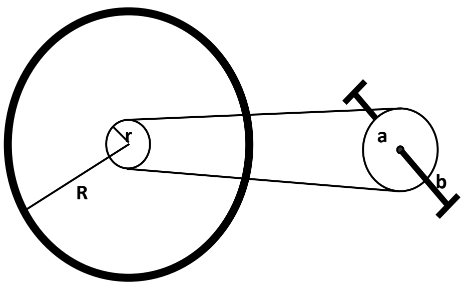
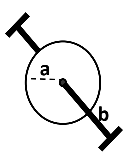
168.- Las ruedas de una bicicleta tienen un radio ***R = 35 cm***, en cambio el radio del piñón es ***r = 3,5 cm***, mientras que el plato donde está enganchada la cadena tiene un radio ***a = 10,5 cm*** y los pedales giran en una circunferencia de radio ***b = 16 cm***.
Hallar:
a) Si cuando está en reposo el ciclista hace girar los pedales de tal manera que la primera vuelta la cumple en π/2 s, con aceleración angular constante. ¿Cuál es la velocidad con que avanza la bicicleta, en ese instante?
b) Si luego el ciclista avanza a velocidad constante dando, los pedales, una vuelta cada π/3 s, ¿Cuánto tiempo emplea en recorrer 100m?
c) ¿Cuánto "recorrió" el pie del ciclista?
[*a) v = 8,4 m/s; b) t_{100} = 15,9 s; c) d = 15,25 m*]



a) La velocidad de la bicicleta es la velocidad del centro de masa de la rueda.

Si inicialmente la bicicleta se encuentra en ropos entonces V_{0cm} = 0, porque es un movimiento acelerado

El ciclista apoya los pies en los pedales que tienen radio **b** respecto del centro del plato, si el tiempo en dar una vuelta completa es $\mathbf{t_1} = \frac{\pi}{2} seg$



Inicialmente el plato está en reposo, $\omega_0 = 0$

$$\omega_{(t)} = \alpha t$$

$$\omega_1 = \omega_{(t_1)} = \alpha t_1$$

En ese tiempo realiza un giro completo de los pedales, entonces $\Delta\theta = 2\pi$

Si $\theta_0 = 0 \; y \; \omega_0 = 0$

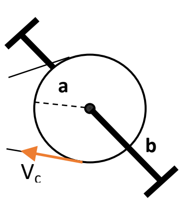
$$\theta_{(t)} = \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad \Rightarrow \quad \theta_1 = \theta_{(t_1)} = \frac{1}{2}\alpha t_1^2 \quad \Rightarrow \quad 2\pi = \frac{1}{2}\alpha\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \quad \alpha = \frac{16}{\pi}s^{-2}$$

Y la velocidad angular del plato es

$$\omega_1 = \frac{8}{\pi}s^{-2}\frac{\pi}{2}s \;\Rightarrow\; \omega_1 = 8s^{-1}$$

Como el plato y los pedales forman un solo cuerpo (giran en simultaneo) su velocidad angular será también ω_1

$$\omega_p = 8s^{-1}$$



La velocidad tangencial del plato en el instante t_1 es

$$V_p = \omega_p a$$

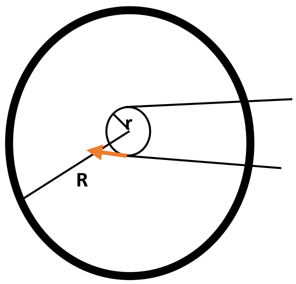
Donde **a = 10,5 cm** es el radio del plato y

$$V_p = 8s^{-1}10{,}5cm$$

$$V_p = 84 \frac{cm}{s}$$

Como la cadena no desliza respecto del plato, la velocidad de la cadena es igual a la velocidad tangencial del plato

$$V_c = 84\ \frac{cm}{s}$$



Nuevamente, la cadena no desliza respecto del piñón por lo que la velocidad tangencial del piñón es igual a la velocidad de la cadena

