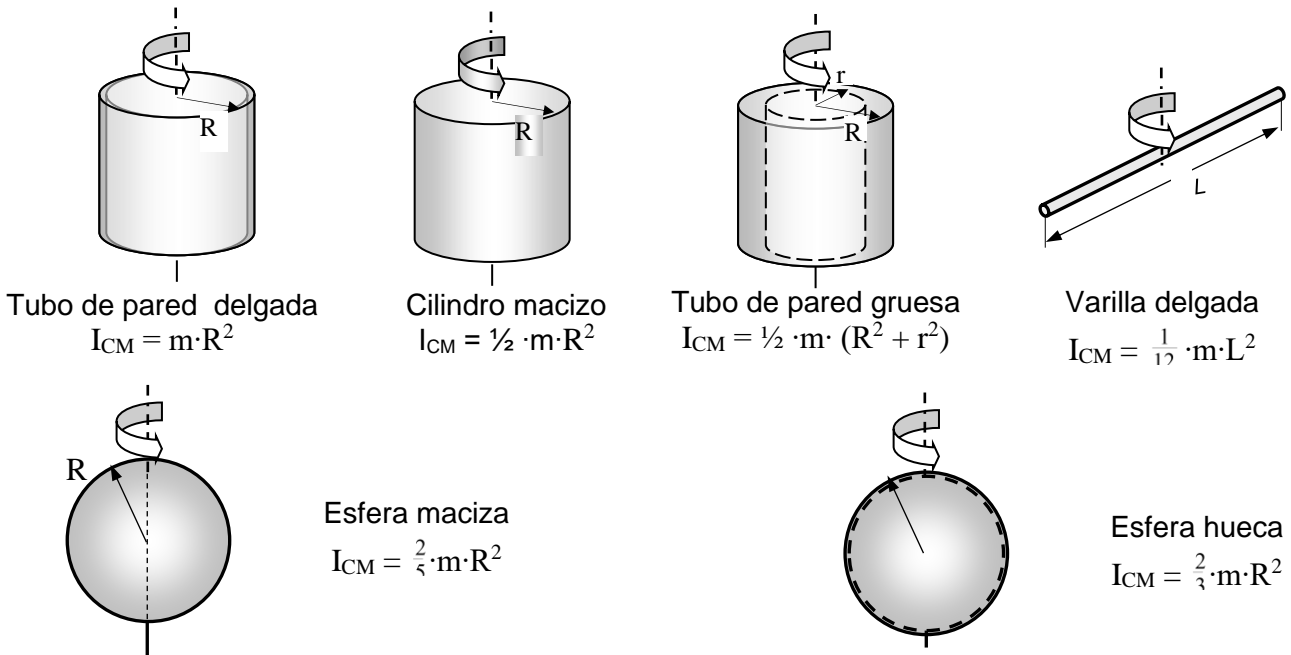


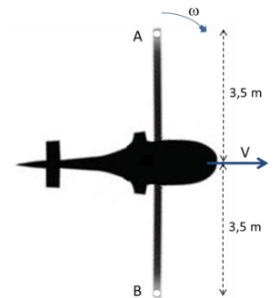
CUERPO RÍGIDO

Momentos de Inercia de algunos cuerpos:

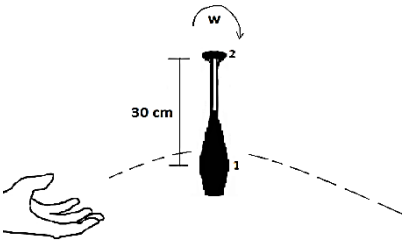


Cinemática del cuerpo rígido

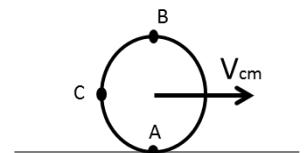
163.- Un helicóptero se mueve horizontalmente a 216 km/h. Las aspas principales, de 3,5 m de largo, giran a 180 r.p.m. en el sentido de las agujas del reloj. Para el instante retratado en la figura, determinar: a) la velocidad de los extremos de las aspas (puntos A y B); b) la posición del eje instantáneo de rotación. [a) $V_A=125,9 \text{ m/s}$; $V_B=-5,9 \text{ m/s}$; b) 3,18 m hacia abajo del eje de rotación de las aspas]



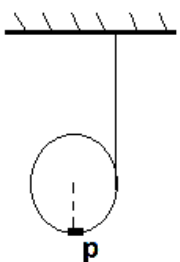
164.- La clava para hacer malabares puede ser modelada por una masa de 0,4 kg (punto 1 en la figura) unida por una varilla sin masa de 30 cm de longitud a otra masa de 0,2 kg (punto 2). Un malabarista arroja una clava con una velocidad inicial de 3 m/s y con un ángulo de 25° con respecto a la horizontal. En la figura se observa el momento en que la clava alcanza la altura máxima. Calcular la velocidad del punto 2 sabiendo que en ese instante su velocidad angular es 2 1/s. [3,1 m/s]

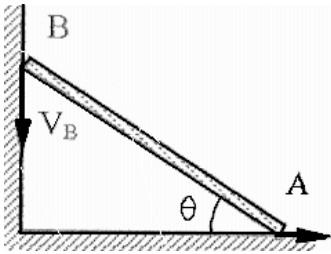


165.- Évelyn hace rodar por el piso un aro de 10 cm de radio. El centro de masa de aro avanza con una velocidad de 1 m/s. Determine la velocidad de los puntos A, B y C. [$v_A=0$; $v_B=2 \text{ m/s}$ hacia la derecha; $v_C= 1 \text{ m/s}$ hacia arriba + 1m/s hacia la derecha]



166.- Se enrolla un hilo alrededor de un yoyo de 3 cm de radio. El extremo libre del hilo se ata al techo y se suelta el yoyo. Se observa que el centro de masa del yoyo desciende con una aceleración de 0,5 m/s². En la imagen se ve una foto del yoyo cuando éste descendió 20 cm a partir de la posición desde la que se soltó. Determine el módulo, dirección y sentido de la velocidad del punto P en ese instante. [0,44 m/s hacia abajo + 0,44 m/s hacia la derecha]

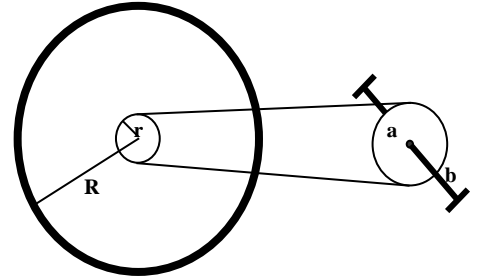




167.- La barra de 2 m de largo apoyada como muestra la figura se desliza, siendo la velocidad del extremo **A** de 3 m/s. Cuando el ángulo θ es de 30° , Calcular:
 a) la posición del eje instantáneo de rotación
 b) la velocidad del extremo B.
 [a) EIR: $(1,73 \hat{i} + 1 \hat{j})m$; b) $v_B = 5,19 m/s$]

168.- Las ruedas de una bicicleta tienen un radio $R = 35 \text{ cm}$, en cambio el radio del piñón es $r = 3,5 \text{ cm}$, mientras que el plato donde está enganchada la cadena tiene un radio $a = 10,5 \text{ cm}$ y los pedales giran en una circunferencia de radio $b = 16 \text{ cm}$. Hallar:

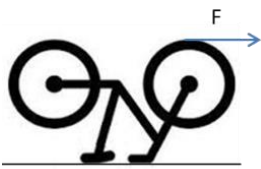
- a) Si cuando está en reposo el ciclista hace girar los pedales de tal manera que la primera vuelta la cumple en $\pi/2 \text{ s}$, con aceleración angular constante. ¿Cuál es la velocidad con que avanza la bicicleta, en ese instante?
 b) Si luego el ciclista avanza a velocidad constante dando, los pedales, una vuelta cada $\pi/3 \text{ s}$, ¿Cuánto tiempo emplea en recorrer 100m?
 c) ¿Cuánto "recorrió" el pie del ciclista?
 [a) $v = 8,4 \text{ m/s}$; b) $t_{100} = 15,9 \text{ s}$; c) $d = 15,25 \text{ m}$]



