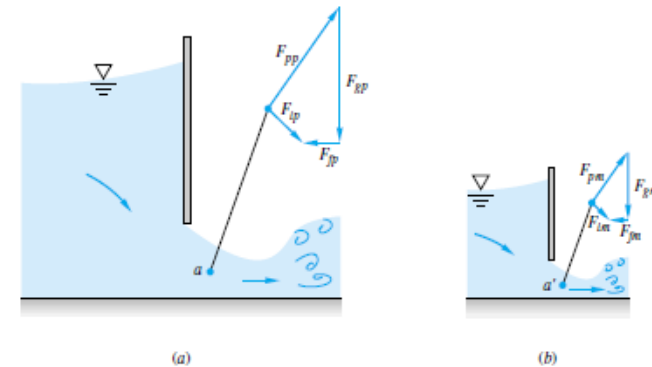
Semejanza geométrica



Semejanza cinemática



Semejanza dinámica

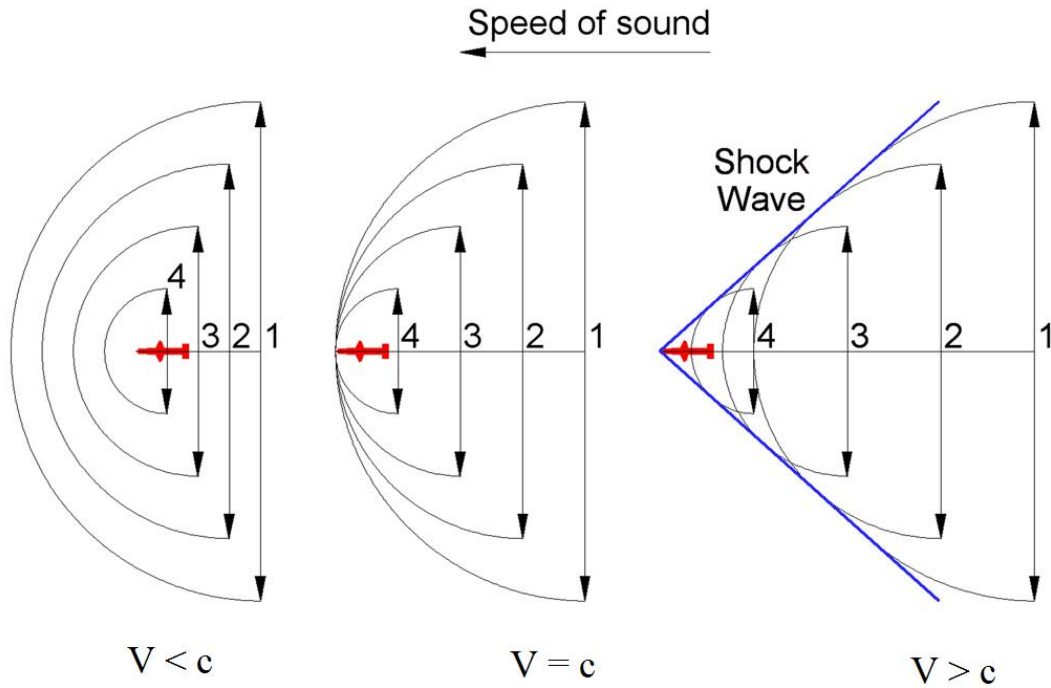


Semejanza
geométrica

Semejanza
cinemática

Semejanza
dinámica

Velocidad del Sonido



Definición: velocidad con que se propagan ondas infinitesimales de presión en un medio fluido.

$$c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s = k \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T \quad k = \frac{c_p}{c_v}$$

$$c_{\text{ideal gas}} = (kRT)^{1/2}$$



Compresibilidad

Coefficiente de Compresibilidad:

El *coeficiente de compresibilidad o Modulo de elasticidad de Bulk* de un fluido es el análogo al modulo de Young en estática en elasticidad de solidos. Es el cambio que presenta el fluido en su presión cuando se modifica su densidad, a temperatura constante. Grandes valores de k implica que son necesarios grandes cambios en la presión para generar cambios en el volumen o densidad.

Por ejemplo el agua tiene un $k=210000$, esto significa que son necesarias 210 atm para comprimirla un 1 %.

$$\kappa = -v \left(\frac{\partial P}{\partial v} \right)_T = \rho \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right)_T \quad (\text{Pa})$$

En términos de cambios finitos este puede expresarse como:

$$\kappa \cong -\frac{\Delta P}{\Delta v/v} \cong \frac{\Delta P}{\Delta \rho/\rho} \quad (T = \text{constant})$$

Coefficiente de Compresibilidad Isotérmico:

El *coeficiente de compresibilidad Isotérmico* se define como la inversa del coeficiente de compresibilidad. Es decir que es el cambio de densidad a medida que cambia la presión, a temperatura constante.

$$\alpha = \frac{1}{\kappa} = -\frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial P} \right)_T = \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial P} \right)_T \quad (1/\text{Pa})$$

Compresibilidad

Coefficiente de Expansión:

El *coeficiente de expansión* de un fluido representa los cambios de densidad o volumen en el fluido a medida que cambia la temperatura, a presión constante.

$$\beta = \frac{1}{v} \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial \rho}{\partial T} \right)_P \quad (1/K)$$

En términos de cambios finitos este puede expresarse como:

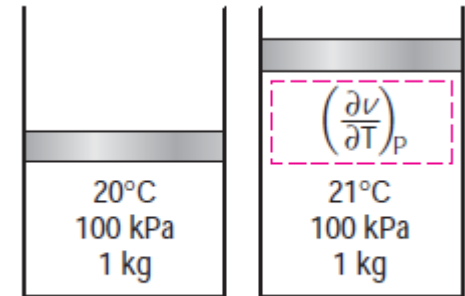
$$\beta \approx \frac{\Delta v/v}{\Delta T} = -\frac{\Delta \rho/\rho}{\Delta T} \quad (\text{at constant } P)$$

Combinando ambos efectos, temperatura y presión, el cambio en el Volumen de un fluido puede determinarse como:

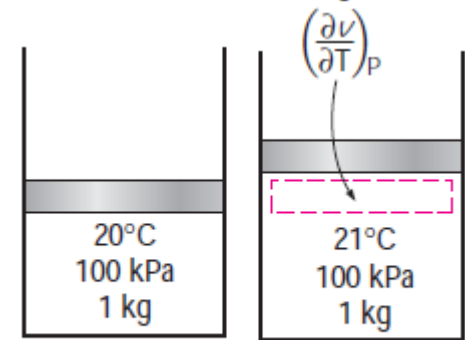
$$dv = \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_P dT + \left(\frac{\partial v}{\partial P} \right)_T dP = (\beta dT - \alpha dP)v$$

Entonces en forma porcentual puede expresarse aproximadamente como:

$$\frac{\Delta v}{v} = -\frac{\Delta \rho}{\rho} \cong \beta \Delta T - \alpha \Delta P$$



(a) A substance with a large β



(b) A substance with a small β