IMPULSO Y CANTIDAD DE MOVIMIENTO

- **Impulso de una fuerza**
- **Cantidad de Movimiento**
- **Conservación de la Cantidad de Movimiento**
- **Cantidad de Movimiento de un Sistema de partículas**
- **Energía Cinética de un Sistema de Partículas**

Impulso de una fuerza

Cuando pateamos una pelota, damos un golpe de puño o hacemos rebotar una pelota contra una pared, en todos estos casos estamos aplicando una fuerza durante un determinado tiempo sobre un cuerpo decimos, comunmente, que aplicamos un "IMPACTO" sobre el cuerpo. Por ejemplo, si con una raqueta impactamos sobre una pelota de tenis, estamos aplicando una fuerza F muy grande sobre la pelota durante un intervalo de tiempo Δt muy corto, tanto F como Δt son muy difíciles de medir y físicamente se dice que se aplicó un impulso sobre la pelota y se define como:

El impulso $\boldsymbol{I}$ de una fuerza **F** aplicada sobre un cuerpo de masa m durante un tiempo **Δt** se define como el producto entre **F** y **Δt** siendo $\boldsymbol{I}$ una magnitud vectorial.

$$\vec{I} = \vec{F}\Delta t$$

Unidades:

[impulso] = [fuerza][tiempo] en el sistema MKS o SI **[I] = Ns**

[impulso] = $[masa]\frac{[longitud]}{[tiempo]}$ en el sistema MKS oSI **[I] = kg.m/s**

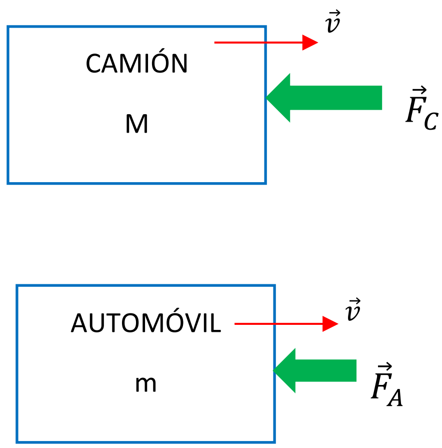
A partir de las unidades se ve que se puede relacionar al impulso con la masa y la velocidad del cuerpo.

Para el Impulso vale el **Principio de Superposición**,

Si sobre un cuerpo se aplican **n** fuerzas durante un intervalo de tiempo **Δt** entonces el impulso total aplicado es la suma del impulso realizado por cada fuerza

$$\vec{I}_{total} = \sum_{i=1}^{n} \vec{I}_i$$

Si se quiere detener completamente, en el mismo tiempo **Δt**, a un camión de masa **M** y a un automóvil de masa **m** (m<M) ambos moviéndose a la misma velocidad **V** sabemos (por lo visto en dinámica) que la fuerza que debemos aplicar al camión es mayor que la que deberíamos aplicar al automóvil.



$$\left.\begin{array}{l} F_C = M\dfrac{v}{\Delta T} \\[2em] F_A = m\dfrac{v}{\Delta T} \end{array}\right\} \boxed{F_C > F_A}$$

Se puede observar que la fuerza necesaria para detenerlos completamente depende de la velocidad y de la masa del cuerpo.

Se define una nueva magnitud física asociada a la masa y la velocidad del cuerpo llamada **Cantidad de Movimiento** ($\vec{P}$) que relaciona la masa del cuerpo con su velocidad y es una magnitud vectorial

La cantidad de Movimiento $\boldsymbol{P}$ de un de un cuerpo de masa **m** moviéndose a velocidad $\boldsymbol{v}$ se define como el producto entre **m** y $\boldsymbol{v}$ siendo $\boldsymbol{P}$ una magnitud vectorial.

$$\vec{P} = m\vec{v}$$

Unidades:

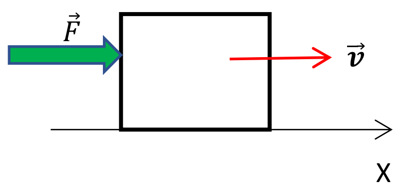
[Cantidad de movimiento] = $[masa]\frac{[Longitud]}{[tiempo]}$

en el sistema MKS o SI $[\boldsymbol{P}] = \boldsymbol{kg}\frac{\boldsymbol{m}}{\boldsymbol{s}}$

Podemos ver que Impulso y Cantidad de Movimiento tienen las mismas unidades, lo que nos estaría indicando que ambas cantidades pueden estar relacionadas.

Conservación de la Cantidad de movimiento

Veamos la relación entre $\vec{I}$ y $\vec{P}$ mediante un ejemplo, supongamos un cuerpo de masa constante **m** que se mueve con velocidad $\vec{v}$ y se le aplica una fuerza $\vec{F}$ durante un tiempo **Δt**



Por Dinámica $\vec{F} = m\vec{a}$

Por Cinemática $\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

Reemplazando $\vec{F} = m\frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t}$

Si m=cte $\vec{F} = \frac{\Delta(m\vec{v})}{\Delta t}$

Finalmente $\vec{F}\Delta t = \Delta(m\vec{v})$

En la última igualdad el miembro de la izquierda es el impulso de la fuerza F sobre el cuerpo mientras que en el miembro de la derecha aparece la cantidad de movimiento del cuerpo, por lo que nos queda:

$$\boxed{\vec{I} = \Delta\vec{P}}$$

Esta relación nos dice que el Impulso aplicado a un cuerpo es igual a la variación de la Cantidad de Movimiento del cuerpo.

Obsevación:

- Si sobre un cuerpo no hay fuerzas aplicadas o la resultante es nula entonces la cantidad de movimiento del cuerpo es constante (primera ley de Newton).
-

$$\boxed{si \sum \vec{F}_{ext} = 0 \;\Rightarrow\; \vec{I} = 0 \;\Rightarrow\; \Delta\vec{P} = 0 \;\Rightarrow\; \vec{P} = 0 \;\Rightarrow\; \vec{v} = cte}$$

- Si sobre un cuerpo la fuerza neta aplicada no es nula entonces su cantidad de movimiento no es constante, es decir la cantidad de movimiento del cuerpo después de aplicar la fuerza es distinta a la que tenía inicialmente (segunda ley de Newton).

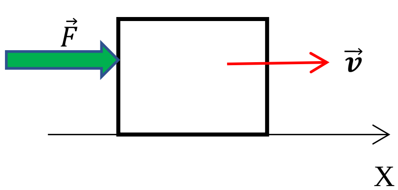
$$\boxed{si \sum \vec{F}_{ext} \neq 0 \;\Rightarrow\; \vec{I} \neq 0 \;\Rightarrow\; \Delta\vec{P} \neq 0 \;\Rightarrow\; \vec{P} \neq cte \;\Rightarrow\; \vec{v} \neq cte}$$

A partir de estas observciones se puede enunciar el "Teorema de la conservación de la Cantidad de movimiento"

> Si sobre un cuerpo de masa constante se aplican fuerzas tal que la fuerza resultante es nula entonces la cantidad de movimiento del cuerpo no varía, es decir, su velocidad permanece constante.

Ejemplo:

A un cuerpo de masa 10 kg moviéndose con una rapidez de 25 m/s se le aplica una fuerza de 5.000 N durante 10 milisegundo, en la misma dirección y sentido del movimiento ¿Cuál es la velocidad del cuerpo después de aplicada la fuerza?