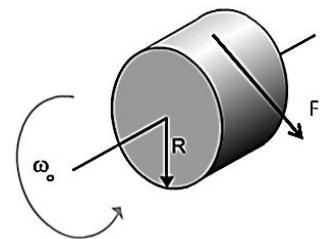
Dinámica del cuerpo rígido

Rotación alrededor de un eje fijo

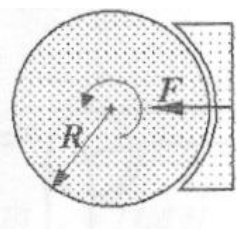
169.- Ingrid da vuelta una bici y aplica una fuerza F de 12 N sobre la rueda delantera como indica la figura. La rueda tiene un radio de 40 cm, un momento de inercia de $0,5 \text{ kgm}^2$ y puede girar sin rozamiento. a) Determine el módulo del momento ejercido por la fuerza que aplica Ingrid. b) Calcule la aceleración angular de la rueda. c) Si la rueda estaba inicialmente en reposo, calcule su velocidad angular luego de 5 s (suponga que durante todo este tiempo el momento de la fuerza se mantuvo constante). d) Encuentre el ángulo girado y la cantidad de vueltas dadas por la rueda en los primeros 5 s. [a) 4,8 Nm; b) $9,6 \text{ 1/s}^2$; c) 48 1/s; d) 120 (rad); 19 vueltas]



170.- Un cilindro macizo de radio $R=10 \text{ cm}$ y masa 100 kg, rota alrededor de un eje fijo sin rozamiento a razón de 2 vueltas por segundo. Para detenerlo se aplica una fuerza tangencial constante a una distancia R del centro, como indica la figura. El cilindro se detiene en 20 s. a) Calcule la aceleración angular. b) Calcule el módulo de la fuerza aplicada. [a) $-0,62 \text{ 1/s}^2$; b) 3,1 N]



171.- Un volante cilíndrico macizo pesa 9800 N, tiene un radio de 0,5m y gira a razón de 60 rpm. Si durante, 10 s se le aplica un momento $M = 98 \text{ N}\cdot\text{m}$ en el sentido de rotación. ¿Cuál será su rpm final? [$n_f = 135 \text{ r.p.m.}$]



172.- Un cilindro homogéneo de 0,3 m de radio y 10 kg de masa gira a 300 rpm. Mediante un freno de zapata, se ejerce sobre el mismo una fuerza $F = 10 \text{ N}$ en dirección radial. Si el coeficiente de rozamiento es $\mu = 0,2$. Calcular el número de vueltas que gira hasta detenerse. [$N = 59 \text{ vueltas}$]

173.- Un disco de radio $R = 0,3 \text{ m}$ gira a 2000 rpm . Se le aplica un momento constante que lo detiene en 40 vueltas. Calcular la aceleración total de un punto del borde cuando se cumple la mitad del tiempo que tarda en detenerse.

Solución:

Las velocidades angulares inicial y final serán:

$$\omega_0 = 209,44 \text{ s}^{-1} \quad \text{y} \quad \omega_f = 0$$

Despejando el tiempo de las ecuaciones del MCUV resulta:

$$\gamma = -87,27 \text{ s}^{-2} \quad \text{y} \quad t = 2,4 \text{ s} \text{ el tiempo para detenerse.}$$

De donde resulta que la aceleración centrípeta es

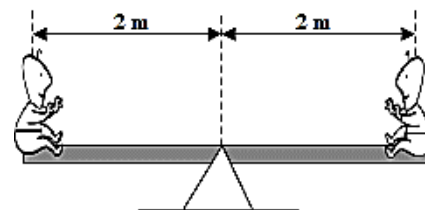
$$a_c = (\omega_0 + \gamma.t)^2 . R = 3289,63 \text{ m/s}^2 \text{ y}$$

La aceleración tangencial

$$a_T = \gamma.R = 26,18 \text{ m/s}^2$$

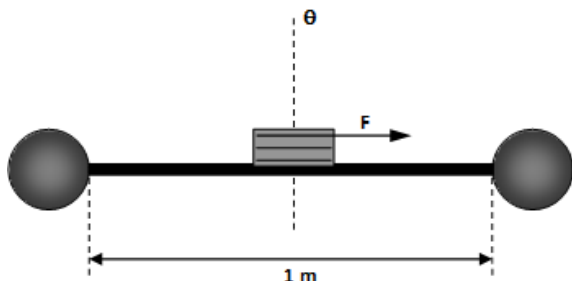
$$\text{La aceleración total resulta } a = 3289,73 \text{ m/s}^2$$

174.- *Chad y Brandon se sientan en un sube y baja de masa despreciable. Chad pesa 40 kgf y Brandon, 30 kgf . Ambos distan 2 m del pivot. a) Calcule el momento de inercia del sistema con respecto al pivot. b) Determine la aceleración angular inicial. [a) 280 kgm^2 ; b) $0,71 \text{ 1/s}^2$]

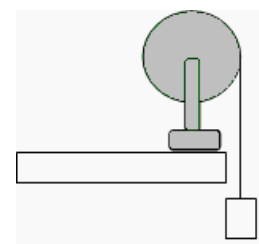


175.- Cuatro partículas de masa m , unidas por varillas sin masa, están ubicadas en los vértices de un cuadrado de lado a . Calcule el momento de inercia del sistema: a) con respecto a un eje perpendicular al plano del cuadrado y que pasa por su centro; b) con respecto a un eje perpendicular al plano del cuadrado y que pasa por una de las partículas. [Rta: a) $I_{AA} = 2ma^2$; $I_{BB} = 4ma^2$]

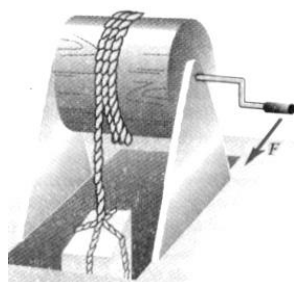
176.- La pieza homogénea de la figura está constituida por una varilla de 1 m de largo y $1,2 \text{ kg}$ de masa, 2 esferas de $0,2 \text{ m}$ de radio y $0,1 \text{ kg}$ de masa y una polea (cilindro) de $0,1 \text{ m}$ de radio y $0,5 \text{ kg}$ de masa. El sistema gira alrededor del eje de simetría bajo la acción de una fuerza horizontal de módulo 20 N que se ejerce mediante una soga arrollada a la polea. Determinar: a) el momento de inercia de la pieza con respecto al eje de simetría. b) la aceleración angular. [a) $0,203 \text{ kgm}^2$; b) $\gamma = 9,84 \text{ s}^{-2}$]



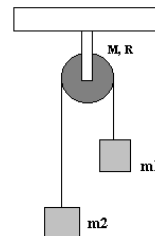
177.- *Se sujeta un cuerpo de masa $m = 1 \text{ kg}$ a una cuerda ligera (sin masa) enrollada alrededor de un disco de $0,1 \text{ m}$ de radio y $0,5 \text{ kg}$ de masa. El disco puede girar sin rozamiento y la cuerda no desliza. a) Encontrar la tensión de la cuerda. b) Si la masa se halla inicialmente a 1 m del suelo y parte del reposo, ¿cuánto demora en caer? [a) 2 N ; b) $0,5 \text{ s}$]



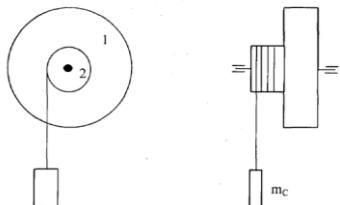
178.- El mecanismo de la figura sirve para sacar una caja de 50 kg de la bodega de un barco. Una cuerda está enrollada en un cilindro de madera que gira sobre un eje metálico. El cilindro tiene $0,25 \text{ m}$ de radio y un momento de inercia $I = 0,92 \text{ kg m}^2$ alrededor del eje. La caja cuelga del extremo libre de la cuerda. Un extremo del eje pivota sobre cojinetes sin fricción; una manivela está unida al otro extremo. Cuando se gira la manivela, el extremo del mango gira alrededor del eje en un círculo vertical de $0,12 \text{ m}$ de radio, el cilindro gira y la caja sube. ¿Qué magnitud de la fuerza F aplicada tangencialmente a la manivela es necesaria para levantar la caja con una aceleración de $0,81 \text{ m/s}^2$? [$F = 1134 \text{ N}$]



179.- *El sistema de la figura se deja libre desde el reposo. Las masas de los cuerpos valen: $m_1 = 30 \text{ kg}$ y $m_2 = 20 \text{ kg}$. El cuerpo de 30 kg se encuentra a 2 m del suelo. La polea es un disco uniforme de 10 cm de radio y 10 kg de masa. Suponga que la cuerda no desliza en la polea y calcule: a) la aceleración de las masas; b) las tensiones de las cuerdas; y c) la velocidad con la que llega al suelo el cuerpo de 30 kg . [a] $1,8 \text{ m/s}^2$; b) $T_2=236 \text{ N}$; $T_1=246 \text{ N}$; c) $2,68 \text{ m/s}$



180.- Un cilindro (1) con una masa $M=20 \text{ kg}$ y un radio $R=0,3 \text{ m}$, está ligado a otro (2) con un radio de $r=0,1 \text{ m}$ y una masa $m=5 \text{ kg}$. Sobre éste último está arrollada una cuerda de peso despreciable de la cual cuelga una masa $m_c=4 \text{ Kg}$. Calcular la aceleración del sistema, y la tensión de la cuerda (despreciar también el rozamiento).



