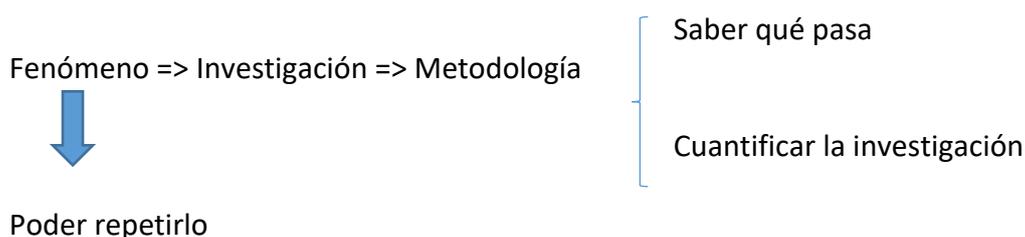


Medición – Teoría de Errores

La observación y la experimentación constituyen la base del conocimiento científico y suministran información necesaria para crear, estructurar y verificar teorías científicas. Cuanto más precisa sea esta información, tanto más ajustada a la realidad podrán ser las descripciones y predicciones de las teorías correspondientes. Cuando investigamos un fenómeno, analizamos una situación problemática y necesitamos usar una metodología adecuada a dicha investigación, ya que no sólo queremos saber qué pasa sino también poder cuantificar el fenómeno, describir sus características y convertir al fenómeno en “repetible”.

Por eso cuando en Física investigamos un fenómeno, como al igual que en otras ciencias, debemos usar una metodología clara y precisa para la investigación. No sólo queremos saber qué pasa, sino que necesitamos cuantificar el fenómeno o sea describir sus características y hacerlo repetible.



¿Saben por qué los hombres cocinan mejor que las mujeres? Porque siguen al pie de la letra la receta, saben que con los mismos ingredientes y las mismas cantidades obtendrán el mismo resultado. En cambio las mujeres, apenas realizan la receta una vez, comienzan a innovar y a usar el “ojímetro” como instrumento de medida: un poco de esto, sal a gusto, una cucharada (¿qué tamaño de cuchara? ¿cuán al ras va la cuchara?). etc.

Según el físico inglés Lord Kelvin solamente puede aceptarse como satisfactorio nuestro conocimiento si somos capaces de expresarlo mediante números.

Según Lord Kelvin no existe nada que no se pueda medir, o sea si no se puede medir, no existe...

Kelvin destaca la importancia del conocimiento cuantitativo, la necesidad de expresar una propiedad o atributo físico mediante un número.

La medición permite expresar una propiedad o atributo físico en forma numérica. A todo aquello que existe y puede medirse se lo llama magnitud. Las magnitudes son propiedades o aspectos observables de un sistema físico que pueden ser expresados en forma numérica.

A todo aquello que puede medirse se lo llama magnitud

De lo expresado por Kelvin: no existiría la felicidad ya que esta no puede medirse...tampoco la belleza, el dolor, la sinceridad, la amabilidad, ya que no pueden medirse. En cambio, la velocidad, la temperatura, la longitud, la masa, una fuerza pueden medirse.

Propiedad	¿Son Magnitud?
Velocidad, temperatura, Longitud, Volumen, Masa, Fuerza	SI
Belleza, Sinceridad, Amabilidad, Dolor, Tristeza, Alegría, Felicidad	NO

En Física **cantidad** es el valor numérico que toma una determinada magnitud de un cuerpo o de un sistema concreto. Una característica o magnitud de un cuerpo en Física tomará un valor y ese podrá ser medido. Para medir seguiremos un determinado procedimiento, receta, algoritmo o **Protocolo de Medición**.

Para medir, aplicamos un proceso y de ese proceso extraemos un resultado: el proceso de medir exige una receta, un procedimiento o un algoritmo, al que se lo suele llamar Protocolo de Medición.

Para medir la longitud usaremos una regla, para medir el diámetro interior de una arandela podremos usar un calibre, para medir el voltaje de corriente de un enchufe usaremos un voltímetro...

