Cinemática

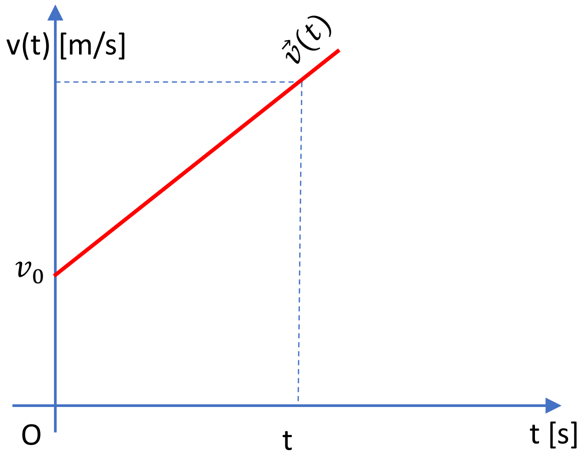
Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado

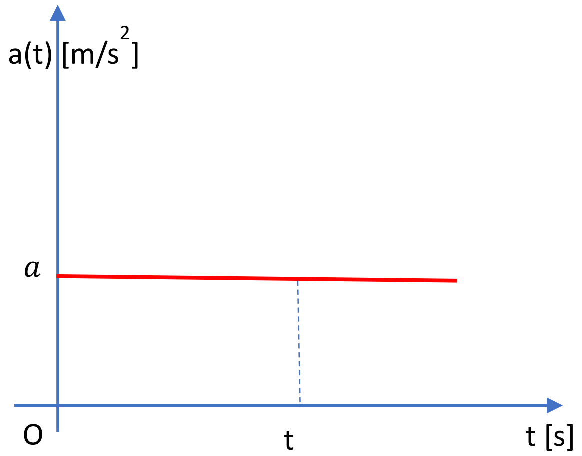
Es un movimiento cuya trayectoria es una recta, no tiene aceleración normal y la aceleración tangencial es constante. Nuevamente si elegimos un sistema de referencia en la dirección del movimiento las magnitudes vectoriales se transforman en escalares. La aceleración media es constante para cualquier punto del recorrido y en consecuencia coincide con la aceleración instantánea.

$$\vec{a}_m = \vec{a}_t = \vec{a}$$

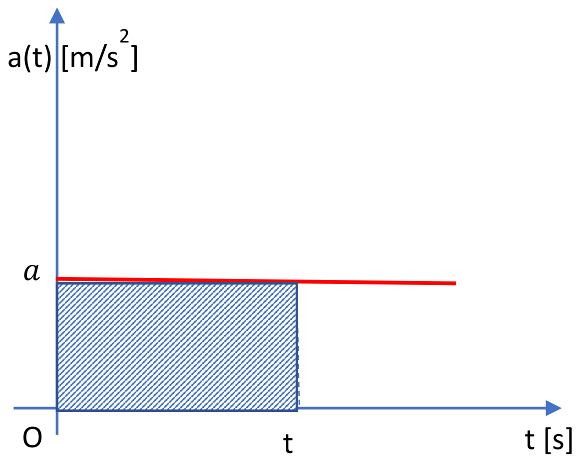
$$\therefore \quad \vec{a}_m = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}(t) - \vec{v}_0}{t - t_0}$$

$$v(t) = v_0 + a(t - t_0)$$





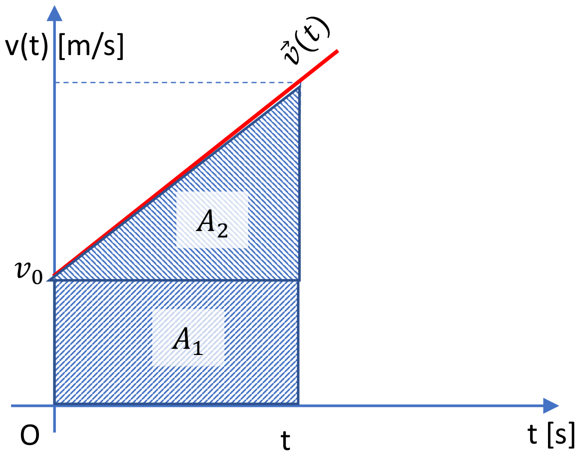
Tengamos en cuenta que la velocidad describe el cambio de posición del objeto en el tiempo nos indica con qué rapidez y en qué dirección se mueve el objeto. La aceleración describe cómo cambia la velocidad en el tiempo es decir cómo cambia la rapidez y la dirección del movimiento, o cualquiera de los dos. Si gráfica la aceleración en función del tiempo la gráfica es una constante.



