Examen Final de Probabilidades y Estadística - UTN FRH – Mayo 2015

Alumno .... Especialidad: ....

Mes y año de aprobación de TP …………………… Profesor: ……………………..

1 a b	2 a b c	3 a b c d	Calificación

Ejercicio 1. Sean A y B dos eventos definidos en un espacio muestral E y sea $C = (A \cap \overline{B}) \cup (\overline{A} \cap B)$.

a) Indicar cuál de los siguientes textos se ajusta a la definición del evento C.

I. Al menos uno de los dos eventos, A o B, sucede.
II. Solamente uno de los dos eventos, A o B, sucede.
III. A lo sumo uno de los eventos, A o B, sucede.
IV. C es el evento imposible.
V. C es el evento cierto.
VI. Ninguno de los textos anteriores se ajusta a la definición de C.

b) Analizar si es verdadera o falsa la proposición: $P(C) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$. Si es falsa, hacer las correcciones necesarias para que sea verdadera; en caso contrario, demostrar su veracidad.

Ejercicio 2. Sea X una variable aleatoria con distribución Poisson de parámetro λ.

a) Dar el recorrido y la función de probabilidad puntual y el valor esperado de X.

b) Demostrar que la función dada en a) responde a las características de una función de probabilidad puntual.

c) El propietario de un negocio ha abarrotado cierto artículo y decide usar la siguiente promoción para disminuir la oferta. El artículo tiene un precio marcado de $100. Por cada cliente que compre el artículo durante un día en particular, el propietario reducirá el precio en un factor de un medio. Entonces, el primer cliente pagará $50 por el artículo, el segundo pagará $25 y así sucesivamente. Se supone que el número de clientes que compren el artículo durante el día tiene una distribución de Poisson con media 2. Encontrar el costo esperado del artículo al final del día. Sugerencia: el costo al final del día es $Y = 100(1/2)^X$ donde X es el número de clientes que han comprado el artículo.

Ejercicio 3. Sea X la variable aleatoria correspondiente al pH (medida de la acidez) de las precipitaciones en una zona que sufre contaminación debido a la actividad volcánica. Se desea estimar el pH promedio de las precipitaciones, μ, con un intervalo de confianza a partir de una muestra aleatoria $\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$ de mediciones de pH en muestras de agua. Se supone que el desvío de X, σ, tiene un valor de 0.5 y se requiere que el valor estimado de μ difiera del verdadero en no más de 0.10 con probabilidad cercana a 0.95.

a) Proponer un estimador insesgado de μ adecuado para la situación planteada.

b) Hacer el planteo del problema y mencionar las hipótesis de trabajo. Indicar que propiedades o teoremas justifican la propuesta.

c) ¿Cuántas precipitaciones deben estar incluidas en la muestra (una lectura de pH por precipitación)?

d) ¿Será válido seleccionar todas las muestras de agua de una sola precipitación? Explicar.

Examen Final de Probabilidades y Estadística - UTN FRH – Julio 2015 – T1

Alumno .... Especialidad: ....

Mes y año de aprobación de TP …………………… Profesor: ……………………..

1 aI aII aIII b c	2 a b	Calificación

Definir los eventos y variables que se utilicen. Resolver los ejercicios con planteos adecuados expresados en forma clara. No escribir en lápiz.

Ejercicio 1. Se sabe que la opinión de una población se divide en dos opciones (A y B). No hay individuos indecisos. Sin embargo, al consultar un individuo al azar por su opinión de preferencia, éste puede no responder a la pregunta. Sea p la probabilidad de que un individuo prefiera la opción A y sean p_1 y p_2 las probabilidades de que un individuo consultado conteste a la pregunta dado que su opción de preferencia es la A o la B, respectivamente. Suponemos además que aquellos que responden no mienten.

a) Calcular las siguientes probabilidades (dejar la expresión en términos de p, q_1 y q_2):

I. Probabilidad de que un individuo consultado efectivamente conteste.
II. Probabilidad de que un individuo conteste efectivamente la opción A.
III. Probabilidad de que la respuesta sea la opción A dado que el individuo contestó alguna opción.

b) En una población suficientemente grande, se consulta a n individuos. Sea X la variable aleatoria "número de respuestas A en la muestra". ¿Qué distribución tiene X y cuáles son sus parámetros? Dar la expresión para $P(X=k)$ con $0 \le k \le n$, $E(X)$ y $Var(X)$.

c) Supongamos que $n = 100$ y se computan 45 respuestas por la opción A en la muestra. Hallar un intervalo de confianza al 95% para la proporción de respuestas A. Mencionar teoremas y/o propiedades que se hacen cuando se plantea este cálculo.