Las magnitudes pueden ser escalares o vectoriales.

Escalares => se expresan totalmente con un número Real y una unidad
Vectorial => se expresan con un número Real, una unidad, un sentido, una dirección (Vectores).

Si medimos un pizarrón podría ser éste de 2 x 1,20 pero ¿en qué lo medimos? Necesitamos identificar las unidades: 2m x 1,20 m ó 200 cm x 120 cm. Por lo tanto no sólo hace falta el número sino en qué unidad estamos midiendo.

Las unidades son la cantidad de referencia, o sea, 2 metros indica 2 veces el largo de un metro o 200 veces el largo de un centímetro.

El proceso de medición cambia según la magnitud a medir, cambia según el instrumento que usaremos, y cambia según el sujeto que mide.

El protocolo de medición requiere de la interacción entre estos tres elementos:



Esta interacción nunca es igual, difiere de una medición a otra

La medición es una comparación entre lo que uno supone o define arbitrariamente y el atributo a medir: 80 centímetros implican que un objeto es 80 veces más largo que un centímetro. El resultado de la medición de una magnitud física es un número que depende de lo que mide la magnitud misma y del procedimiento de medida, del instrumento usado en la medición, como así también del observador y de otros factores menores. Para que el número atribuido a la magnitud física tenga sentido debe ir acompañado del procedimiento que se ha realizado y de las características de los instrumentos empleados en la observación del valor.

Para medir una determinada magnitud física, es necesario compararla con otra del mismo tipo que se toma como unidad: cm, m, segundo. En nuestro ámbito, el sistema de unidades utilizado es el Sistema Métrico de Unidades implementado en diciembre de 1799, a fines de la Revolución Francesa, para reemplazar a los diversos sistemas de medidas anteriores. Se eligió un sistema decimal basado en el kilogramo y el metro. No sólo había que sustituir al antecesor sino también homologarlo. El filósofo matemático Condorcet dijo que se creó para **"todas las personas de todos los tiempos"**.

Los sistemas anteriores tenían una mala reputación, no eran confiables, eran carentes de objetividad. En el siglo XVIII había más de 700 diferentes medidas de longitud y se definían en forma local. Por eso, el Gobierno francés, a fines del siglo XVIII tomó la decisión de crear un sistema de medidas que permitiera unificar a todas las unidades, usadas por los hombres para distintas actividades. No debía ser una medida basada en juicios arbitrarios, como lo eran la pulgada, la palma, el pie, la vara, etc. En esa época, cada gremio o actividad se daba su unidad de

medida. Por ejemplo, para el peso se usaban “granos”, pero se usaban distintos granos. Otro ejemplo, la “vara” que se usaba para medir telas era una vara de madera que cambiaba el largo de vendedor a vendedor. Para la unidad de longitud “pie”: estaba el pie Romano el pie Carolingio, el pie Griego, el pie Dórico, el pie Castellano... y todos estos variaban de región en región de 27,8 cm a 32,8 cm.

Por eso el gobierno francés decidió crear un sistema de medidas que permitiera unificar a todos, a partir de un patrón basado en la naturaleza. En la era de la razón, las unidades básicas se tomaron del mundo natural: la unidad de longitud, **el metro**, se tomó como una 10 millonésima parte de la longitud del meridiano que pasa por París desde el Polo Norte hasta el Ecuador, o sea. la longitud de un cuadrante de meridiano.

Una unidad de medida es una cantidad estandarizada de una determinada magnitud física, definida y adoptada por convención o por ley. Cualquier valor de una cantidad física puede expresarse como un múltiplo de la unidad de medida. Las unidades de medida pueden establecerse por definición o mediante una unidad fundamental o **patrón**. Al conjunto de las unidades de medida se lo llama **Sistema de Unidades de Medida**, siempre que ninguna magnitud tenga más de una unidad asociada (si existe el metro, no puede coexistir el pie). Estos sistemas tienen una unidad patrón y otras unidades derivadas de éstas, pero siempre tienen la menor cantidad posible de unidades ya que las unidades derivadas se calculan a partir de una o varias unidades patrón.

