

Nos piden una distancia desde el suelo, podemos elegir el sistema de referencia de manera que el cero este en el piso y la dirección y positiva hacia arriba. Las ecuaciones horarias de caída libre en este sistema de referencia quedan:

$$y(t) = y_0 - \frac{1}{2} g t^2 \quad (1)$$

$$v(t) = -g t \quad (2)$$

$$a = -g \quad (3)$$

Ecuación complementaria:

$$v^2(t) = -2 g (y - y_0) \quad (4)$$

Para resolver el problema primero encontramos la velocidad final cuando toca el suelo, ya que necesitamos saber la cuarta parte de esta. Podemos usar la ecuación complementaria ya que no tenemos el tiempo como dato y tampoco nos interesa (también se puede resolver usando ecuaciones horarias, probá!). Cuando toca el suelo es $y = 0$, reemplazando en (4) queda:

$$v_f^2 = 2 g y_0$$

$$v_f = \sqrt{2 g y_0}$$

Queremos calcular la distancia para la cuarta parte de la velocidad final, es decir:

$$v = \frac{v_f}{4} = \frac{\sqrt{2 g y_0}}{4} = \sqrt{\frac{2 g y_0}{16}} = \sqrt{\frac{g y_0}{8}}$$

Para hallar la posición que nos piden reemplazamos $\frac{v_f}{4}$ en la complementaria

$$\left(\sqrt{\frac{g y_0}{8}} \right)^2 = -2 g (y - y_0)$$

$$\frac{g y_0}{8} = -2 g (y - y_0)$$

$$\frac{y_0}{8} = -2 y + 2 y_0$$

$$2y = 2y_0 - \frac{y_0}{8}$$

$$\boxed{y = \frac{15}{16} y_0}$$