Ejercicio 2. El tiempo T necesario para completar una operación clave en la construcción de casas tiene una distribución exponencial con un valor esperado de 10 horas.

a) La fórmula $C = 100 + 40T + 3T^2$ relaciona el costo C de completar esta operación con el tiempo T para completarla. Encontrar el valor esperado y la varianza de C.

b) En la construcción de un barrio cerrado, se realizan 64 operaciones independientes de este tipo. Los tiempos necesarios constituyen una muestra aleatoria $\{T_{1;}\ T_2;\ \ldots;\ T_{64}\}$. Si se realiza de a una operación por vez y cuando se termina una la siguiente operación comienza inmediatamente, ¿cuál es la probabilidad de que el tiempo total en realizar las 50 operaciones sea inferior a 700 horas?

Probabilidad y Estadística. UTN – FRH –Julio 2015 - T2

Apellido(s): .... **Nombre(s):** ....

N° de Libreta: .... **Docente:** ....

Año de Cursada: .... **Especialidad:** ....

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Calificación
a b c d		a b c d	

Ejercicio 1. Se tiene un rollo de tela de tapicería, el cual presenta nudos entre sus hilos, a razón de 3 nudos cada 8 m.

a) Sea X_1 el número de nudos que se encuentran en una longitud dada. Indique qué distribución de probabilidades tiene la variable X_1 . ¿Cuál es su parámetro? Justifique.

b) Sea Y la longitud que se mide hasta la aparición del primer nudo. ¿Qué distribución de probabilidades tiene la variable Y? ¿Cuál es su parámetro? Justifique.

c) Calcule la probabilidad de que la variable aleatoria Y pertenezca al intervalo
$(\mathrm{E}(Y) - \mathrm{DS}(Y); \mathrm{E}(Y) + \mathrm{DS}(Y))$
con $\mathrm{E}(Y)$: valor esperado de Y, $\mathrm{DS}(Y)$: desvío estándar de Y.¿Depende del parámetro? Justifique.

d) Se tiene ahora un rollo de la misma tela de tapicería, confeccionado con el mismo tipo de hilos (aunque de distinto fabricante), el cual presenta nudos entre sus hilos, también a razón de 3 nudos cada 8 m. Y sea X_2 el número de nudos que se encuentran en una longitud dada. Dé la distribución conjunta de probabilidades para la variable aleatoria bidimensional (X_1 , X_2).

Ejercicio 2. Sean A, B, C sucesos cualesquiera en un espacio muestral E asociado a un dado experimento aleatorio. Demostrar que

$$P(A \cup B \cup C) = P(A) + P(B) + P(C) - P(A \cap B) - P(A \cap C) - P(B \cap C) + P(A \cap B \cap C)$$

Ejercicio 3. El gerente general de una importante fábrica de neumáticos japonesa, sostiene que, en promedio sus productos tienen una duración no menor a 60000 km antes de necesitar reemplazo. Un grupo de consumidores quiere poner a prueba dicha afirmación. (Se supone distribución normal).

a) Definir claramente cuál es el parámetro de interés en el problema.

b) Establecer la hipótesis nula y la alternativa en términos de dicho parámetro.

c) Explicar el significado de los errores Tipo I y II en el contexto de este problema.

d) Si se fija el nivel de significación de la prueba en 0,01, ¿qué significa esto?

Probabilidad y Estadística. UTN – FRHaedo – Septiembre 2015

Alumno .... Especialidad: ....

Mes y año de aprobación de TP …………………… Profesor: ……………………..