El área bajo la curva mide el cambio de velocidad en la unidad de tiempo.

$$A = v - v_0 = a(t - t_0)$$

Si graficamos la velocidad en función del tiempo esta gráfica estará dada por una recta cuya pendiente es la aceleración y el área bajo la curva de velocidad indica el cambio de coordenadas en función del tiempo.



$A_1 = v_0.t$

$A_2 = \frac{1}{2}(v_f - v_0).t$ y siendo $a.t = (v_f - v_0)$ nos queda que $A_2 = \frac{1}{2}a.t^2$

y como $A = \Delta x$ => $\Delta x = v_0.t + \frac{1}{2}a.t^2$

Recordemos que $\vec{v}_m = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ si $t_0 = 0$ => $\Delta t = t$

$$v_m = \frac{\Delta x}{t} = \left(v_0.t + \frac{1}{2}a.t^2\right) : t = v_0 + \frac{1}{2}a.t = v_0 + \frac{1}{2}(v_f - v_0) = v_0 + \frac{1}{2}v_f - \frac{1}{2}v_0$$

Por consiguiente $v_m = \frac{v_f + v_0}{2}$

¡Ojo! esto sólo se cumple si la aceleración es constante. Veamos las ecuaciones horarias del movimiento uniformemente acelerado, uniformemente variado.

$$\boxed{\begin{aligned} x(t) &= x_0 + v_0.t + \frac{1}{2}a.t^2 \\ v(t) &= v_0 + a.t \\ a(t) &= Cte \end{aligned}}$$

Ecuación Complementaria

Si $v = v_0 + a.t$ => $t = \frac{v - v_0}{a}$

$$\Delta x = x - x_0 = v_0.t + \frac{1}{2}a.t^2 = v_0\frac{v - v_0}{a} + \frac{1}{2}a.\left(\frac{v - v_0}{a}\right)^2 =$$

$$= \frac{v_0.v}{a} - \frac{{v_0}^2}{a} + \frac{1}{2}a.\frac{v^2 - 2v_0.v + {v_0}^2}{a^2} = \frac{v_0.v}{a} - \frac{{v_0}^2}{a} - \frac{v_0.v}{a} + \frac{1}{2}\frac{v^2}{a} + \frac{1}{2}\frac{{v_0}^2}{a} =$$

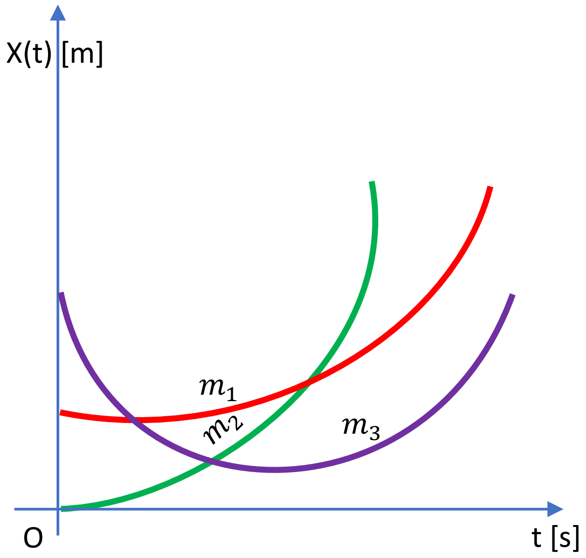
$$= \frac{1}{2}\frac{v^2}{a} - \frac{1}{2}\frac{{v_0}^2}{a} = \frac{v^2 - {v_0}^2}{2a}$$

