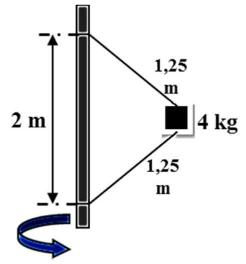
2.6 *Ejercicio 100 – MASA ROTANTE Vinculada*

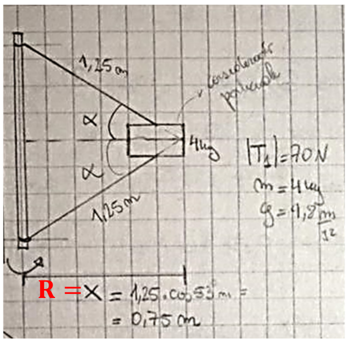
Enunciado:

*El bloque de 4 kg de la figura está unido a una varilla vertical con dos hilos. Cuando el sistema gira sobre el eje de la varilla, los hilos se extienden como se muestra y la tensión en el hilo superior es de **70 N.***
a) ¿Qué tensión hay en el otro hilo?
b) ¿Cuántas revoluciones por minuto (rpm) da el sistema?
c) Calcule las rpm a las que el hilo inferior pierde toda la tensión.
[a) T = 20,98 N b) n = 40,8 r.p.m. c) n' = 30 r.p.m.*]*



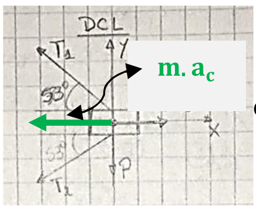
Solución:

Primero debemos plantear un sistema de coordenadas/referencia (SC o SR) y un croquis para poder modelizar que es lo que está sucediendo.



Es importante aclarar que la masa se considera una partícula, por lo que nos independizamos de su forma.

Planteando el DCL ponemos de manifiesto las fuerzas existentes:



De trigonometría obtenemos α

$$\alpha = \sin^{-1}\left(\frac{1}{1{,}25}\right) = 53°$$

En X (al estar girando hay fuerza centrípeta)

$$\sum F_x = -m.a_c \quad \rightarrow \quad -T_1.\cos\alpha - T_2.\cos\alpha = -m.a_c \qquad \text{A)}$$

En Y (está en equilibrio):

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad +T_1.\sin\alpha - T_2.\sin\alpha - P = 0 \qquad \text{B)}$$

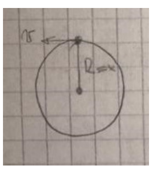
a) Para obtener la tensión en el hilo de abajo podemos trabajar con la ecuación B)

$$-T_2.\sin\alpha = P - T_1.\sin\alpha \quad \rightarrow \quad T_2 = \frac{+T_1.\sin\alpha - P}{\sin\alpha} = +T_1 - \frac{m.g}{\sin\alpha} = 70 - \frac{4.9{,}8}{\sin 53°} = 20{,}92\ [N]$$

Al darnos positivo, significa que la fuerza/tensión actúa en el sentido propuesto al que hemos planteado en el DCL, si diese negativo tratándose de una cuerda/hilo, ésta no estaría trabajando ya que las mismas no trabajan a compresión.

b) Para obtener las RPM del sistema podemos trabajar con la ecuación A) previamente multiplicando ambos miembros por -1 (esto pone de manifiesto la importancia en la elección del sistema de referencia)

$$T_1.\cos\alpha + T_2.\cos\alpha = +m.a_c \quad \rightarrow \quad a_c = \frac{(T_1 + T_2).\cos\alpha}{m} = \frac{(70 + 20{,}92).\cos 53°}{4} = 13{,}68\ \left[\frac{m}{s^2}\right]$$



$$a_c = \omega^2.R \quad \rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{a_c}{R}} = \sqrt{\frac{13{,}68}{0{,}75}} = 4{,}27\ \left[\frac{rad}{s}\right] \rightarrow$$

$$n = 4{,}27.\frac{60}{2\pi}\left[\frac{rev}{min}\right] = 40{,}80\left[\frac{rev}{min}\right]$$

Como vemos es sistema está girando a casi 41 rpm.

c) Deseamos obtener las RPM del sistema en la que el hilo inferior pierda toda la tensión, esperamos que sea menor a lo obtenido en b), para eso partimos de A) y B) e igualamos a 0 la tensión del hilo inferior.

<u>En X (al estar girando hay fuerza centrípeta)</u>

$$\sum F_x = +m.a_c \quad \rightarrow \quad +T_1.\cos\alpha \cancel{+ T_2.\cos\alpha} = +m.a_c$$

<u>En Y (está en equilibrio):</u>

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad +T_1.\sin\alpha \cancel{- T_2.\sin\alpha} = P = m.g$$

Dividimos ambas ecuaciones entre sí, tomando en el numerador a la que obtenemos de la sumatoria en x.

$$\frac{\cancel{T_1}.\cos\alpha = \cancel{+m}.a_c}{+\cancel{T_1}.\sin\alpha = \cancel{m}.g} \quad \rightarrow \quad \cot\alpha = \frac{a_c}{g} \quad \rightarrow \quad a_c = \frac{g}{\tan\alpha}$$

$$a_c = \frac{g}{\tan\alpha} = \frac{9{,}8}{\tan 53°} = 7{,}38\ \left[\frac{m}{s^2}\right]$$

$$a_c = \omega^2.R \quad \rightarrow \quad \omega = \sqrt{\frac{a_c}{R}} = \sqrt{\frac{7{,}38}{0{,}75}} = 3{,}138\ \left[\frac{rad}{s}\right] \quad \rightarrow \quad n = 3{,}138.\frac{60}{2\pi}\left[\frac{rev}{min}\right] = 29{,}98\left[\frac{rev}{min}\right]$$

Como vemos es sistema está girando a menores rpm que en b).

Hay que tener en cuenta que hemos fijado el ángulo a 53º porque suponemos que en ese momento pierde la tensión el hilo inferior pero no deja de estar a su longitud máxima, eso genera que el hilo superior no trabaje más a 70N, por lo que ahora obtendremos su nuevo valor.

$$T_1 = \frac{m.g}{\sin\alpha} = \frac{4.9{,}8}{\sin 53°} = \frac{39{,}2}{\sin 53°} = 49{,}08\ [N]$$

Si hubiésemos mantenido la tensión pero variado el ángulo, habríamos obtenido un ángulo menor a 53º, por lo que el hilo inferior dejaría de estar en su máxima extensión, y ya no estaríamos calculando en el momento en que el hilo inferior pierde su tensión, sino la aceleración asociada para un caso en que T1=70N sin tensión en el hilo inferior.