El Sistema Internacional de Medidas surge del sistema métrico, pero antes existía otro sistema el **cgs** (centímetro, gramo, segundo) propuesto por Gauss en 1832. Otro sistema era el **MKS** (metro, kilogramo, segundo). Este último dio las bases al Sistema Internacional creado en 1960, hasta que en 1971 se agregó el **mol** (mide cantidad de sustancia) y entre 2006 y 2009 se estandarizó.

Unidades Básicas del Sistema Internacional	
Longitud	Metro
Masa	Kilogramo
Tiempo	Segundo
Corriente Eléctrica	Amperio
Temperatura	Kelvin
Cantidad de Sustancia	Mol
Intensidad Lumínica	Candela

Presentemos algunos ejemplos de unidades derivadas en el Sistema Internacional de Medidas:

Unidad Derivada
Volumen: m^3
Superficie: m^2
Velocidad: m/s
Aceleración: m/s^2
Fuerza: $kg \cdot m/s^2$
Densidad: kg/m^3

El Kilogramo (masa) se establece por Patrón y no por una característica física: es una aleación de Platino e Iridio (90% y 10%), en forma de cilindro de 39 cm. Este patrón está guardado bajo tres campanas de vidrio en una caja fuerte de la Oficina Internacional de Pesas y Medidas en Sévres, cerca de París. Se realizaron varias copias que se distribuyeron por el mundo. Argentina tiene una copia y periódicamente se la calibra. Argentina es uno de los países miembros desde 1875 del Sistema Internacional de Medidas. Cada 4 años los representantes de los países se reúnen y llevan a cabo la Conferencia General de Pesas y Medidas para redefinir alguna unidad base de las 7

(Longitud, Masa, Fuerza, Tiempo, Corriente Eléctrica, Temperatura, Cantidad de Sustancia, Intensidad Lumínica).

Volvamos a la medición: **Medir es un proceso** y por lo tanto necesito un instrumento y el instrumento requiere de una graduación apropiada. Un voltímetro¹, se coloca en paralelo sobre los dos puntos entre los que tratamos de efectuar la medición. El voltímetro posee una resistencia interna alta para que no produzca un consumo apreciable de energía, lo que daría lugar a una medida errónea de la tensión. Además, están dotados de una bobina que genera un campo magnético para desplazar la aguja que, si está bien calibrado, marca el voltaje. Si un voltímetro marca 218 v no podemos asegurar que ese sea el valor correcto: tal vez use otro voltímetro y marque algo como 218,1 v, pero podría ser que el voltaje fuera 218,25v.

Lo que el instrumento permita medir dependerá de su precisión y no siempre serán necesarios muchos decimales para expresar el valor medido, todo depende de lo que esté midiendo.

No tiene sentido decir cuál es el valor absoluto o verdadero de una determinada magnitud física.

Esto significa que la precisión del instrumento no deja obtener el valor verdadero de una medición. Queda claro que el valor absoluto o verdadero de una magnitud no siempre podrá encontrarse al medir y si lo encontráramos tal vez no lo podríamos reconocer.

Lo que medimos depende del instrumento: una tensión de 218,2 v podría haber sido medida como 218,1 v o 218,25 v ya que lo que mide el instrumento no es la tensión real, sino la que ésta ha provocado en el voltímetro, y su aguja ha marcado.

Veamos un ejemplo más simple: vamos a medir el área de una madera rectangular para ello necesito las dimensiones de cada lado. Usaremos una regla que tiene sólo las graduaciones de los centímetros.



Vemos en nuestra regla que el largo del rectángulo está entre 82 y 83, o sea que, si llamamos x a esta medida, $x \in (82;83) \Rightarrow 82 < x < 83$

El valor de la magnitud a medir no es un valor sino un intervalo. El intervalo puede achicarse tanto como lo permita el instrumento. La graduación de este puede pasar de centímetros a milímetros.