1a 1b 1c	2	3	Calificación

Ejercicio 1. Una caja contiene tres elementos defectuosos y dos buenos. Se extraen al azar los elementos de a uno, sin reposición, hasta encontrar uno bueno (finaliza entonces el experimento). Sean las variables aleatorias,

X: número de extracciones necesarias hasta finalizar el experimento

$$Y = \begin{cases} 1 & \text{si el número de defectuosos seleccionados hasta finalizar el experimento es impar} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

a) Realizar un diagrama de árbol y confeccionar la tabla de distribución conjunta y las distribuciones marginales.

b) ¿Son X, Y independientes? Justificar la respuesta.

c) Hallar

I. $P(X = i / Y = 1) \quad \forall i$, II. $P(Y = k / X = 2) \quad \forall k$.

Ejercicio 2. Se analizarán n probetas de un compuesto. El contenido X de cierto mineral en cada probeta tiene la misma distribución con media μ y desvío σ, es decir, se considera una muestra aleatoria de tamaño n de la variable aleatoria X = cantidad de mineral en una probeta del compuesto.

Calcular el número mínimo de probetas que se deben analizar para que se cumpla la relación

$$P\left(\left| \overline{X} - \mu \right| \leq \frac{\sigma}{4} \right) \geq 0{,}99 .$$

Justificar el planteo realizado mencionando las propiedades y/o teoremas involucrados.

Ejercicio 3. El benceno es una sustancia muy tóxica para el humano, pese a ello se lo sigue empleando en tinturas, en industria farmacéutica y en la de cuero, por ejemplo. En cualquier proceso de producción donde se emplee este elemento, la concentración de benceno en el agua como resultado de dicho proceso no debe exceder 7950 ppm (partes por millón), de acuerdo con la reglamentación vigente, en media poblacional. Para el nuevo proceso que desarrolló un fabricante tomó 25 muestras de agua de manera aleatoria obteniendo una media muestral de 7960 ppm de concentración de benceno. Se sabe que la concentración de benceno es una variable aleatoria con distribución normal y de datos históricos se conoce que el desvío poblacional es 100 ppm.

¿Muestran los datos suficiente evidencia de que el nuevo proceso del fabricante supera el límite permitido a un nivel de significación de 0,05? Plantear el test adecuado indicando claramente:

i. el parámetro de interés en el problema,
ii. la hipótesis nula y la alternativa en términos de dicho parámetro,
iii. explicar el significado de los errores Tipo I y Tipo II en el contexto del problema,
iv. el estadístico de prueba,
v. la región de rechazo al nivel estipulado,
vi. la decisión final.

Probabilidad y Estadística. UTN – FRHaedo – Diciembre 2015 – T 1

Alumno .... Especialidad: ....

Mes y año de aprobación de TP …………………… Profesor: ……………………..

1a 1b 1c	2a 2b	3	4a 4b	Calificación

Ejercicio 1. De registro de las alturas (en cm) de una muestra de individuos de una población se conoce la información dada en el recuadro:

Número de datos: 20 - Valor Medio: 156,85 – Desvío Estándar Muestral: 23,64 Valor Mínimo: 111,00 – Primer Cuartil q_1: 139,50 – Segundo Cuartil q_2 (Mediana): 152,50 Tercer Cuartil q_3: 179,10 – Valor Máximo: 204

a) ¿Es suficiente la información dada para responder si el mayor valor de la muestra corresponde a un valor inusual (outlier)? Justificar la respuesta. En caso afirmativo, responder esta cuestión.
b) Ídem ítem anterior pero con el menor valor de la muestra.
c) Si luego de efectuadas las mediciones, se supo que el instrumento usado presentaba un defecto y es necesario agregar 10 cm a cada uno de los registros hechos, ¿cómo quedará la información dada en el recuadro una vez realizada dicha corrección?

Ejercicio 2. Un dispositivo está constituido por dos componentes, A y B, conectados en paralelo (ver Fig. 1). El funcionamiento de dichas componentes no es independiente. La probabilidad de falla de la componente B es 0,8 si la componente A falla, y es 0,4 si la componente A no falla. La probabilidad de falla de la componente A es 0,2.
a) Calcular la probabilidad de falla i) de la componente B, ii) del sistema.
b) Para aumentar la confiabilidad del dispositivo, se agrega una tercer componente, C, como se indica en la Figura 2. La probabilidad de falla de la componente C es 0,2, independientemente del estado de las componentes A y B. Calcular la probabilidad de falla del nuevo sistema.