Solución:

El momento de inercia respecto al eje será:

$$I = \frac{1}{2} \cdot m \cdot r^2 + \frac{1}{2} \cdot M \cdot R^2$$

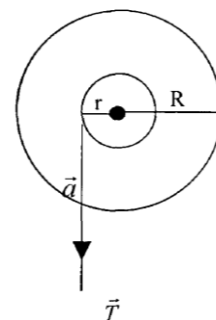
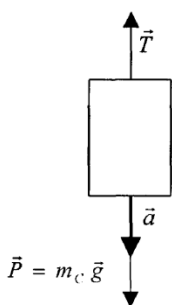
Como $\sum M = I \cdot \gamma$ Resulta $T \cdot r = I \cdot \gamma = I \cdot a/r$

Sobre la masa C actúan las siguientes fuerzas :

$$m_c g - T = m_c a \quad T = m_c (g - a)$$

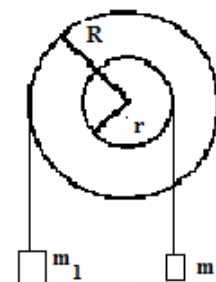
Igualando estas dos expresiones para la tensión, podremos despejar el valor de la aceleración:

$$a = 0,41 \text{ m/s}^2 \quad \text{y} \quad T = 37,6 \text{ N}$$



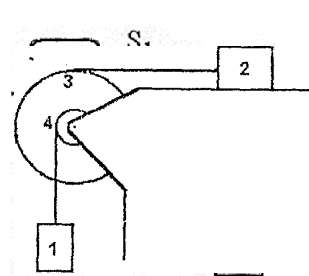
181.- Dos masas cuelgan de dos cuerdas unidas a una polea doble capaz de girar alrededor de su eje. El momento de inercia de la polea es de $40 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$. los radios son $R = 1,2 \text{ m}$ y $r = 0,4 \text{ m}$; a) si $m_1 = 24 \text{ kg}$, calcular el valor de m_2 para que el sistema esté en equilibrio; b) si a la masa m_2 se le agregan 12 kg , calcular la aceleración angular de la polea y las tensiones de las cuerdas.

[a) $m_2 = 72 \text{ kg}$ b) $\gamma = 0,53 \text{ s}^{-2}$; $T_1 = 250 \text{ N}$; $T_2 = 805 \text{ N}$]



182.- La aceleración lineal en el sistema de la figura es 2 m/s^2 . Si $m_1 = 3 \text{ kg}$; $m_3 = 6 \text{ kg}$ e $I_{CM} = \frac{1}{2} m_2 r^2$, determinar los esfuerzos en ambos tramos de la cuerda y el valor de m_2 .

[$S_1 = 11,9 \text{ N}$; $S_2 = 46,8 \text{ N}$; $m_2 = 34,9 \text{ kg}$]



183.- Al descender el cuerpo de masa m_1 , hace girar la polea cilíndrica y desplaza hacia la izquierda el cuerpo de masa m_2 . El coeficiente de roce cinético entre éste último cuerpo y el plano horizontal es $0,1$. Aceptando que las cuerdas son inextensibles, de masas y espesores despreciables, calcular la altura que descendió el cuerpo 1 hasta quedar detenido a partir de la posición para la cual la polea tenía una velocidad angular de $\omega = 3 \text{ s}^{-1}$.

Datos: $m_1=1 \text{ kg}$; $m_3=60 \text{ kg}$; $m_4=30 \text{ kg}$; $m_2=20 \text{ kg}$; $R_3=40 \text{ cm}$; $R_4=20 \text{ cm}$
[$h = 1,32 \text{ m}$]

Rototraslación

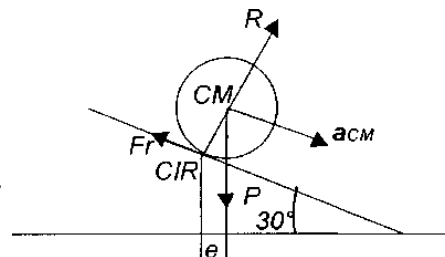
184.- *Un cilindro de masa 2 kg y radio $r=0,2$ m rueda por un plano inclinado que forma un ángulo de 40° con la horizontal. El cilindro se suelta desde una altura de 3 m medidos verticalmente desde el piso. a) Calcular la aceleración del centro de masa del cilindro. b) Se repite la experiencia con una esfera de la misma masa y el mismo radio que el cilindro; calcule la aceleración de su centro de masa. c) Repetir el cálculo para un anillo. ¿Cuál de los tres llega primero al pie del plano? [a) $4,28$ m/s^2 ; b) $4,59$ m/s^2 ; c) $3,21$ m/s^2]

185.- Una esfera y un cilindro descienden por un plano inclinado 30° . Si lo hacen a lo largo de 20 m. y parten simultáneamente ¿cuál será la diferencia en los tiempos invertidos? ¿qué ocurre si el cilindro aumenta su masa al doble?

Solución:

Si se planten momentos respecto del centro instantáneo de rotación (CIR)

$$P.e = I_{CIR} . \alpha$$



Aplicando Steiner, y reemplazando según corresponda:

$$m.g.R.\text{sen}30^\circ = (I_{CM} + m.R^2).a_{CM}/R$$

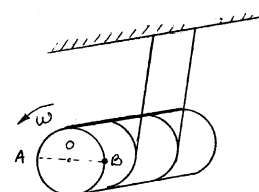
Para la esfera tendremos: $m.g.R.\text{sen} 30^\circ = (2/5 m.R^2 + m.R^2)a_{CM}/R$

Para el cilindro tendremos: $m.g.\text{sen} 30^\circ = (1/2 m.R^2 + m.R^2)a_{CM}/R$

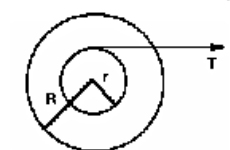
De donde se despeja cada aceleración $a_c = 2/3.g.\text{sen} 30^\circ$ y $a_e = 5/7.g.\text{sen} 30^\circ$

El desplazamiento con $V_0 = 0$ resulta: $\Delta x = 1/2.a.t^2$ despejando t se puede obtener la diferencia de los valores $\Delta t = 0,119$ s.

186.- En torno de un cilindro macizo de radio R y masa m se arrollan dos hilos (un yo-yo). Fijando las extremidades de los hilos y soltando el cilindro, hallar: a) la tensión de cada hilo; b) las velocidades de los puntos **A**, **B** y **CM** en el instante t . [a) $T = \frac{mg}{6}$; b) $v_A = \frac{4}{3}gt$; $v_B = 0$; $v_{CM} = \frac{2}{3}gt$]

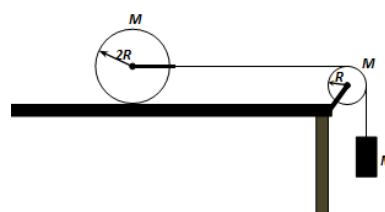


187.- A un cuerpo de $I_{CM} = 0,6 mR^2$ se le aplica una tensión $T = 20$ N. Hallar valor de la aceleración del CM y de la fuerza de roce, sabiendo que rueda sin resbalar. Datos: $m = 2$ kg, $R = 10$ cm, $r = 8$ cm [$a_{CM} = 11,25$ m/s^2 ; $f_e = 2,5$ N]

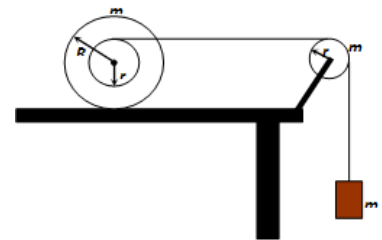


188.- Un cilindro macizo y homogéneo se encuentra descansando sobre una superficie horizontal sin fricción. ¿A qué distancia del centro de masa habrá que aplicar una fuerza paralela a la superficie de apoyo, para ruede sin resbalar? ¿Y si es una esfera? [Por sobre el CM una distancia de $1/2R$; $2/5R$]

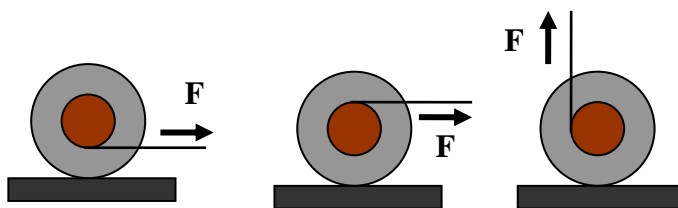
189.- Un cilindro sólido uniforme de masa M y radio $2R$ descansa sobre una mesa horizontal. Se ata un hilo mediante un yugo a un eje sin fricción que pasa por el centro del cilindro de modo que éste puede girar. El hilo pasa por una polea con forma de disco de masa M y radio R montada en un eje sin fricción que pasa por su centro. Un bloque de masa M se suspende del extremo libre del hilo. Ver figura. El hilo no resbala en la polea, y el cilindro rueda sin resbalar sobre la mesa. Si el sistema se libera del reposo, ¿qué aceleración hacia abajo tendrá el bloque? [$a = 3,27$ m/s^2]



