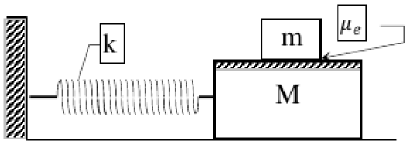
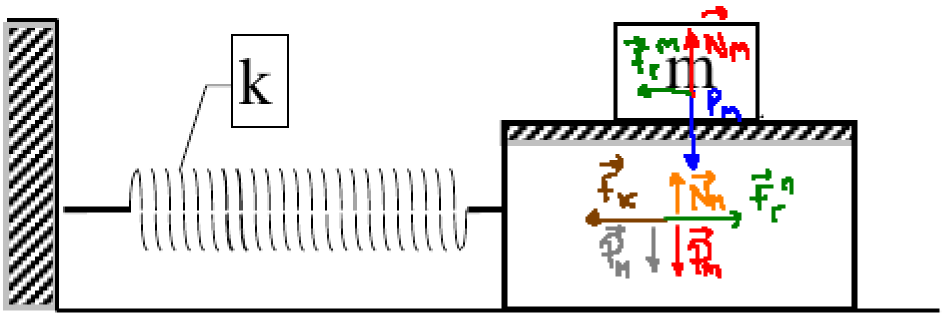
249.- Un bloque de masa ***M*** descansa sobre una superficie sin fricción y está conectado a un resorte horizontal con una constante de fuerza ***k***. El otro extremo del resorte está fijo a una pared. Un segundo bloque de masa ***m*** está sobre el primero. El coeficiente de fricción estática entre los bloques es μ_e. Determine la amplitud de oscilación máxima que hace que el bloque superior no resbale.



En este ejercicio nuestros objetos de interés serán las dos masas. En primer lugar vamos a identificar las fuerzas que actúan sobre cada una de ellas. Suponiendo que el resorte está en una posición tal que está elongado más allá de su posición de equilibrio:

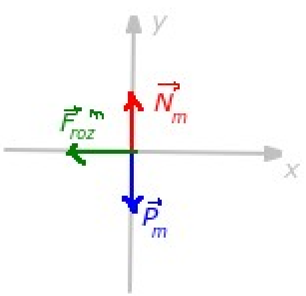


En ambas masas aparecen el peso, la normal y la fuerza de rozamiento en la superficie de contacto. Sobre la masa M aparecen adicionalmente el peso de la masa m $\vec{P}_m$,ya que la normal $\vec{N}_m$ se produce como reacción a esta fuerza, y la fuerza elástica $\vec{F}_k$.
En este esquema existen dos pares acción-reacción, los cuales fueron graficados con el mismo color en el diagrama:

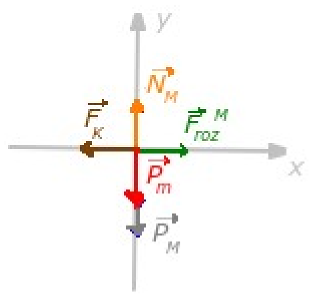
- $\vec{N}_m$ y $\vec{P}_m$ aplicado sobre M
- $\vec{F}^m_{roz}$ y $\vec{F}^M_{roz}$

El paso siguiente será pasar en limpio los diagramas de cuerpo libre, escribir la segunda ley de Newton y desglosarla en componentes.

Sobre m



Sobre M



Sobre m:

x) $-|\vec{F}^m_{roz}| = m\,a_m$

y) $-mg + N_m = 0 \quad \rightarrow \quad N_m = mg$

Sobre M:

x) $-K\,\Delta x + |\vec{F}^m_{roz}| = M\,a_M$

y) $-mg - Mg + N_M = 0 \quad \rightarrow \quad N_M = (m+M)g$

En la ecuaciones anteriores se tuvo en cuenta que los pares acción-reacción tienen el mismo módulo y sentido contrario.
Ahora, si queremos que las dos masas se muevan juntas, ambas tendrán que tener la misma aceleración.

x) $-|\vec{F}_{roz}^{m}|=m\,a_M$ (1) x) $-K\,\Delta x+|\vec{F}_{roz}^{m}|=M\,a_M$ (2)

Luego, sumando ambas ecuaciones obtenemos:

$$-K\,\Delta x=(M+m)\,a_M$$

Si ahora recordamos que en el movimiento armónico la aceleración se relaciona con la posición según $a=-\omega^2\Delta x$ obtenemos:

$$-K\,\Delta x=(M+m)\,a_M$$

$$-K\,\Delta x=(M+m)(-\omega^2\Delta x) \quad \rightarrow \quad \omega^2=\frac{K}{m+M}$$

Y esto tiene sentido ya que significa que el resorte ve una masa conjunta de magnitud m+M.

Ahora queremos obtener la máxima amplitud de movimiento de manera que los dos cuerpos se muevan juntos. Para esto recurrimos a la ecuación (1) y la volvemos a escribir en el caso límite de la máxima fuerza de rozamiento estático posible:

$$-\mu_e\,m\,g=m\,a_M^{max}$$

En el movimiento armónico, la aceleración máxima ocurrirá cuando el resorte esté estirado al máximo o comprimido al máximo. En nuestro, debido a que estamos haciendo el análisis para tiempo en que el resorte está elongado más allá de su posición de equilibrio, corresponde escribir la aceleración máxima en el punto de máxima elongación:

$$-\mu_e\,m\,g=m(-\omega^2 A)$$

donde A es la amplitud de oscilación. De la ecuación anterior, reemplazando ω^2 por el valor hallado anteriormente y despejando A se obtiene:

$$A=\frac{\mu_e\,g}{k}(m+M)$$