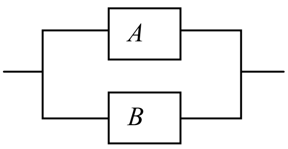


Figura 1

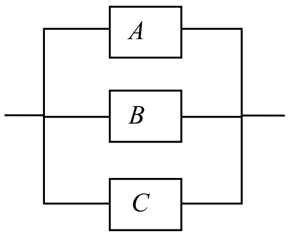


Figura 2

Ejercicio 3. Sea $\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$ es una muestra aleatoria de una variable con distribución exponencial de parámetro λ, y se define la variable aleatoria $Y = \overline{X}$ promedio de ellas. Demostrar que $\sigma_Y = \dfrac{C}{\sqrt{n}}$ y determinar el valor de la constante C. Justificar la respuesta.

Ejercicio 4. Un proveedor y su cliente acuerdan un plan para controlar la calidad de los lotes que el proveedor envía. El porcentaje de artículos <u>del lote</u> con algún detalle que determina la devolución está convenido que sea del 2%. Se realiza un control de recepción para determinar si esta proporción de 0,02 no ha aumentado. Se decide rechazar el lote si en una muestra aleatoria de 200 artículos se encuentran 8 ó más con detalles.
a) Este control de calidad puede considerarse una prueba de hipótesis. Especificar claramente la hipótesis nula y la alternativa, el estadístico de prueba y la zona de rechazo en términos del estadístico estandarizado. ¿Cuál es la probabilidad de cometer error tipo I con la regla de decisión adoptada?
b) ¿Cuál es la probabilidad de que no se devuelva el lote al proveedor si el verdadero porcentaje de artículos en el lote que tienen detalles es del 5%?

Probabilidad y Estadística. UTN – FRHaedo – Diciembre 2015 – T 2

Alumno .... Especialidad: ....

Mes y año de aprobación de TP …………………… Profesor: ……………………..

1	2	3	4a 4b	Calificación

Ejercicio 1. Sea un conjunto de datos x_1, x_2, …, x_n donde $x_i \in \mathbf{R}$ con i=1, 2,…,n. Indicar si alguna de las siguientes afirmaciones es verdadera.

a) El 50% central de los datos se encuentra siempre en un intervalo simétrico respecto de la mediana.

b) El 50% central de los datos se encuentra siempre en un intervalo simétrico respecto de la media.

c) El 50% central de los datos se encuentra siempre en un intervalo de amplitud al rango intercuartílico.

Sugerencia: Recordar los diagramas de caja y bigote (box-plot) puede ser de ayuda.

Ejercicio 2. Una prueba de opción múltiple tiene 54 preguntas. Cada pregunta contiene dos respuestas, *a* y *b*, una correcta y otra falsa. La respuesta correcta está, indistintamente, en *a* o en *b*. Contestar correctamente una pregunta significa ganar un punto, no contestar una pregunta (dejar en blanco) implica cero punto, y contestar mal implica perder un punto. Un estudiante contesta "al azar" (marca *a*, marca *b* o deja en blanco con probabilidad 1/3 para cada uno de estos eventos). Sea X_i el puntaje obtenido en la pregunta i con i=1, … , 54. La nota final obtenida por el alumno, T, es la suma de las notas de cada pregunta. El examen se aprueba con $T \geq 12$. ¿Qué porcentaje de alumnos aprobaría el examen si todos contestaran "al azar"? Justificar el planteo para llegar a la respuesta mencionando las propiedades y/o teoremas utilizados.

Ejercicio 3. Sea X una variable aleatoria con distribución exponencial de parámetro α de la que se toma una muestra aletoria $\{X_1, X_2, \cdots, X_n\}$. Para $n > 50$, deducir la expresión del intervalo de confianza para $\mu = E(X)$ con una confianza de $(1 - \alpha)$ 100 %.. Justificar los distintos pasos de la demostración mencionando las propiedades y/o teoremas usados.