190.- Un disco $R = 30$ cm rueda sin deslizar a lo largo de un plano horizontal; una cuerda, arrollada a una hendidura de 15 cm de radio, está unida a través de un disco [$r_d = 10$ cm] a un bloque, que pende del extremo de la misma tal como se indica en la figura. Calcular: La aceleración del centro de masa del disco. (Dato: las tres masas son de 4 Kg; considere al disco que rueda como un cilindro macizo.) $I_{CM} = \frac{1}{2}mR^2$ [$a_{CM} = 3 \text{ m/s}^2$]



191.- La figura muestra tres yoyos idénticos inicialmente en reposo sobre una superficie horizontal. Se tira del cordel de cada uno de ellos en la dirección indicada. Siempre hay suficiente fricción para que el yoyo ruede sin resbalar. Calcular la a_{CM} de cada uno, en función de F , si $I_{CM} = mR^2$ (con m la masa total y R el radio exterior) y el radio interno es: $r < R/2$. Dibuje un diagrama del cuerpo libre para cada yoyo. ¿En qué dirección girará cada yoyo? Calcular la aceleración del centro de masa y el valor de la fuerza de roce en cada caso.



$$\left[a) a_{CM} = \frac{F(R-r)}{2mR}, f_c = F\left(\frac{R+r}{2R}\right) \quad b) a_{CM} = \frac{F(R+r)}{2mR}, f_c = F\left(\frac{R-r}{2R}\right) \quad c) a_{CM} = \frac{Fr}{2mR}; f_c = \frac{Fr}{2R} \right]$$

Impulso angular

192.- Calcular el vector impulso angular de:

- La Luna alrededor de la Tierra. Datos: $m_L = 7,36 \cdot 10^{22}$ kg; $r_{T-L} = 384403$ km; $\tau = 28$ días.
- Una persona de 70 kg que está parada en el ecuador, respecto del centro de la Tierra. Datos: $r_T = 6370$ km; $\tau = 24$ h.
- Un electrón alrededor del núcleo de un átomo de hidrógeno. Datos: $m_E = 9,11 \cdot 10^{-31}$ kg; $r_{P-E} = 5,3 \cdot 10^{-11}$ m; $\omega_E = 4,1 \cdot 10^{16}$ 1/s.
- ¿Se conserva el impulso angular del cuerpo en cada caso? Demostrarlo.

En todos los casos suponer órbitas circulares.

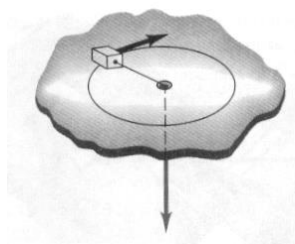
[a) $2,82 \cdot 10^{36}$ kgm²/s; b) $2,06 \cdot 10^{11}$ kgm²/s; c) $1,04 \cdot 10^{-34}$ kgm²/s; en todos los casos la dirección del vector es perpendicular al plano de rotación]

193.- Calcule el momento angular que posee una partícula de masa 4,1 kg en el instante en que su posición es $\vec{r} = (-3,5\hat{i} + 1,4\hat{j})\text{m}$ y su velocidad $\vec{v} = (-2,0\hat{i} - 6,3\hat{j})\text{m/s}$. [$\vec{L} = 102\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \hat{k}$]

194.- Una partícula de masa 3 kg se mueve con velocidad $\vec{v} = 3\frac{\text{m}}{\text{s}}\hat{i}$ a lo largo de la línea coordenada $y = 5,3$ m. a) Determine el momento angular relativo al origen cuando la partícula pasa por la posición $x = 12$ m; b) Se aplica a la partícula una fuerza $\vec{F} = -3\text{N}\hat{i}$. Determine el momento producido por esta fuerza con respecto al origen. [a) $\vec{L} = -47,7\text{kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \hat{k}$ b) $\vec{M} = 15,9\text{Nm}\hat{k}$]

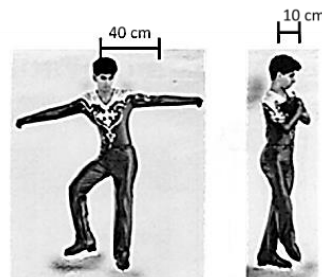
195.- Un bloque de 0,03 kg sobre una superficie horizontal sin fricción está atado a un cordón sin masa que pasa por un agujero en la superficie. El bloque inicialmente está girando a una distancia de 0,2 m del agujero con una velocidad angular de 1,75 rad/s. Ahora se tira del cordón desde abajo, acortando el radio del círculo que describe el bloque a 0,1 m. El bloque puede tratarse como una partícula.

- ¿Se conserva el momento angular? Explique.
- ¿Qué valor tiene ahora la velocidad angular?
- Calcule el cambio de energía cinética del bloque.
- ¿Cuánto trabajo se efectuó al tirar del cordón? [b) $\omega_f = 7 \text{ s}^{-1}$ c) y d) $\Delta E_C = 5,5 \times 10^{-3} \text{ J}$]

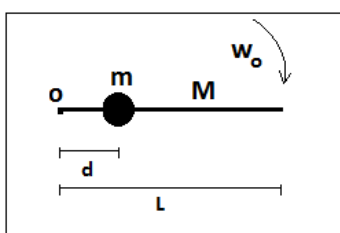


196.- Un bañero revolea su silbato de masa 10 gr con una cuerda de 0,5 m de longitud. Conforme el silbato gira, la cuerda va enrollándose en su dedo índice. La energía cinética inicial del silbato es 0,1 J. Desprecie los efectos gravitatorios, considere el silbato como una partícula y calcule la velocidad angular del silbato en el instante en que la cuerda tiene 10 cm de longitud. [223 1/s]

197.- Édgar patina sobre hielo. Estira sus brazos y comienza a dar 2 vueltas cada 4 segundos. Mientras está girando, contrae sus brazos y los coloca contra su cuerpo. Calcule cuánto tarda en dar una vuelta en la nueva posición. En la posición inicial, suponga que toda la masa de un brazo está concentrada a 40 cm del eje de rotación, y en la posición final, a 10 cm. Ignore el efecto de las piernas y del resto del cuerpo. Dato: masa de cada brazo=4 kg. [0,125 s]

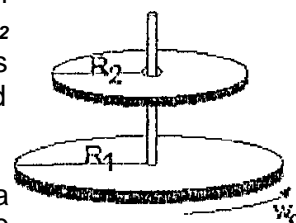


198.- Una esfera de masa m y radio r se enhebra en una barra de masa

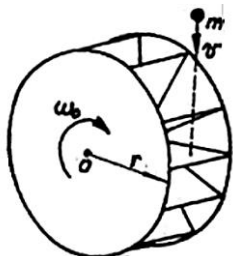


M y largo L . Se coloca el sistema sobre una mesa sin rozamiento y se fija uno de los extremos de la barra en el punto "o" de tal manera que pueda rotar libremente alrededor de ese punto. Se le da una velocidad angular inicial de 3 1/s. Si la esfera comienza el movimiento a una distancia $d=0,2$ m del punto "o", calcular la velocidad angular del sistema un instante antes de que la esfera abandone la barra. Datos: $L=1,5$ m; $M=3$ kg; $r=0,1$ m; $m=10$ kg. [0,258 1/s]

199.- El disco superior de la figura, de masa m_2 y radio R_2 , inicialmente en reposo, se deja caer sobre el inferior, de masa $m_1 = 2 \cdot m_2$ y radio $R_1 = 2 \cdot R_2$ inicialmente en rotación con velocidad angular ω_0 de modo que coinciden sus ejes. Suponiendo que no se aplican fuerzas externas, encontrar la velocidad angular resultante del conjunto. $\left[\omega_f = \frac{8}{9} \omega_0 \right]$



200.- Una gota de agua de masa $m = 30$ g y una velocidad de 200 m/s, sobre una paleta de una rueda hidráulica de momento de inercia: $I = 150$ kg.m². Determinar la velocidad angular de la rueda después, haber sido golpeada por la gota (se supone que la gota permanece unida a la rueda). La rueda tiene un radio de 1 m. y gira con velocidad angular $\omega_0 = 6$ 1/s. $[\omega = 6,04$ 1/s.]