=> $$\boxed{\Delta x = \frac{v^2 - {v_0}^2}{2a}}$$ Ecuación Complementaria

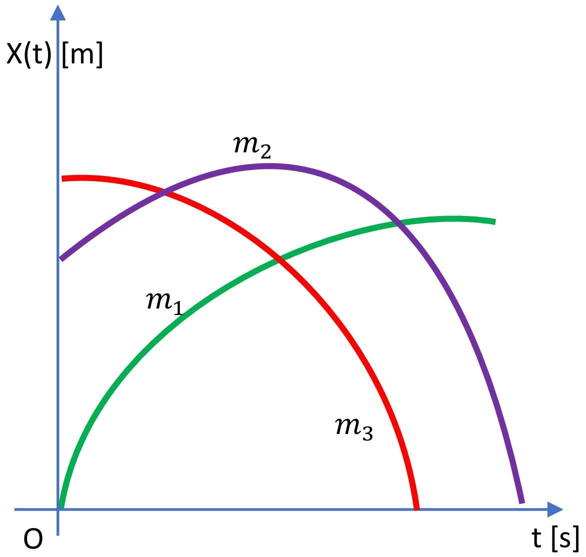
∴ $$v^2 = {v_0}^2 + 2a\Delta x$$

$$\boxed{v^2 = {v_0}^2 + 2a(x - x_0)}$$

Veamos algunas gráficas de móviles que sigan Movimientos Rectilíneos Uniformemente Variados



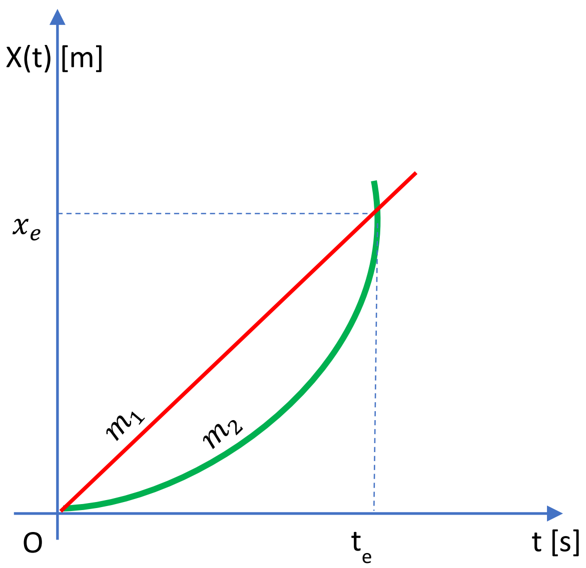
$a > 0$ => acelerado
MRUA



$a < 0$ => retardado
MRUR

Planteo de encuentros

Uno de los móviles lleva un movimiento rectilíneo uniforme y el otro un movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. Ambos parten del mismo punto.



Para ambos móviles $t_0 = 0 \;\; y \;\; x_0 = 0$

Móvil uno: $\vec{x}(t) = \vec{v}_1 . t$ MRU

Móvil dos: $\vec{x}(t) = \frac{1}{2} a . t^2$

$$x = v_1 . t = \frac{1}{2} a . t^2$$

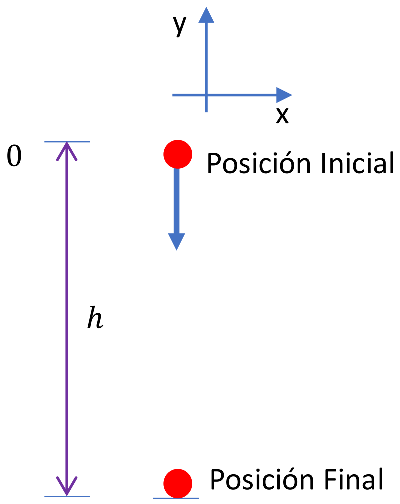
$$\frac{1}{2} a . t^2 - v_1 . t = 0 => t\left(\frac{1}{2} a . t - v_1\right) = 0$$

$$t_e = 0 \quad y \quad t'_e = \frac{2v_1}{a}$$

Para resolver los problemas de encuentro es conveniente que planteemos en una misma gráfica ambos móviles con sus desplazamientos y sus ecuaciones horarias. Aunque este dibujo no nos sirva para resolverlo gráficamente nos permitirá analizar cada movimiento y donde se encontrarán los dos.

Caída libre

La caída libre es un caso especial del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado. La aceleración es la aceleración de la gravedad (g). La aceleración tiene el mismo sentido que la velocidad. En la caída libre, el objeto o la partícula, parte del reposo, y dependiendo del observador el origen del Sistema de Referencia coincide con el punto de partida y el positivo apunta hacia arriba siendo el desplazamiento, la gravedad y la velocidad magnitudes negativas.