$$V_{pi} = V_c = 84\ cm/s$$

Y conociendo **r = 3,5cm** el radio del piñón puede calcularse la velocidad angular de piñón

$$\omega_{pi} = \frac{V_{pi}}{r} = \frac{84\ cm/s}{3{,}5\ cm}$$

$$\omega_{pi} = 24\ s^{-1}$$

Al igual que el plato y los pedales, la rueda y el piñón forman un solo cuerpo y tienen la misma velocidad angular

$$\omega_r = 24\ s^{-1}$$

Teniendo en cuenta el radio de la rueda **R = 35 cm**, la velocidad del centro de masa de la rueda será

$$V_{cm} = \omega_r R = 24 s^{-1} 35 cm$$

$$\boxed{V_{cm} = 840\ \frac{cm}{s} = 8{,}4\ \frac{m}{s}}$$

b) El tiempo que emplea la bicicleta en recorrer 100 m es el tiempo que emplea el centro de masa de la rueda en avanzar 100m.

Pero ahora la velocidad del ciclista es constante y realiza un giro completo de los pedales en $\frac{\pi}{3} s$, siendo este el período de los pedales

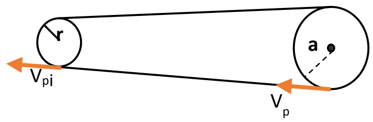
$$T = \frac{\pi}{3} seg$$

Y la velocidad angular del plato (es igual a la velocidad angular de los pedales) puede calcularse como:

$$\omega_p = \frac{2\pi}{T} = 6 s^{-1}$$

Aprovechemos este punto para ver otra forma de calcular la velocidad angular del piñón

Como se dijo en el punto anterior, la velocidad de la cadena se transmite del plato al piñón, es decir que la velocidad tangencial del piñón es igual a la velocidad tangencial de la cadena



$$V_{pi} = V_p$$

$$\omega_{pi} r = \omega_p \mathrm{a}$$

$$\omega_{pi} = \frac{\mathrm{a}}{r}\omega_p = \frac{10{,}5cm}{3{,}5cm}6s^{-1}$$

$$\omega_{pi} = 18s^{-1}$$

Al igual que en el punto anterior, la velocidad angular de la rueda es igual a la velocidad del piñón

$$\omega_r = 18s^{-1}$$

Y la velocidad de traslación del centro de masa de la rueda es

$$V_{cm} = \omega_r R$$

$$V_{cm} = 18s^{-1}35cm$$

$$V_{cm} = 630\frac{cm}{s} = 6{,}3\frac{m}{s}$$

Y como el movimiento del centro de masa es un MRU

$$\Delta x = V_{cm}\Delta t$$

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{V_{cm}} = \frac{100m}{6{,}3\ m/s}$$

$$\boxed{\Delta t = 15{,}9\ seg}$$

c) Para calcular el "recorrido" del pie del ciclista, tenemos que multiplicar el perímetro del círculo realizado por los pedales por el número de vueltas de los pedales en el tiempo de 15,9 segundos

el número de vueltas es $n = \frac{\Delta\theta}{2\pi}$ siendo $\Delta\theta$ la distancia recorrida por los pedales en radianes

como el movimiento es a velocidad constante

$$\Delta\theta = \omega_p \Delta t$$

$$\Delta\theta = 6s^{-1}15.9s = 95{,}4\ rad$$

El número de vueltas será:

$$n = \frac{95{,}4}{2\pi} = 15{,}19\ vueltas$$

El perímetro de la pedalera es:

$$P = 2\pi b$$

$$P = 2\pi * 0{,}16m = 1{,}005m$$

Y la distancia **d** que recorrió el pie del ciclista es

$$d = nP = 15{,}19 * 1{,}005m d = 15{,}26m$$

$$\boxed{d = 15{,}26m}$$