201.- En un parque de juegos hay una pequeña plataforma horizontal de 2 m de radio, de $m=200$ kg y momento de inercia 200 kgm². Un muchacho de masa 50 Kg corre con la velocidad v en dirección tangente a la periferia de la plataforma, cuando ésta está

en reposo y salta sobre la misma. El conjunto plataforma y muchacho adquieren una $\omega = 1$ rad/s.- Determinar:

a) la velocidad con que corría el muchacho.

b) la variación de energía cinética del sistema formado por el muchacho y la plataforma antes y después del salto.

c) Si el muchacho y la plataforma giran con velocidad $\omega = 1$ rad/s. Determinar para los casos siguientes la velocidad angular final y la variación de la energía cinética. 1º) el muchacho camina por el borde de la plataforma, de manera de permanecer en reposo respecto de la tierra, 2º) el muchacho salta tangencialmente, de la plataforma con la velocidad tangencial que tenía cuando giraban juntos.

$$\left[a) v = 4 \frac{m}{s}; b) \Delta E_c = -200 J; c) 1^\circ: \omega_f = 2 \frac{1}{s} \text{ y } \Delta E_c = 200 J; 2^\circ: \omega_f = 1 \frac{1}{s} \text{ y } \Delta E_c = 0 \right]$$

202.- Una cucaracha de masa $m = 2$ g. corre en sentido antihorario alrededor del borde de un disco que gira alrededor de un eje vertical, en el sentido horario. El disco tiene un radio $R = 20$ cm. y momento de inercia $I = 20.000$ g.cm². Su velocidad es $\omega_0 = 6$ rad/s. La velocidad de la cucaracha, con relación al suelo es $v = 0,1$ m/s. La cucaracha encuentra una miga pan y se detiene. Determinar: a) la velocidad angular del disco después de detenerse la cucaracha; b) la variación de la energía cinética.

$$[a) 5,75 \text{ 1/s}; b) -1,61 \text{ mJ}]$$

Trabajo. Energía de rotación y de traslación

203.- Una esfera homogénea tiene una masa de 1000 kg y un radio de 0,5 m. Si gira alrededor de un eje que pasa por su centro de masa a razón de 36 rpm, calcular:

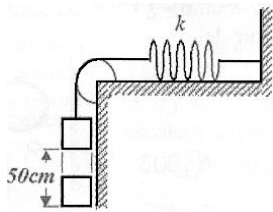
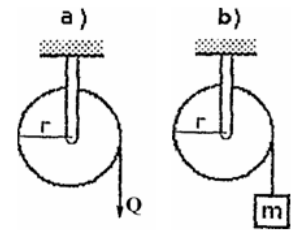
a) Su energía cinética. b) Su momento cinético. c) Si se suministran 200 J de energía a su rotación, ¿cuál será su nueva velocidad angular? [a) $E_C = 710,6 \text{ J}$ b) $L^{(CM)} = 377 \text{ kg m}^2/\text{s}$; c) $4,26 \text{ 1/s}$]

204.- a) ¿Qué trabajo realizará la cuerda enroscada sobre el volante de masa 4 kg y radio 10 cm de la figura (a), si se tira con una fuerza Q de módulo 2 N haciendo describir al volante una vuelta completa?

b) Calcular el trabajo realizado por la cuerda si el extremo de la misma se encuentra un cuerpo de peso 2 N, (figura b) al girar una vuelta completa.

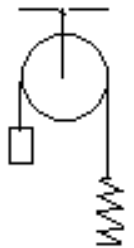
c) Hallar en ambos casos la velocidad angular final del volante.

[a) $W_Q = 1,25 \text{ J}$; b) $W_{\text{cuerda}} = 1,14 \text{ J}$; c) $\omega_{(a)} = 11,1 \text{ s}^{-1}$; $\omega_{(b)} = 10,68 \text{ s}^{-1}$]



205.- En el dispositivo de la figura el momento de inercia de la polea es $I = 0,5 \text{ kgm}^2$ y su radio es $R = 30 \text{ cm}$. La constante elástica del resorte es $k = 2 \text{ N/m}$. Calcular la velocidad de la masa de 100 g cuando ha descendido 50 cm a partir de, la posición en que se engancha a la cuerda. [$v = 0,29 \text{ m/s}$]

206.- En la figura se muestra un cuerpo $m = 10 \text{ kg}$ que se suelta del reposo, el resorte tiene su longitud natural. Hallar la velocidad del cuerpo luego de caer 10 cm. Datos: $R = 10 \text{ cm}$, $I_{CM} = 0,02 \text{ kgm}^2$, $k = 200 \text{ N/m}$. [$v = 1,21 \text{ m/s}$]



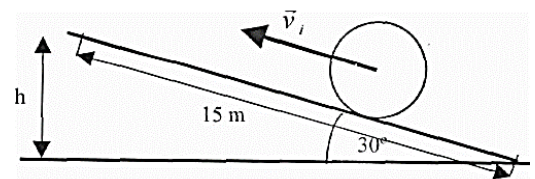
207.- Dos discos metálicos de $r_1 = 3 \text{ cm}$ y $r_2 = 6 \text{ cm}$ y masas $m_1 = 0,8 \text{ kg}$ y $m_2 = 1,6 \text{ kg}$, se sueldan juntos y se montan en un eje sin rozamiento que pasa por su centro común.

a) ¿Qué momento de inercia total tiene el sistema de discos respecto del eje que pasa por sus centros? b) Un hilo ligero se enrolla en el disco pequeño y se cuelga de él un bloque de 1,5 kg. Si el bloque se suelta de una altura de 2 m sobre el piso. ¿Qué velocidad tiene exactamente cuando toca el suelo? c) Repetir (b) si ahora el hilo está enrollado en el disco grande.

[a) $I_{CM} = 3,24 \times 10^{-3} \text{ kg.m}^2$ b) $v = 3,39 \text{ m/s}$ c) $v = 4,94 \text{ m/s}$]

208.- Calcular la energía cinética total de la Tierra en sus movimientos de traslación alrededor del Sol y rotación alrededor de sí misma. Datos: masa de la Tierra = $6 \times 10^{24} \text{ kg}$, distancia Tierra-Sol = $150 \times 10^6 \text{ km}$, radio terrestre = 6370 km .

209.- ¿Con qué velocidad inicial hay que lanzar una esfera hacia arriba en un plano inclinado 30° para que ascienda rodando sin resbalar 15 m a lo largo del mismo hasta detenerse? ¿Cuánto ascenderá si se duplica la velocidad?



Solución:

Por el teorema de conservación de la energía mecánica:

$$m \cdot g \cdot h = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 + \frac{1}{2} \cdot I \cdot \omega^2 \quad \text{con } v = \omega \cdot R$$

despejando $v = 10,25 \text{ m/s}$ si v se duplica la longitud recorrida se cuadruplica $x = 60 \text{ m}$

210.- Se lanza una esfera rodando hacia arriba sobre un plano inclinado. La esfera alcanza una altura máxima de 2,5m y pierde, en la subida, 50 J de energía mecánica por rozamiento con el aire. Calcule la velocidad inicial con la que la esfera fue impulsada. Datos: $m = 10 \text{ kg}$, radio de la esfera = $0,2 \text{ m}$. [$6,5 \text{ m/s}$]

211.- Un cilindro homogéneo de 15 cm de radio y 50 kg de masa está rodando sin deslizarse sobre una superficie horizontal, con una velocidad de 6 m/s. ¿Cuánto trabajo se necesita para detenerlo? [1350 J]

212.- Un niño empuja un balón de 0,6 kg para que suba rodando una rampa larga. El balón puede considerarse como una esfera hueca de pared delgada. Cuando el niño suelta el balón en la base de la rampa, éste tiene una rapidez de 10 m/s. Cuando el balón vuelve a él después de subir la rampa y regresar rodando, tiene una rapidez de 5 m/s. Suponga que el trabajo efectuado por la fricción del aire sobre el balón es el mismo cuando sube o baja la rampa, y que el balón rueda sin resbalar. Calcule el máximo aumento en la altura vertical del balón al rodar por la rampa. [$h = 5,31 \text{ m}$]

213.- Una esfera de diámetro $d = 0,1 \text{ m}$ y 5 kg de masa, rueda sin resbalar sobre una superficie con radio de curvatura $R = 2 \text{ m}$, recorriendo un cuadrante hasta la posición de altura mínima. ¿Cuál será su velocidad en ese punto? [$5,22 \text{ m/s}$]

