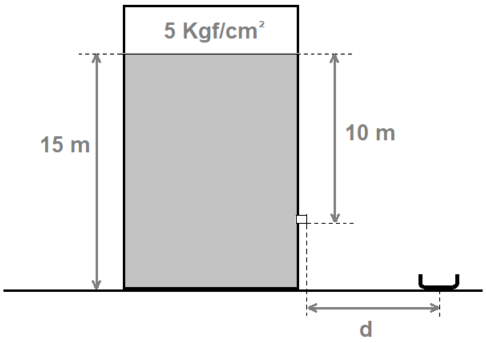
EJERCICIOS RESUELTOS - HIDRODINÁMICA

Ejercicio 1

Un depósito cerrado contiene agua ($\rho = 1Kg/dm^3$) a una presión de $5Kgf/cm^2$ sobre la superficie libre del líquido. Por debajo de la superficie, a 10m de distancia, se halla un orificio de pequeñas dimensiones, tapado inicialmente para evitar el derrame del líquido. Determine, una vez que se retire el tapón:

1. La velocidad de salida del líquido.
2. A qué distancia d se deberá colocar un recipiente para que el agua caiga en su interior.



Considere que el nivel del líquido permanece constante y que el valor de la presión atmosférica es $10^5 Pa$.

Sabemos que la conservación de la masa exige que el caudal que atravieza una sección en la parte superior del tanque S_1 sea igual al caudal que atravieza el orificio S_2 de salida del agua, es decir

$$Q_1 = S_1 v_1 = S_2 v_2 = Q_2$$

Y puesto que el orificio de salida es muy pequeño, esto es $S_1 \gg S_2$, la velocidad del fluido en la superficie puede considerarse nula.
Vamos entonces a plantear el Teorema de Bernoulli para relacionar las velocidades presiones y diferencias de altura en una línea de corriente entre la superficie y el orificio de salida.

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \tag{1}$$

Si usamos que, por lo dicho más arriba, $v_1 = 0$ y ubicamos un sistema de coordenadas con su origen en el orificio de salida, resulta $h_2 = 0$

$$p_1 + \rho g h_1 = p_{atm} + \frac{1}{2}\rho v_2^2 \tag{2}$$

Y si luego despejamos

$$v_2 = \sqrt{\frac{2}{\rho}(p_1 - p_{atm} + \rho g h_1)} \tag{3}$$

Que reemplazando por los datos resulta

$$\boxed{v_2 = 31,62 m/s}$$

Veamos ahora a qué distancia ubicamos el recipiente para lo cual planteamos las ecuaciones cinemáticas.

La velocidad v_2 permanecerá constante de modo que $d = v_2 t^*$, donde t^* es el tiempo que tarda el líquido en llegar al piso. Ese tiempo sale de resolver

$$y(t^*) = -5m = -\frac{1}{2} g (t^*)^2$$

De donde resulta que $t^* = 1s$, y que entonces la distancia a la que hay que ubicar el recipiente es:

$$\boxed{d = 31,62m}$$

Ejercicio 2

En la pared de un recipiente de agua de gran sección se practican dos orificios, ambos de $0,2cm^2$ de sección. La diferencia de profundidad entre ellos es de $\Delta h = 50cm$. El nivel de agua en el recipiente se mantiene constante introduciendo cada segundo $140cm^3$ de agua. Determinar la velocidad de salida del agua en cada orificio.

Al igual que en el ejercicio anterior, de la conservación de la masa sabemos que el caudal que ingresa es igual a los caudales de salida por cada uno de los orificios

$$Q_{in} = 140\tfrac{cm^3}{s} = Q_1 + Q_2 = S_1 v_1 + S_2 v_2 = S(v_1 + v_2)$$

A partir de esta ecuación podemos poner una velocidad de salida en función de la otra

$$v_2 = 700\tfrac{cm}{s} - v_1$$

Sabenos que ambos orificios están a presión atmosférica

$$p_1 = p_2 = p_{atm}$$

Planteamos entonces la ecuación de Bernoulli y en ella ponemos la v_2 en términos de la velocidad v_1 que se despejó más arriba

$$p_{atm} + \rho g h_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = p_{atm} + \rho g h_2 + \frac{1}{2}\rho(700\frac{cm}{s} - v_1)^2 \tag{4}$$

Las presiones se cancelan y la diferencia de alturas es un dato del problema, entonces podremos despejar v_1

$$\boxed{v_1 = 278,6cm/s}$$

Luego usamos la relación entre las velocidades despejada mas arriba a partir de la ecuacióbn de continuidad para despejar v_2

$$\boxed{v_2 = 421,4cm/s}$$