Al intervalo de medición se lo llama **intervalo de incertidumbre**.

$$x = (x_{\min}; x_{\max}) \Rightarrow x_{\min} < x < x_{\max}$$

x_{\min} es el valor mínimo y x_{\max} es el valor máximo. El valor de la magnitud decimos que se acerca al valor medio:

$$\bar{x} = \frac{x_{\min} + x_{\max}}{2} \Rightarrow \bar{x} = \frac{82 + 83}{2}$$

En la medición, la **tolerancia** está dada por el intervalo de incertidumbre. En un instrumento graduado de medición si hacemos desaparecer la graduación, se acaba el instrumento.

¹ Instrumento para medir la diferencia de potencial eléctrico o tensión eléctrica, cuantifica la diferencia de potencial eléctrico entre dos puntos de un circuito eléctrico.

En cada medición obtengo valores distintos, ya que se producen pequeños cambios en llevar a cabo el protocolo de medición, a estos errores se los llama “**errores de operación**”, son las pequeñas fluctuaciones en el procedimiento de la medición. Si un instrumento no funciona correctamente, si estuviera mal calibrado, nos daría errores en la medición, estos son “**errores de instrumentos**”. Además, el operador puede realizar mediciones inadecuadamente estos son “**errores de lectura**”. Resumiendo, tenemos errores de operación, errores de instrumento y errores de lectura.

La Física se sustenta en observaciones experimentales y en mediciones cuantitativas.

Cuando se mide en ciertas cantidades, los valores medidos se conocen sólo dentro de los límites de la incertidumbre. El valor de esta incertidumbre depende de varios factores como vimos: calidad del aparato, habilidad del experimentador y el número de mediciones realizadas. El número de cifras significativas de una medición sirve para expresar algo acerca de esa incertidumbre.

$$\bar{x} = \frac{82+83}{2} \text{ cm} = 82,5 \text{ cm} \quad \Delta x = 0,5 \text{ cm} \quad x = (82,5 \pm 0,5) \text{ cm}$$

Recordemos que el valor de la incertidumbre depende de la calidad del aparato, la habilidad del observador y el número de mediciones.

Veamos el mismo ejemplo, pero ahora la graduación de nuestra regla es en milímetros:

$$\bar{x} = \frac{82,7+82,8}{2} \text{ cm} = 82,75 \quad \Delta x = 0,05 \text{ cm} \quad x = (82,75 \pm 0,05) \text{ cm}$$

Cuando hablamos de incertidumbre respecto a la medición, hablamos de error en la medición. Siempre buscamos el mejor valor de una magnitud, ese valor es el valor medio \bar{x} , también llamado **valor más probable**, y el error producido, o sea Δx que se lo denomina **incerteza** o **error absoluto**.

$$\bar{x} - \Delta x \leq x \leq \bar{x} + \Delta x \quad \bar{x} \text{ valor más probable o mejor valor} \quad \text{valor medio}$$

$$\Delta x = \frac{x_m - x_M}{2} \quad \Delta x \text{ error absoluto o incerteza}$$

Los errores o incertezas pueden ser **asistemáticos** o **sistemáticos**. Los **errores asistemáticos** son errores fortuitos, no se pueden repetir por lo tanto no se pueden eliminar (por ejemplo, colocar mal el cero de una regla al comenzar a medir). En cambio, los **errores sistemáticos** aparecen si no se respeta el protocolo de medición, se repiten, se detectan y pueden eliminarse.

Las causas o factores de error pueden ser debidos a: el **Instrumento de Medición** (no estar calibrado o funcionar mal), **Factores Humanos** (el observador no ve bien sin anteojos y no los utiliza), **Método**. También podríamos tener una teoría inadecuada en el cual estamos basando la observación, pero para nuestro análisis actual no vamos a considerar este factor.

¿Cómo podemos minimizar estos tres tipos de errores?

- **Errores de Instrumento de Medición:** Modificar el instrumento, calibrarlo, auditoría técnica.
- **Errores por Factores Humanos:** Cambiar el observado, buscar la forma adecuada de medir (ponerse anteojos, ubicarse mejor), ubicarse mejor (*error de paralaje*²).
- **Errores de Método:** Cambiar el método o la receta.