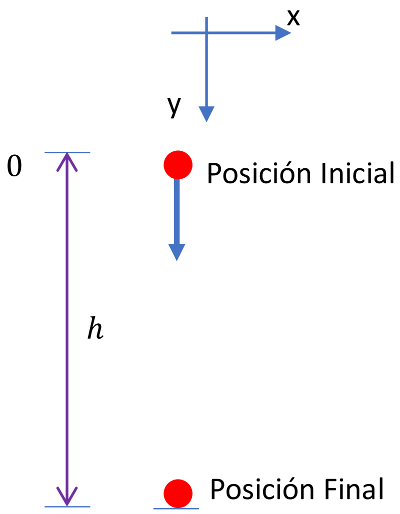
$$y = y_0 + v_0 . t + \frac{1}{2} a_y . t^2 \quad y_0 = 0 \ \wedge \ v_0 = 0$$

$$a_y = -g = -9{,}8 \, m/s$$

$$y = -\frac{1}{2} g . t^2 = -4{,}9 \, m/s^2 . t^2$$

$$v_y = -g . t = -9{,}8 \frac{m}{s^2} . t$$

Si hubiéramos tomado el eje y hacia abajo positivo, con el cero en el punto de partida, g (aceleración de la gravedad) sería positiva, todas las magnitudes serían positivas.



$$y = y_0 + v_0 . t + \frac{1}{2} a_y . t^2 \quad y_0 = 0 \ \wedge \ v_0 = 0$$

$$a_y = g = 9{,}8 \, m/s$$

$$y = \frac{1}{2} g . t^2 = 4{,}9 \, m/s^2 . t^2$$

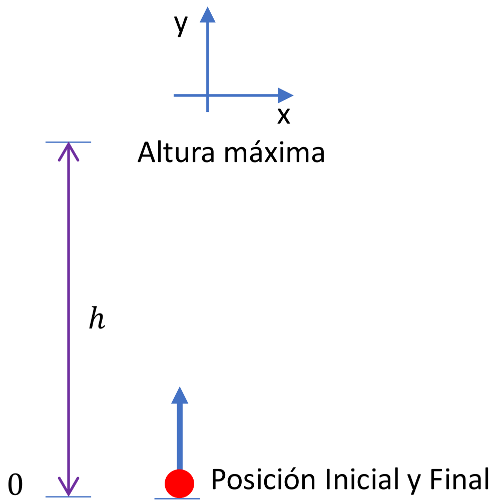
$$v_y = g . t = 9{,}8 \frac{m}{s^2} . t$$

$$v^2 = 2 . g . y = 19{,}6 \frac{m}{s^2} . y$$

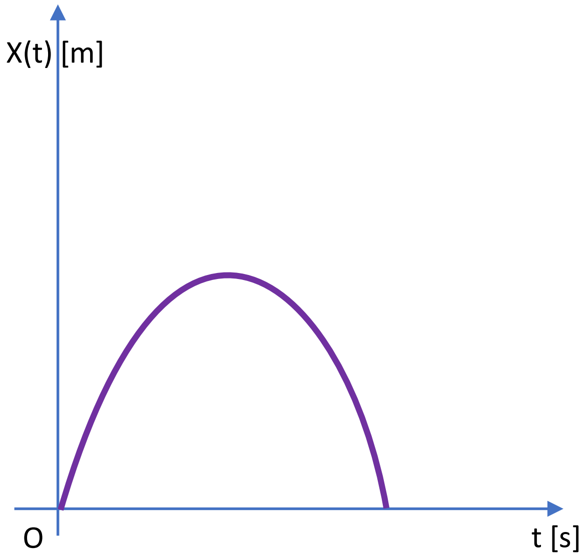
Tiro vertical

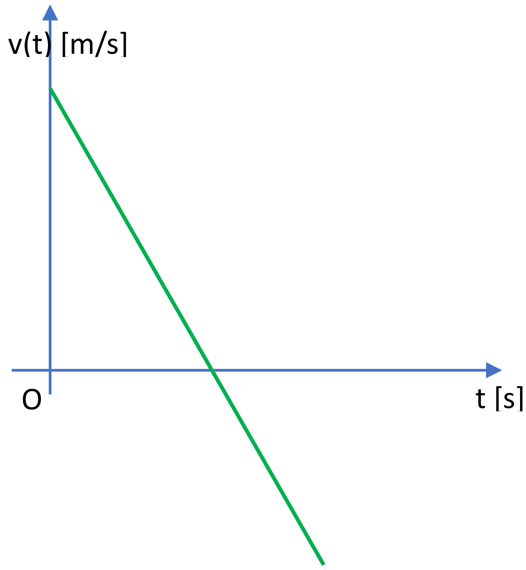
En este tipo de movimiento el móvil asciende con una velocidad inicial hasta alcanzar su altura máxima, allí se detiene para comenzar a descender, en esta última parte del movimiento se produce una caída libre. En este movimiento, al igual que en la caída libre, la aceleración es constante, es la de la gravedad (g = 9,8 m/s^2 en la tierra) y la trayectoria es una recta perpendicular al plano de la tierra. Por lo tanto, este movimiento es rectilíneo uniformemente variado (MRUV).