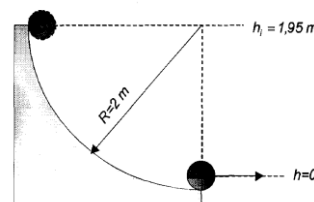
Solución: Ubicando un plano de referencia con altura cero para la velocidad final, se tiene que la altura inicial es de:

$$h_i = 2 - 0,05 = 1,95 \text{ m}$$

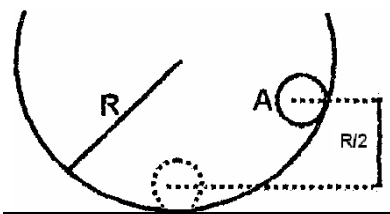
Según la conservación de la energía:

$$\begin{aligned} \Delta E &= \Delta E_{\text{Crot}} + \Delta E_{\text{Ctrs}} \\ m \cdot g \cdot h_i &= \frac{1}{2} \cdot I_G \cdot \omega^2 + \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2 \\ \text{con } v &= \omega \cdot r \end{aligned}$$

Resulta operando $v = 5,22 \text{ m/s}$

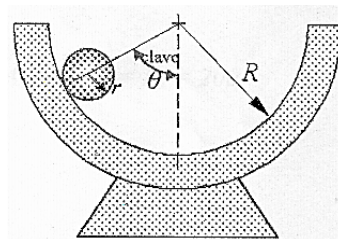


214.- Un cilindro homogéneo de radio 5 cm puede moverse en el interior de una superficie cilíndrica de radio 60 cm. La superficie de la mitad derecha presenta rozamiento de modo que el cilindro rueda sin resbalar. La mitad izquierda está exenta de rozamiento. Inicialmente el centro de masa del cilindro se encuentra en reposo en el punto A. Hallar la altura respecto del punto más bajo que alcanza el cilindro cuando asciende sobre la mitad izquierda. [$h = \frac{R}{3}$]

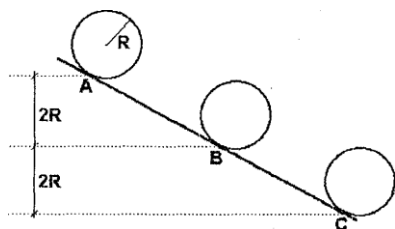


215.- Una esfera maciza uniforme de radio r se coloca sobre la superficie interior de un tazón semiesférico de radio R . La esfera se suelta desde el reposo a un ángulo θ con respecto a la vertical y rueda sin deslizar. Determine la velocidad angular de la esfera cuando alcanza el fondo del tazón.

$$\left[\omega_f = \frac{1}{r} \sqrt{\frac{10}{7} g (R-r) (1 - \cos \theta)} \right]$$



216.- Un cilindro de radio R parte de la posición **A** y rueda sin resbalar hacia abajo de un plano inclinado hasta **B**. De **B** hasta **C** la superficie es lisa. Los desniveles entre **A** y **B**, y entre **B** y **C** son ambos iguales a $2R$. Hallar:



- la velocidad del centro de masa del cilindro en B.
- la velocidad angular del cilindro en B.
- la velocidad del centro de masa y la velocidad angular del cilindro en C.

$$\left[a) v_B = \sqrt{\frac{8}{3} gR} ; b) \omega_B = \sqrt{\frac{8g}{3R}} ; c) v_C = \sqrt{\frac{20}{3} gR} \quad \omega_C = \omega_B \right]$$

Giróscopo

217.- Un giroscopio está formado por un disco de radio $R = 48,7 \text{ cm}$ montado en el punto central de un eje, de 12,2 cm de longitud y 0,5 cm de radio, de modo que pueda girar libremente. Su velocidad angular es de $102,1 \text{ s}^{-1}$. La masa del disco es de 1,14 kg y la masa del eje es de 130 g. Halle el tiempo requerido para una vuelta en su precesión si el eje está sujeto en un extremo y es horizontal.

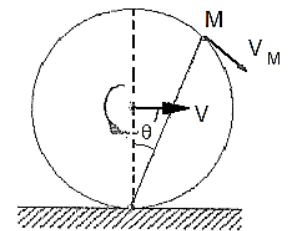
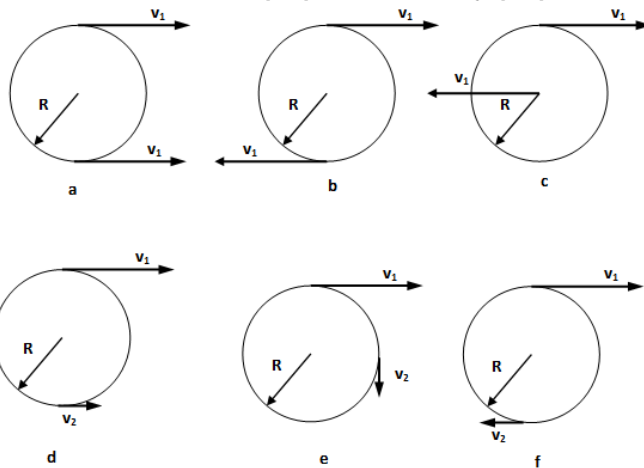
[$t = 114,2 \text{ s}$]

Ejercicios diversos, integradores y avanzados

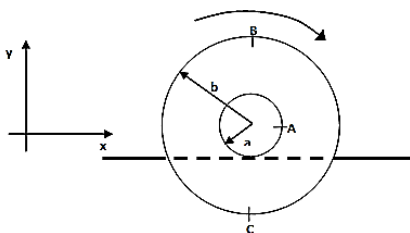
218.- Hallar la velocidad del punto **M** (figura) de la superficie de un cilindro que rueda sin resbalar sobre un plano horizontal. Los datos son: la velocidad del CM del cilindro **V** y el ángulo θ .

$$[V_M = 2V \cos \theta (\cos \theta \hat{i} - \sin \theta \hat{j})]$$

219.- Para cada disco mostrado en la figura, decir si es o no posible el movimiento. De ser posible, encontrar su velocidad angular y la posición del eje instantáneo de rotación respecto del centro de cada disco. Considerar: $R=10\text{cm}$; $|v_1|=10 \text{ cm/s}$ y $|v_2|=2 \text{ cm/s}$



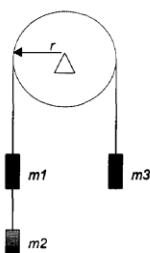
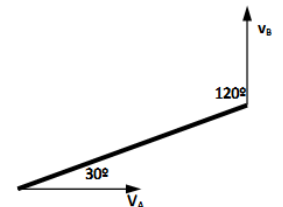
[a) *traslación pura.* ; b) *rotación pura con $\omega = 1 \text{ rad/s}$.* c) *rototraslación con centro de rotación a $R/2$ del centro del cilindro; y $\omega = 2 \text{ rad/s}$* d) *rototraslación con centro de rotación a 15 cm por debajo del centro y $\omega = 0,4 \text{ rad/s}$* e) *movimiento imposible* f) *rototraslación con centro de rotación a $6,67 \text{ cm}$ por debajo del centro del cilindro, y $\omega = 0,6 \text{ rad/s}$*]



220.- Un cilindro de radio $b = 6 \text{ cm}$, posee una ranura delgada de radio $a = 2 \text{ cm}$, y rueda sin resbalar sobre una varilla rígida con una frecuencia de 30 r.p.m. en el sentido indicado.

Determinar las velocidades de los puntos **A**, **B** y **C** respecto de un sistema de referencia fijo en la Tierra. [$\vec{v}_A = 2\pi(\hat{i} - \hat{j}) \text{ cm/s}$; $\vec{v}_B = 25,12\hat{i} \text{ cm/s}$; $\vec{v}_C = -12,56\hat{i} \text{ cm/s}$]

221.- Una varilla delgada de masa m y longitud $L = 40 \text{ cm}$; está apoyada en una mesa horizontal sin roce con velocidades $V_A = 2 \text{ m/s}$ y V_B en cada uno de sus extremos, como se indica en la figura. Hallar la velocidad angular y la posición del centro instantáneo de rotación de la varilla. [$\omega = 10 \text{ s}^{-1}$ $d = 0,1 \text{ m}$ de A.]



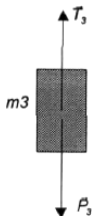
222.- De los extremos de una cuerda que pasa alrededor de un cilindro de masa $M = 10 \text{ kg}$ y radio $r = 20 \text{ cm}$, pasa una cuerda de cuyos extremos cuelgan masas: $m_1 = 3 \text{ kg}$, $m_2 = 5 \text{ kg}$, y $m_3 = 4 \text{ kg}$. Considerando que la cuerda es inextensible, de masa despreciable y no se desliza alrededor del cilindro, calcular la aceleración del sistema y la tensión en las cuerdas.