² El error de paralaje es una desviación angular de la posición aparente de un objeto y el punto de vista elegido.

Podemos decir que el error o incertidumbre es la suma de dos errores: el error de operación más el error de lectura.

$$\text{Error o incertidumbre} = \text{error de operación} + \text{error de lectura}$$

$$e = e_o + e_L$$

Llamaremos **errores de operación u observación** e_o a los errores cometidos en el proceso de medición, ya sea por parte del observador, como los que ocurren por casualidad. Estos cambian si se cambia el proceso, pero el error no desaparecerá, se achicará. Los errores de operación se detectan bajo tratamiento estadístico, por ejemplo, midiendo 1000 veces una magnitud.

Los **errores de lectura** e_L dependen del instrumento.

Si el error de lectura es mucho mayor que el error de observación tomaremos al error como sólo el error de lectura:

$$e_L \ll e_o \Rightarrow e = e_L$$

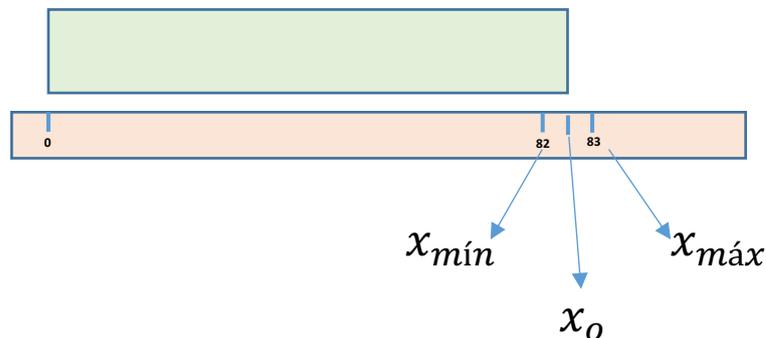
Si los errores de operación dependen del operador deberían ser mucho más chicos que el error de lectura que dependen del instrumento. El carnicero pesa una sola vez porque 100 gr más o menos no le afecta, pero para un fiambrero 100 gr más o menos le hace una gran diferencia.

Pero si el error de operación no es despreciable vamos a tener que darle un tratamiento específico. Por ejemplo, deberemos cambiar de instrumento, o calibrarlo, haciendo que los errores de lectura sean controlables y pequeños.

Una medición será más exacta cuanto más pequeños son los errores sistemáticos y la medición será más precisa cuanto más pequeños sean los errores asistemáticos (o accidentales).

El intervalo de incertidumbre se mide a partir del valor medio del intervalo en el que se encuentra lo que se está midiendo, de acuerdo con la menor graduación del instrumento. Volvamos al valor más probable y al error:

Al valor medio de las dos graduaciones, visibles en el instrumento, entre las cuales se encuentra la magnitud a medir, dijimos que se lo llamaba **valor más probable**, es el mejor valor que el instrumento nos permite visualizar, siendo en realidad, el valor central entre las marcas del instrumento en donde se halla nuestra magnitud a medir



$$\bar{x} = \frac{x_{mín} + x_{máx}}{2}$$

El **error absoluto** (Δx), o **incerteza**, o **incertidumbre**, se calcula como la mitad de la menor graduación del instrumento. O sea, si la graduación del instrumento está dada en cm la incerteza será de 0,5 cm, en cambio si la menor graduación es el milímetro, la incerteza será de 0,05 cm o de 0,5 mm.

Al error absoluto se lo define como la diferencia que existe entre el valor real de la magnitud a medir y el obtenido en la medición.

O sea, $x = x_0 \pm \Delta x$ donde x_0 es el valor más probable y Δx es el error absoluto.