Acá también podemos definir dónde ubicar el origen nuestro sistema De referencia, ya sea en el punto de partida o en la altura máxima, dependerá del problema y de nuestra decisión. Aunque, en general, se ubica en el punto de partida.



Al ubicar el eje de coordenadas en el punto de partida la aceleración de la gravedad será negativa cuando suba y cuando baje, pero cuando suba la velocidad será positiva por lo que como es contraria al movimiento lo desacelerará. Después de alcanzar su altura máxima comenzará a descender demorando lo mismo en subir que en bajar a la misma posición. En el descenso, la velocidad es negativa y la aceleración también lo es por lo que como es a favor del movimiento lo acelerará.





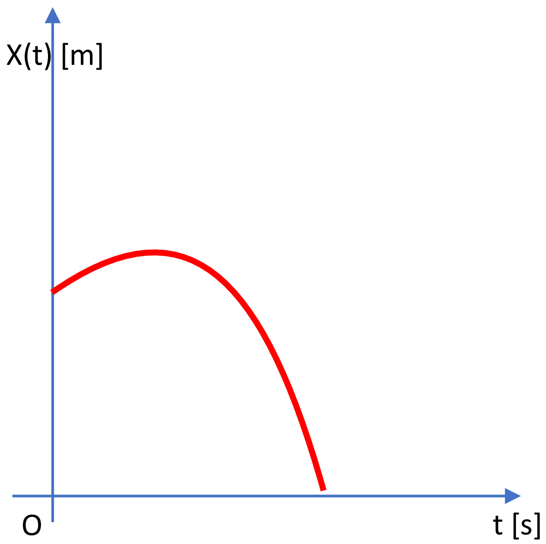
como $y_0 = 0 \quad => \quad y = v_0.t - \frac{1}{2}g.t^2$

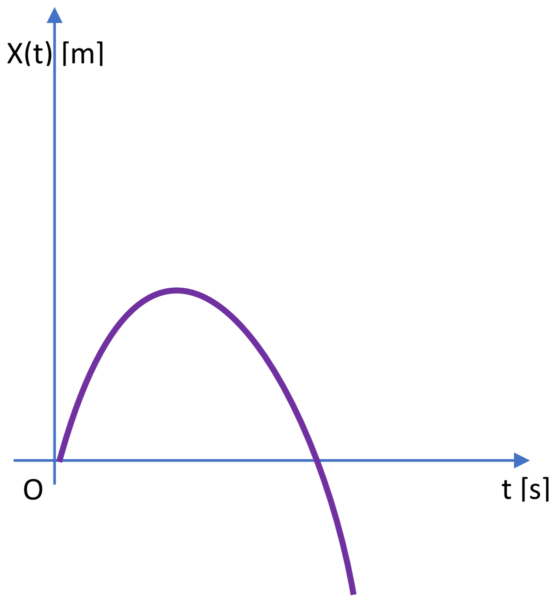
$v = v_0 - g.t$ hasta alcanzar la altura máxima, en donde la velocidad se hace cero.

$v^2 - v_0^2 = -2.g.y \qquad v = \pm\sqrt{v_0^2 - 2.g.y}$

Esta ecuación nos da dos valores de velocidad porque por casi todos los puntos, posiciones, pasa dos veces una en ascenso la otra en descenso, salvo en la altura máxima que pasa una sola vez.

No siempre la posición final coincide con la posición inicial, en donde el desplazamiento sería cero como ya analizamos con anterioridad. Si el objeto se lanza desde un edificio, la posición final será distinta de la inicial.


X(t) [m]
O
t [s]


X(t) [m]
O
t [s]