Ejercicio 4. Sean Y y X variables aleatorias independientes que tienen una varianza común σ^2 y sea $W = X - a{\cdot}Y$, con $a \neq 0$. Calcular:

a) la covarianza entre X y W;

b) el coeficiente de correlación lineal entre X y W.

Recordar que si R y T son dos variables aleatorias:

$$Cov(R,T) = E(\mathrm{R{\cdot}T}) - E(R){\cdot}E(T) \text{ y } Corr(R,T) = Cov(R,T) \,/\, [V(R){\cdot}V(T)`]^{1/2}$$

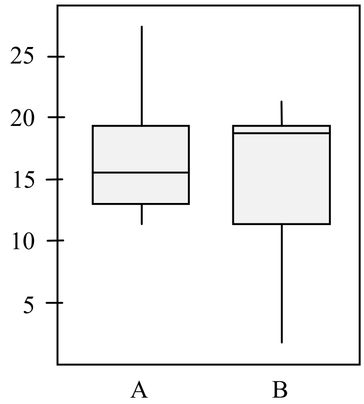
Probabilidad y Estadística. UTN – FRHaedo – Diciembre 2015 – T 3

Alumno .... Especialidad: ....

Mes y año de aprobación de TP …………………… Profesor: ……………………..

1	2a 2b	3	4a 4b 4c 4d	Calificación

Ejercicio 1. Como parte de un experimento, se han colectado dos grupos de datos, identificados con A y B. Los siguientes boxplots corresponden a la distribución de la variable que se mide (la misma en ambos grupos). Los investigadores quieren comparar los valores medios de los dos grupos. ¿Cuál de las siguientes proposiciones describe mejor la situación? Justificar la respuesta.



a) El valor medio de los dos grupos es, aproximadamente el mismo.
b) Los boxplots no muestran el valor medio, por tanto no es razonable usarlos para comparar los de ambos grupos.
c) El valor medio del grupo A es el mayor.
d) El valor medio del grupo B es el mayor.

Ejercicio 2. El sistema de dirección de un cohete trabaja en forma correcta con una probabilidad p, cuando se pone a funcionar. Se instalan sistemas de respaldo independientes, pero idénticos, en el cohete de modo que la probabilidad de que al menos un sistema trabaje en forma correcta cuando se necesite sea no menor que 0,99. Sea n el número de sistemas de dirección en el cohete.

a) Deducir una expresión para evaluar que tan grande debe ser n para alcanzar la probabilidad especificada de que al menos trabaje un sistema de dirección si $0<p<1$. Justificar la deducción a partir de un planteo claro.
b) Especificar el valor de n, para $p = 0,80$.

Ejercicio 3. Sean A y B dos eventos de un mismo espacio muestral. La probabilidad de que suceda exactamente uno de los dos eventos se puede expresar como la combinación lineal:

$$r \cdot P(A) + s \cdot P(B) + t \cdot P(A \cap B)\,.$$

Hallar los valores reales r, s y t. Justificar la respuesta.

Ejercicio 4. El director de una editorial de libros de texto debe decidir si publicará un texto escrito por un catedrático en particular. Contemplando los costos de publicación, el director ha llegado a la siguiente conclusión: si hay pruebas significativas de que más de 15% de las instituciones en el país considerarían la adopción de este libro de texto, entonces se publicará; en caso contrario, no se publicará. Se seleccionará una muestra aleatoria de 100 instituciones de nivel profesional.

a) ¿Es este problema una prueba de hipótesis de cola superior, inferior o de dos colas? Justificar la respuesta.
b) Explicar el significado de los errores tipo I y II en este problema.
c) ¿Cuál sería el error más importante para el director de la editorial? ¿Por qué?
d) ¿Cuál error sería más importante para el catedrático? ¿Por qué?

Probabilidad y Estadística. UTN – FRH –Febrero 2016 - T1

Apellido(s): ....Nombre(s): ....

Año de Cursado: ....Docente: ....