El **error relativo** es la relación entre la incerteza y el valor medio, es el cociente entre el error absoluto y el valor más probable: $\varepsilon = \frac{\Delta x}{\bar{x}}$ y el error relativo porcentual es $\varepsilon_{\%} = \varepsilon \cdot 100\%$

Propagación de Errores

Los datos del intervalo dependen de lo que mido y con qué mido. Tengamos en cuenta que cuando necesitamos una medida es posible que necesitemos sumar o multiplicar otras magnitudes, y por ende otros intervalos. O sea, se el valor de una magnitud debe definirse mediante cálculos entre mediciones, como cada una de las mediciones implican un error de medición, deberemos tener en cuenta a todos los errores. A esta situación se la denomina **propagación del error**.

Esta propagación de errores se da de acuerdo con la siguiente tabla en función de las operaciones aritméticas que deberemos seguir:

OPERACIÓN		VALOR MÁS PROBABLE	INCERTEZA	ERROR RELATIVO
SUMA	$S = a + b$	$S_o = a_o + b_o$	$\Delta S = \Delta a + \Delta b$	$\xi_S = \frac{\Delta S}{S_o}$
RESTA	$R = a - b$	$R_o = a_o - b_o$	$\Delta R = \Delta a + \Delta b$	$\xi_R = \frac{\Delta R}{R_o}$
PRODUCTO	$M = a \times b$	$M_o = a_o \times b_o$	$\Delta M = a_o \times \Delta b + b_o \times \Delta a$	$\xi_M = \xi_a + \xi_b$
DIVISIÓN	$D = a \div b$	$D_o = a_o \div b_o$	$\Delta D = \frac{a_o \times \Delta b + b_o \times \Delta a}{b_o^2}$	$\xi_D = \xi_a + \xi_b$
POTENCIA	$P = a^n$	$P_o = a_o^n$	$\Delta P = n \times a_o^{n-1} \times \Delta a$	$\xi_P = n \times \xi_a$
RADICACIÓN	$Q = \sqrt[n]{a}$	$Q_o = \sqrt[n]{a_o}$	$\Delta Q = \frac{1}{n} \times \sqrt[n]{a_o^{1-n}} \times \Delta a$	$\xi_Q = \frac{1}{n} \times \xi_a$

Si necesitamos calcular el perímetro (P) de un rectángulo cuyos lados son x e y , este estará dado por $2(x + y)$. Como ambas mediciones implican un error de medición, deberemos tener en cuenta ambos errores, o sea la **propagación del error**.

Supongamos que $x = (1,7 \pm 0,07)m$ y $y = (2,3 \pm 0,1)m$

$$\text{Como } P = 2(x + y) \quad P_o = 2(x_o + y_o) \quad \text{y} \quad \Delta P = 2(\Delta x + \Delta y)$$

$$x_o = 1,7 \text{ m} \quad y_o = 2,3 \text{ m} \quad \Rightarrow \quad P_o = 2(x_o + y_o) = 2(1,7 + 2,3)m = 8m$$

$$\Delta x = 0,07m \quad \Delta y = 0,1m \quad \Delta P = 2(\Delta x + \Delta y) = 2(0,07 + 0,1)m = 0,34m$$

$$P = (8 \pm 0,34)m \quad \xi = \frac{\Delta P}{P_o}$$

Cifras significativas

Cuando realizamos una medición con una regla graduada en milímetros, está claro que, si somos cuidadosos, podremos asegurar nuestro resultado hasta la cifra de los milímetros o, en el mejor de los casos, con una fracción del milímetro, pero no menos. De este modo, nuestro resultado podría

ser $L = (95.2 \pm 0.5)$ mm, o bien $L = (95 \pm 1)$ mm. En el primer caso decimos que nuestra medición tiene tres cifras significativas y en el segundo caso, sólo dos. El número de cifras significativas es igual al número de dígitos contenidos en el resultado de la medición que están a la izquierda del primer dígito afectado por el error, incluyendo este dígito. El primer dígito, o sea el que está más a la izquierda, es el más significativo (9 en nuestro caso) y el último (más a la derecha), el menos significativo, ya que es en el que tenemos “menos seguridad”. Nótese que carece de sentido incluir en nuestro resultado de L más cifras que aquellas en donde tenemos incertidumbre (donde “cae” el error).