Conociendo la fuerza y el tiempo durante el cual está aplicada se puede calcular el impulso sobre el cuerpo

$$\vec{I} = 5000N.0{,}01s = 50\,Ns = 50kg\frac{m}{s}(\hat{x})$$

La cantidad de movimiento inicial es $\vec{P}_i = 10kg.25m/s = 250kg\frac{m}{s}(\hat{x})$

La cantidad de movimiento inicial es $\vec{P}_f = 10kg\vec{v}_f$

$$\vec{I} = \Delta\vec{P}$$

$$\vec{I} = \vec{P}_f - \vec{P}_i$$

$$\vec{P}_f = \vec{I} + \vec{P}_i$$

$$10kg\vec{v}_f = 50kg\frac{m}{s}(\hat{x}) + 250kg\frac{m}{s}(\hat{x})$$

$$10kg\vec{v}_f = 300\,kg\frac{m}{s} \Rightarrow \boxed{\vec{v}_f = 30\frac{m}{s}(\hat{x})}$$

Conclusión

Un impulso no nulo aplicado a un cuerpo modifica el estado de movimiento del cuerpo, que se manifiesta en el cambio de su velocidad.

Cantidad de Movimiento de un sistema de partículas

Ya vimos que el movimiento de un conjunto o sistemas de partículas puede estudiarse a partir del movimiento de un punto representativo del sistema que es el centro de masas, en el cual se considera que está toda la masa del Sistema de Partículas y aplicada la fuerza resultante.

El movimiento de las partículas produce el movimiento del centro de masa y se definió la velocidad del centro de masas como;

$$\vec{V}_{CM} = \frac{m_1\vec{v}_1 + m_2\vec{v}_2 + m_3\vec{v}_3 + \cdots + m_n\vec{v}_n}{M}$$

siendo M = masa total y cada término $m_i\vec{v}_i$ es la cantidad de movimiento de la partícula i

$$M\vec{V}_{CM} = \underbrace{\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{P}_3 + \cdots \vec{P}_n}_{\vec{P}_{SP}}$$

El miembro derecho es la cantidad de movimiento del sistema, el cual puede escribirse como el producto entre la masa total y la velocidad del centro de masas

$$\boxed{\vec{P}_{SP} = M\vec{V}_{CM}}$$

Si cambia la velocidad de al menos una partícula del sistema también puede cambiar la velocidad del centro de masas y, por lo tanto, también cambia la cantidad de movimiento del sistema.

$$\Delta\vec{P}_{SP} = M\Delta\vec{V}_{CM}$$

$$\Delta\vec{V}_{CM} = \vec{a}\Delta t$$

$$\Delta\vec{P}_{SP} = M\vec{a}\Delta t$$

$$M\vec{a} = \vec{F}_{neta}$$

$$\Delta\vec{P}_{SP} = \vec{F}_{neta}\Delta t$$

Si $\vec{F}_{neta} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots + \vec{F}_n$ y $\vec{F}_{neta}\Delta t = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots + \vec{F}_n)\Delta t$

O lo que es lo mismo $\vec{F}_{neta}\Delta t = \vec{F}_1\Delta t + \vec{F}_2\Delta t + \vec{F}_3\Delta t + \cdots + \vec{F}_n\Delta t$

Cada término del miembro derecho es el impulso aplicado sobre cada partícula

$$\vec{F}_{neta}\Delta t = \underbrace{\vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_3 + \cdots + \vec{I}_n}_{\vec{I}_{SP}}$$

Finalmente queda que el Impulso total aplicado al Sistema de Partículas es igual a la variación de la Cantidad de Movimiento del Sistema de Partículas

$$\boxed{\vec{I}_{SP} = \Delta\vec{P}_{SP}}$$

De la conservación de la cantidad de movimiento podemos decir que si el Impulso neto aplicado es nulo entonces la cantidad de movimiento del sistema permanece constante

$$\boxed{\text{Si} \sum \vec{F}_{ext} = 0 \Rightarrow \vec{I}_{SP} = 0 \Rightarrow \Delta\vec{P}_{SP} = 0 \Rightarrow \vec{P}_{SP} = cte}$$