Solución:

El sistema se acelerará hacia el lado que tenga más peso, si se grafica un diagrama de cuerpo libre para m_1 y m_2 , se tiene:

Según Newton $\Sigma F = m \cdot a$ y proyectando en un eje solidario a a , se tiene:

$$P_{1-2} - T_1 = (m_1 + m_2) \cdot a$$

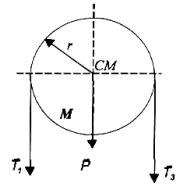
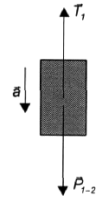


Para m_3 se obtiene:

$$T_3 - P_3 = m_3 \cdot a$$

Y para el cilindro, se tendrá que, tomando momentos respecto del CM :

$$(T_1 - T_3) \cdot r = \frac{1}{2} \cdot M \cdot r^2 \cdot a/r$$



Sumando miembro a miembro las tres ecuaciones y reemplazando valores Resulta:

$$a = 2,3 \text{ m/s}^2 \text{ y } T_1 = 60 \text{ N}; T_3 = 48,4 \text{ N}$$

Luego para la masa 2 se tiene:

$$P_2 - T_2 = m_2 \cdot a:$$

Despejando:

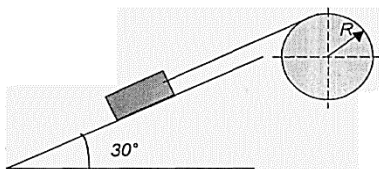
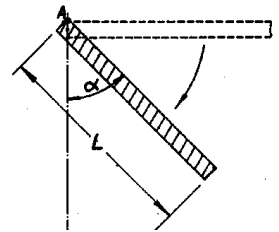
$$T_2 = 37,5 \text{ N}$$

223.- Una varilla de masa 100 g tiene una longitud de 50 cm. Se suspende de un extremo A de un pivote alrededor del cual puede girar libremente en un plano vertical ($I_{CM} = \frac{1}{12} mL^2$). Se la lleva a la posición horizontal y se suelta, hallar:

a) la aceleración y velocidad angular cuando ha girado un ángulo de 45° .

b) Las reacciones normal y tangencial en el pivote.

[a) $\alpha = 20,6 \text{ s}^{-2}$; $\omega = 6,4 \text{ s}^{-1}$; b) $R_N = 1,7 \text{ N}$; $R_T = 0,17 \text{ N}$]



224.- Una masa $m = 4 \text{ kg}$, se desliza sin rozamiento por un plano inclinado 30° y arrastra un hilo arrollado a un cilindro de masa $M = 10 \text{ kg}$ y radio R que gira alrededor de un eje longitudinal. Calcular la aceleración de la masa m y la tensión en la cuerda.

Solución:

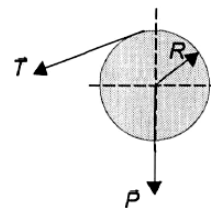
Haciendo un diagrama de cuerpo libre (DCL) para el cilindro y teniendo en cuenta que:

$$\sum \vec{M}_F^{CM} = I_{CM} \vec{\alpha}$$

Se tiene (haciendo centro en el eje del cilindro):

$$TR = \frac{1}{2} MR^2 \frac{a}{R}$$

$$T = \frac{1}{2} \cdot M \cdot a \quad (1)$$



Haciendo un DCL para la masa m y teniendo en cuenta que:

$$\sum \vec{F} = m\vec{a}$$

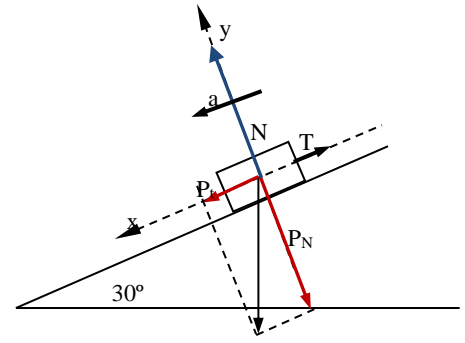
Se tiene:

$$P_t - T = m \cdot a$$

Proyectando según un eje solidario a a resulta:
 $m g \sen 30^\circ - T = m a$ (2)

Sustituyendo (1) en (2): y despejando a queda

$$a = 2,18 \text{ m/s}^2 \quad \text{y} \quad T = 10,9 \text{ N}$$



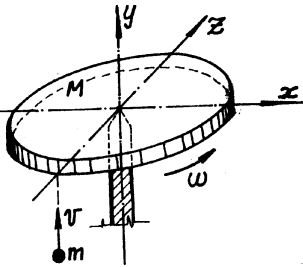
225.- El vector posición de una partícula de masa 3 kg viene dado por $\vec{r} = 4\hat{i} + 3t^2\hat{j}$ [m; s]. Determine el momento angular y el momento que actúa sobre la partícula con respecto al origen.

$$\left[\vec{L} = 72 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} t \hat{k}; \quad \vec{M} = 72 \text{ Nm} \hat{k} \right]$$

226.- Dos partículas de masa m iguales se mueven en direcciones opuestas a lo largo de dos rectas paralelas separadas por una distancia d , con la misma rapidez v . Demuestre que el módulo del momento angular total de las dos partículas respecto a cualquier punto del plano es: $L = mvd$.

227.- Determine el momento angular de un barco de masa $m = 6 \times 10^6 \text{ kg}$ que se encuentra anclado en un punto a los 40° de latitud sur, con respecto al centro de ese paralelo. (Radio de la Tierra: 6370 km). ¿En cuánto incrementará el momento angular si el barco se desplaza hasta el ecuador? $L_{40^\circ} = 1,04 \times 10^{16} \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}; \Delta L = 7,32 \times 10^{15} \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$

228.- Un disco uniforme de radio $R = 20 \text{ cm}$. y masa $M = 1 \text{ Kg}$. montado en su centro sobre un apoyo universal, gira inicialmente en un plano horizontal con velocidad angular $\omega = 20 \text{ 1/s}$. Una masa $m = 1 \text{ Kg}$. con velocidad $v = \omega \cdot r/2$ dirigida a lo largo del eje y , choca con el borde del disco y rebota con igual velocidad, en sentido contrario. a) ¿Cuál es el momento angular, del disco y de la masa, antes del choque? b) ¿Qué impulso angular se impartió al disco y a la masa? c) ¿Cuál es el momento angular del disco después del choque?



Solución:

Datos:

Disco:

$$R = 0,2 \text{ m}$$

$$M = 1 \text{ kg}$$

$$\vec{\omega}_0 = 20 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \hat{j}$$

1º- Cálculo del momento de inercia del disco:

$$I_0^D = \frac{1}{2} MR^2 = 0,02 \text{ kgm}^2$$

Partícula:

$$m = 1 \text{ kg}$$

$$|\vec{v}_0| = \frac{\omega \times R}{2}$$

a) Momento angular inicial del disco:

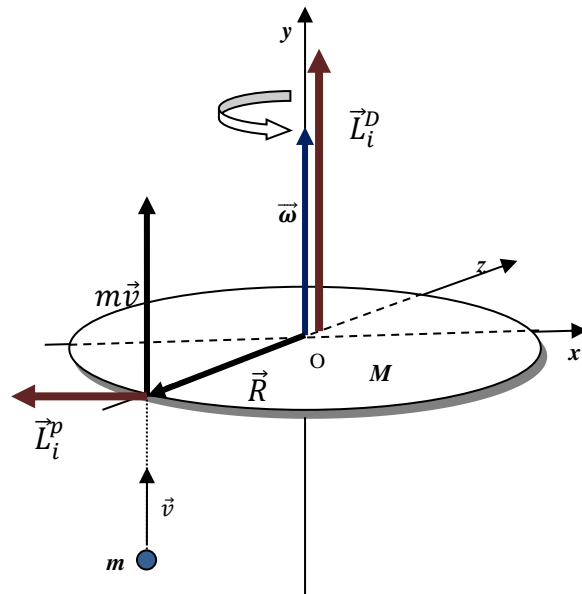
$$\vec{L}_0^D = I_0^D \times \vec{\omega}_0 \quad \boxed{\vec{L}_i^D = 0,4 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \hat{j}}$$

Momento angular inicial de la partícula:

$$\vec{L}_0^p = \vec{R} \times \vec{p} = R\hat{k} \times mv\hat{j} \quad \boxed{\vec{L}_i^p = -0,4 \text{ kg} \frac{\text{m}^2}{\text{s}} \hat{i}}$$

b) Impulso angular para la partícula:

$$\Delta \vec{L}_0^p = \vec{L}_f^p - \vec{L}_i^p$$



$$\vec{L}_i^p = \vec{L}_o^p = -0,4kg \frac{m^2}{s} \hat{i}$$

$$\vec{L}_f^p = -\vec{L}_o^p (\text{rebota con la misma direcci3n, misma rapidez y sentido contrario}) = 0,4kg \frac{m^2}{s} \hat{i}$$

$$\Rightarrow \Delta \vec{L}_o^p = 0,4 - (-0,4) \quad \boxed{\Delta \vec{L}_o^p = 0,8kg \frac{m^2}{s} \hat{i}}$$