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Calificación
a b c	a b c	a b c		

Ejercicio 1. En una serie de n_1 experimentos binomiales se registraron X_1 éxitos, y en una serie de $n_2 = 2\ n_1$ experimentos binomiales se registraron X_2 éxitos. Se proponen los siguientes estimadores del parámetro p (probabilidad de éxito al realizar un experimento, que es el mismo para ambas series de experimentos):

$$\hat{p}_1 = ½\ [(X_1/n_1) + (X_2/n_2)] \qquad\qquad \hat{p}_2 = (X_1 + X_2)/\ (n_1 + n_2)$$

Se supone independencia entre las dos series de experimentos.

a) Demostrar que ambos estimadores son insesgados de p.
b) ¿Cuál de los dos estimadores se considera mejor? Justificar la respuesta indicando qué criterio se utiliza para tomar la decisión.
c) Calcular la varianza del estimador elegido en (**b**).

Ejercicio 2.- Debido a la crisis energética, se está evaluando la posibilidad de cortar el suministro eléctrico en los hogares entre las 14:00 y las 18:00 hs. Esta decisión se tomará si el consumo promedio, μ, en el horario mencionado supera a μ_0.
Sean a y b números reales positivos, de módulo menor o igual a 1.

i) Como la decisión tendrá un alto costo político, es necesario que la probabilidad de cometer un error al afirmar que el consumo medio es mayor que μ_o cuando en realidad no lo es, sea igual a a.
ii) Se quiere que la probabilidad de no cortar el suministro eléctrico cuando en realidad no es necesario sea b.

Se supone que el consumo de electricidad en los hogares tiene una distribución normal.

a) Plantear las hipótesis adecuadas para el problema indicando el estadístico de prueba y su distribución.
b) Las probabilidades indicadas en (i) y (ii), ¿son errores? ¿Por qué? ¿Cómo se denomina a la cantidad indicada en (ii)?
c) Calcular las probabilidades de los errores Tipo I y II, siempre que no estén en el enunciado.

Ejercicio 3.-. Sea X una variable aleatoria con distribución *exponencial.*

a) Mencionar los parámetros que la caracterizan. Indicar su recorrido, su función densidad de probabilidad, y dar su esperanza y su varianza.
b) Describir un experimento aleatorio donde se la utilice.
c) ¿Con qué otras variables aleatorias está vinculada y cómo? Explicar.

Ejercicio 4 - Sean A, B y C tres eventos de un espacio muestral. Probar que si $P(A \cap B) \neq 0$, entonces:

$$P[C\ /\ (A \cap B)] = \{[P[(C \cap A)\ /\ B)]\}\ /\ P(A\ /\ B)$$

Probabilidad y Estadística. UTN – FRHaedo – Febrero 2016 – T2

Alumno .... Especialidad: ....

Mes y año de aprobación de TP …………………… Profesor: ……………………..

1a	1b	1c	2a	2b	3a	3b	4	Calificación

Problema 1.

Dos equipos de futbol (A y B) deben jugar una final. El reglamento establece que se deben jugar dos partidos para definir el ganador. En caso de que luego de los dos partidos no haya ganador (2 empates o una partida ganada para cada equipo), se debe jugar un tercer partido. Si el tercer partido es empate, el ganador del torneo será el equipo A, por haber metido más goles a lo largo del torneo. La probabilidad de que el primer partido lo gane A o B es 0,30 −igual para ambos. Si un partido es empate, la probabilidad de empate para el siguiente se duplica, reduciéndose a 0,10 la probabilidad de que gane A o B. En cambio, si un partido es ganado por A o B, el equipo ganador aumenta la probabilidad de ganar el siguiente a 0,50, manteniéndose la probabilidad de empate.

a. Determinar la probabilidad de que A sea el ganador de la final.
b. Determinar la distribución de probabilidad de la variable aleatoria X = Cantidad de partidos jugados en la final.
c. Si A resultó ganador, ¿cuál es la probabilidad de que se hayan empatado los tres partidos?

Problema 2.