Observación:

- Si la cantidad de movimiento del Sistema de Partículas es constante $\left(\Delta\vec{P}_{SP} = 0\right)$ no implica que la cantidad de movimiento de cada partícula es constante.
- Si la cantidad de movimiento de cada partícula es constante entonces la

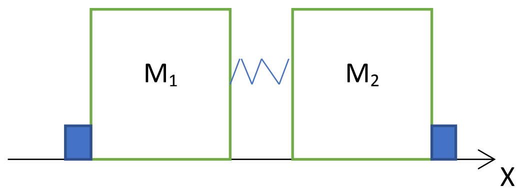
$$\text{Si } \vec{P}_i = cte \Rightarrow \vec{P}_{SP} = cte$$

- Si la cantidad de movimiento del Sistema de Partículas es constante la velocidad del centro de masa es constante

$$\text{Si } \vec{P}_{SP} = cte \Rightarrow \vec{V}_{CM} = cte$$

Ejemplo:

Se tienen dos cuerpos de masas m_1 y m_2 ($m_1 < m_2$) comprimen un resorte (los cuerpos no están unidos al resorte) si inicialmente el sistema está en reposo, hallar la relación de velocidades cuando se libera el sistema.

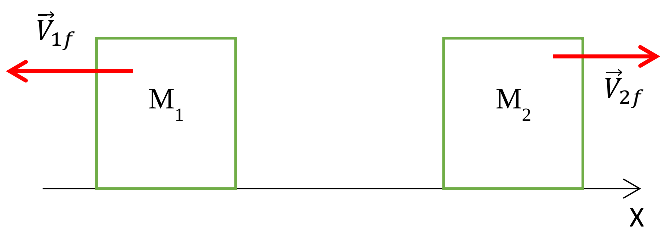


Estado Inicial

$V_{1i} = V_{2i} = 0$

$P_{1i} = P_{2i} = 0$

$$\vec{P}_{SPi} = \vec{P}_{1i} + \vec{P}_{2i} = 0$$



Estado Final

$$\vec{V}_{1f} = -V_1(\hat{x})$$

$$\vec{V}_{2f} = V_2(\hat{x})$$

$$\vec{P}_{1f} = m_1\vec{V}_{1f} = -m_1V_1(\hat{x})$$

$$\vec{P}_{2f} = m_2\vec{V}_{2f} = m_2V_2(\hat{x})$$

$$\vec{P}_{SPf} = \vec{P}_{1f} + \vec{P}_{2f} = [-m_1V_1 + m_2V_2](\hat{x})$$

En el estado inicial los cuerpos comprimen al resorte que ejerce una fuerza sobre ellos, pero esta fuerza es interna al sistema, como se encuentran en reposo la cantidad de movimiento inicial del sistema de Partículas es cero.

Al liberarse el sistema, el resorte empuja a cada cuerpo en sentido opuesto, en la dirección del movimiento no hay fuerzas externas aplicadas y se cumple que

$$\Delta\vec{P}_{SP} = 0$$

$$\vec{P}_{SPi} = \vec{P}_{SPf}$$

$$0 = -m_1V_1 + m_2V_2 \quad \Rightarrow \boxed{\frac{V_1}{V_2} = \frac{m_2}{m_1}}$$

Energía de un Sistema de Partículas

Si consideramos un Sistema de Partículas que solamente se traslada, se define a la Energía Cinética del Sistema de Partículas como la suma de la Energía Cinética de cada partícula

$$E_C^{SP} = E_C^1 + E_C^2 + E_C^3 + \cdots E_C^n$$

E_C^i: energía cinética de la partícula i

Aunque la cantidad de movimiento del Sistema de Partículas es constante si la fuerza externa resultante es cero, la energía mecánica del Sistema de Partículas puede variar si las fuerzas internas actuantes son fuerzas no conservativas que realicen trabajo.