No es correcto expresar el resultado como $L = (95,321 \pm 1)$ mm, ya que si tenemos incertidumbre del orden de 1 mm, mal podemos asegurar el valor de las décimas, centésimas y milésimas del milímetro. Si el valor de L proviene de un promedio y el error es del orden del milímetro, se debe redondear el dígito donde primero cae el error. Es usual expresar las incertidumbres con una sola cifra significativa, y sólo en casos excepcionales y cuando existe fundamento para ello, se pueden usar más. También es común considerar que la incertidumbre en un resultado de medición afecta a la última cifra si es que no se la indica explícitamente.

Por ejemplo, si sólo disponemos de la información que una longitud es $L = 95$ mm, podemos suponer que la incertidumbre es del orden del milímetro y, como dijimos antes, el resultado de L tiene dos cifras significativas. Una posible fuente de ambigüedad se presenta con el número de cifras significativas cuando se hace un cambio de unidades. Si en el último ejemplo deseamos expresar L en μm , el resultado sería $L = (95000 \pm 1000)$ μm . ¿Cuántas cifras significativas tenemos en este re-sultado? Claramente dos, igual que antes, ya que la última cifra significativa sigue siendo 5. Sin embargo, si no indicamos explícitamente la incertidumbre de L , es difícil saber cuántas cifras significativas tenemos. Nótese que $95\text{mm} \neq 95000 \mu\text{m}$, ya que el primer resultado tiene sólo dos cifras significativas mientras el segundo tiene 5.

Por consiguiente, otro criterio a tener en consideración es la cantidad de cifras decimales que tendremos en cuenta. Se deberán tomar una sola cifra significativa del error absoluto, si son más cifras se redondeará a una sola (si la cifra siguiente a la más significativa es menor que 5 se truncará, si es mayor o igual a 5 se aumenta en uno la cifra más significativa).

O sea, en nuestro caso $\Delta P = 0,34m$ la cifra más significativa es el 3, la siguiente es 4 que es menor que 5 por lo que truncaremos quedando $\Delta P = 0,3m$.

Comparación de Mediciones

Si queremos comparar dos mediciones debemos tener en cuenta que no tenemos un único valor de cada resultado de medición sino de dos intervalos, en función de un valor más probable y un error absoluto. O sea, debemos comparar estos dos intervalos:

$$L_1 = (32,5 \pm 0,5)m$$

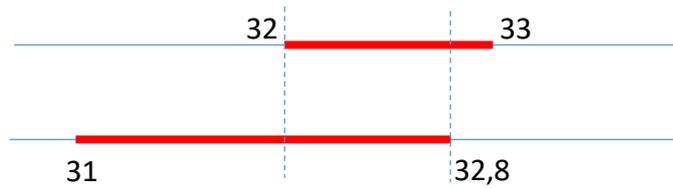
$$L_2 = (31,9 \pm 0,9)m$$

$$L_1 = (32,5 \pm 0,5)m \quad \Rightarrow \quad (32,5 - 0,5)m \leq L_1 \leq (32,5 + 0,5)m$$

$$32m \leq L_1 \leq 33m$$

$$L_2 = (31,9 \pm 0,9)m \quad \Rightarrow \quad (31,9 - 0,9)m \leq L_2 \leq (31,9 + 0,9)m$$

$$31m \leq L_2 \leq 32,8m$$



Vemos que ambos intervalos tienen en común al intervalo (32 ; 32,8) por lo tanto ambas mediciones son iguales, son equivalentes.

Para comparar dos intervalos tendremos que considerar si se superponen los mismos o no en algún punto, si ambos intervalos tienen alguna intersección.

Dos mediciones son iguales cuando los intervalos que las expresan coinciden en por lo menos un punto al representarlos en la misma red.

Dos mediciones x_1 y x_2 son iguales si sólo si $|x_{o_1} - x_{o_2}| \leq \Delta x_1 + \Delta x_2$ Si esto no se cumple las mediciones son distintas. O sea, dos resultados serán iguales si al menos coinciden en un punto los intervalos de incertidumbre.