Impulso angular para el disco:

Como no hay momentos externos, el momento angular del sistema disco-partícula debe conservarse, por lo que:

$$\Delta \vec{L}_o^{tot} = \Delta \vec{L}_o^p + \Delta \vec{L}_o^D = 0$$

$$0,8kg \frac{m^2}{s} \hat{i} + \Delta \vec{L}_o^D = 0 \Rightarrow \boxed{\Delta \vec{L}_o^D = -0,8kg \frac{m^2}{s} \hat{i}}$$

c) Momento angular del disco después del choque:

$$\Delta \vec{L}_o^D = \Delta L_x^D \hat{i} + \Delta L_y^D \hat{j} + \Delta L_z^D \hat{k}$$

Como $\Delta \vec{L}_o^D = -0,8kg \frac{m^2}{s} \hat{i}$, $\Rightarrow \Delta L_y^D = 0$ y $\Delta L_z^D = 0$ (no hay impulso angular en estas direcciones)

Analizando en cada eje:

$$\Delta L_x^D = L_f^D \hat{i} - L_i^D \hat{i} = -0,8kg \frac{m^2}{s} \hat{i}. \text{ Como } \vec{L}_{i_x}^D = 0 \Rightarrow \boxed{L_f^D \hat{i} = -0,8kg \frac{m^2}{s} \hat{i}}$$

$$\Delta L_y^D = L_f^D \hat{j} - L_i^D \hat{j} = 0. \text{ Como } \vec{L}_{i_y}^D = 0,4kg \frac{m^2}{s} \hat{j} \Rightarrow \boxed{L_f^D \hat{j} = 0,4kg \frac{m^2}{s} \hat{j}}$$

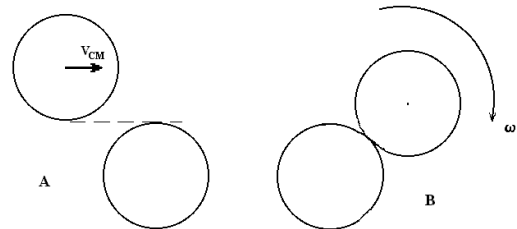
$$\Delta L_z^D = L_f^D \hat{k} - L_i^D \hat{k} = 0. \text{ Como } \vec{L}_{i_z}^D = 0 \Rightarrow \boxed{L_f^D \hat{k} = 0}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{L}_f^D = (-0,8\hat{i} + 0,4\hat{j})kg \frac{m^2}{s}}$$

229.- Una bola de billar recibe un impacto horizontal. Inmediatamente después del golpe el movimiento de la bola es de traslación, con una velocidad horizontal V_0 . Dicho movimiento, debido a la fricción con el paño, se transforma en rodadura pura ¿cuál es la velocidad final de traslación?

$$\left[v_f = \frac{5}{7} v_0 \right]$$

230.- Un disco de masa $m_1 = 80$ g y 4 cm de radio se desliza a lo largo de una mesa de aire con una velocidad $V_{CM} = 1,5$ m/s, como muestra la figura en (a). Choca con un segundo disco de 6 cm de radio y $m_2 = 120$ g inicialmente detenido. Por un sistema de enganche los discos quedan unidos como muestra la figura en (b), y giran después del choque.

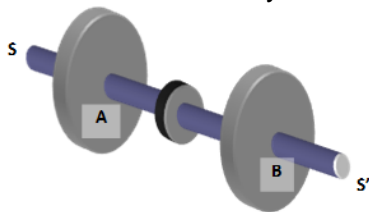


a) ¿Cuál es su velocidad angular después del choque?

b) ¿Cuál es la velocidad del CM del sistema?

$$\left[a) \omega_f = 9,5 \text{ s}^{-1} \quad b) v_{CM} = 0,6 \text{ m/s} \right]$$

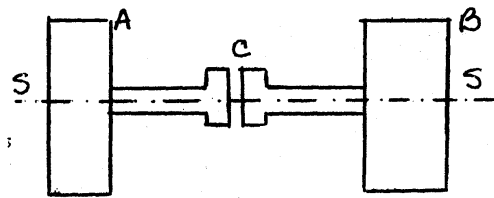
231.- Los discos **A** y **B** están montados en un eje SS' y pueden conectarse y desconectarse con un embrague **C**. el momento de inercia de **A** alrededor del eje es la mitad del de **B**; los momentos del eje y del embrague son insignificantes. Con el embrague desconectado, **A** se lleva a una velocidad angular ω_0 después de lo cual se retira el momento de torsión que lo aceleró. **A** se acopla a **B** con el embrague (puede ignorarse la fricción de los cojinetes) y se observa que se producen 5000 J de energía térmica en el embrague al hacer la conexión. ¿Qué energía cinética tenía originalmente A?



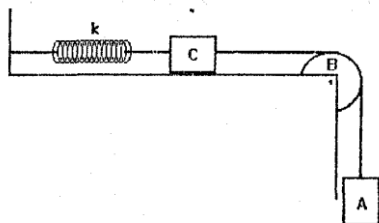
mente A?

$$\left[E_{C_A} = 7500 \text{ J} \right]$$

232.- Los discos **A** y **B** están montados sobre un eje **S-S** y pueden conectarse y desconectarse mediante un embrague **C** según la figura. El momento del disco **A** es $I_A = 10^6 \text{ g cm}^2$. Inicialmente el embrague está abierto y el disco **A** girando a 1200 r.p.m. Se acopla el disco **B** mediante el embrague **C** observándose que se desarrollan 200J de calor en **C**, hasta que acaba el deslizamiento relativo, (igual velocidad angular), hallar el momento de inercia I_B , y la frecuencia final del conjunto. [$I_B = 1/3 \cdot 10^6 \text{ g cm}^2$; $f = 900 \text{ r.p.m.}$]

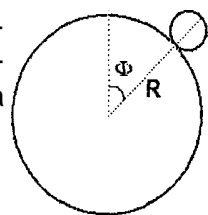


233.- En el instante inicial el bloque **A** desciende con una velocidad 5 m/s. El cilindro **B** es homogéneo y gira sin rozamiento, y el cuerpo **C** presenta rozamiento sobre el plano horizontal. El resorte está estirado 0,5 m y su constante elástica es de 50 N/m. ¿Cuál es la velocidad de **A** después de descender 1 m?



Datos: $m_A = 3 \text{ kg}$; $m_B = m_C = 2 \text{ kg}$; $\mu = 0,35$
 [$v_f = 4 \text{ m/s}$]

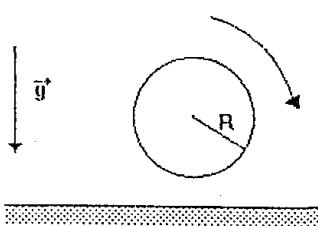
234.- Una esfera homogénea parte del reposo desde un punto de la generatriz superior de un cilindro y desciende rodando sin resbalar sobre la superficie cilíndrica. Hallar el ángulo ϕ que forma el radio que pasa por el punto en que la esfera abandona la superficie cilíndrica. No considere al radio de la esfera para realizar sus cálculos. [$\phi = 54^\circ$]



235.- Se ata un hilo ligero a un punto en el borde de un disco vertical uniforme de radio R y masa M . El disco puede girar sin fricción alrededor de un eje horizontal fijo que pasa por su centro. Inicialmente, el disco está en reposo con el hilo atado al punto más alto del disco. Se tira del hilo con una fuerza horizontal constante F hasta que el disco ha girado 0,25 rev, y luego se suelta.

- calcular el trabajo hecho por la fuerza.
- Determine la rapidez angular final del disco.
- Determine la aceleración tangencial máxima de un punto del disco.
- Determine la aceleración radial máxima de un punto del disco.

$$\left[a) W = \frac{\pi}{2} FR; b) \omega_f = \sqrt{\frac{2\pi F}{mR}}; c) a_{t_{\max}} = \frac{2F}{m}; d) a_{r_{\max}} = \frac{2\pi F}{m} \right]$$



236.- Un disco homogéneo de radio 50 cm y masa 5 kg está girando en un plano vertical alrededor de su eje con velocidad angular de 6 s^{-1} . En determinado momento se pone en contacto con una superficie horizontal. Sabiendo que el coeficiente de roce cinético entre el disco y la superficie horizontal es 0,2. Calcular:

- El tiempo que transcurrirá hasta el instante en que rueda sin resbalar.
 - La velocidad del centro de masa del disco mientras rueda sin resbalar.
- c) Los valores de la fuerza de rozamiento que actúan sobre el disco en las situaciones a) y b).
 [a) $t = 0,51 \text{ s}$ b) $v_{CM} = 1 \text{ m/s}$ c) Cuando resbala: $f_c = 9,8 \text{ N}$; rueda sin resbalar: $f_e = 0$]