La resistencia a la rotura de cierto tipo de alambre tiene distribución Normal con media 280 kg y desvío estándar 20 kg. Se cree que un proceso de fabricación recién desarrollado puede aumentar la resistencia sin modificar el desvío estándar, pero sólo se lo implantará si se tiene una razonable seguridad de que efectivamente es así. Se ha establecido en 0,05 la probabilidad de implantar el nuevo método cuando en realidad la resistencia no se modifica, y se establece un tamaño de muestra de 40 unidades para realizar el test. a) Establezca la hipótesis nula, la condición de rechazo y la regla de decisión. b) Si el tamaño de la muestra fuese 15, en vez de 40, ¿qué cambios debería realizar sobre el punto a)?

Problema 3.

Una empresa recibe grandes cantidades de un reactivo envasadas en botellas plásticas de 1 litro cada una. De cada lote, se toma una muestra de 15 botellas para revisar si las botellas se encuentran pinchadas. Sea X una variable aleatoria que representa la cantidad de botellas pinchadas en una muestra. Interesa estudiar la verdadera proporción de botellas con pinchaduras y para eso se define el estimador $\hat{\theta} = X/n$.

$\hat{\theta} = x/n$.

a. Justificar que distribución se considera tiene X y cuáles son los parámetros que la definen.
b. Recordando que con $\text{ECM}(\hat{\theta}) = V(\hat{\theta}) + \left[sesgo(\hat{\theta})\right]^2$, calcular el error cuadrático medio de $\hat{\theta} = X/15$.

Problema 4.

Considerar la siguiente situación. Ud. recibe una caja con 10 unidades de una pieza y desea ensayar la hipótesis: [Ho) Las 10 piezas son buenas], extrayendo una única unidad de la caja. La condición de rechazo, es que la pieza extraída sea defectuosa. Si la pieza extraída es buena, Ud. no puede rechazar la hipótesis. Calcule la probabilidad de cometer error de tipo II (ß) para las alternativas de que haya R=2 piezas defectuosas en la caja.

Examen Final de Probabilidades y Estadística - UTN FRH – Marzo 2016

Alumno .... Especialidad: ....

Mes y año de aprobación de TP …………………… Profesor: ……………………..

1 a b	2	3 a b c d	4	Calificación

Ejercicio 1. Entre un comprador y un vendedor acuerdan un plan de aceptación de un lote basado en un muestreo doble. Se extrae una primera muestra de tamaño 10 y se cuenta el número de artículos defectuosos en ella, X. Si X es superior a 2, el lote se rechaza; si es 0, se acepta el lote; en otro caso, se concluye que la muestra no arroja evidencia para tomar la decisión. Si esto último sucede, se toma una segunda muestra de tamaño 10 y se evalúa el número de defectuosos en ella, Y. Si la suma de X y Y es superior a 2, el lote se rechaza definitivamente; caso contrario se acepta. El comprador considera aceptable que el lote tenga 3% de artículos defectuosos (o menos), pero inaceptable que tenga 6% de artículos defectuosos (o más).

Supongamos que un lote tiene un 2% de defectuosos.

a) Realizar un diagrama de árbol que represente el proceso de este muestreo, indicando la probabilidad correspondiente en cada rama con 4 decimales.

b) Calcular la probabilidad de no cometer error al calificar este lote. Justificar la respuesta e indicar qué cálculos se está considerando.

Ejercicio 2. Sea X una variable aleatoria con una distribución de Poisson de parámetro λ. Se define a partir de ella la variable aleatoria $Y = aX + bX^2$ con $a, b \in \mathbf{N}$. Dar su valor esperado en función de a, b, λ, mencionando las propiedades y/o resultados usados.

Ejercicio 3. En el control estadístico de un proceso se toma una muestra de tamaño n $\{X_1; X_2; \cdots; X_n\}$, con n>30, y se diseña una prueba de hipótesis formulando que la media del proceso, μ, es igual a la media nominal, μ_0. Si la media se la muestra cae fuera de los límites $(\mu_0 - 2\sigma/\sqrt{n}, \mu_0 + 2\sigma/\sqrt{n})$, se rechaza la hipótesis. La dispersión poblacional σ se supone conocida.

a) Hacer el planteo del test de hipótesis correspondiente. Justificar claramente en qué se basa, cuáles son las hipótesis, cómo se obtiene la región de rechazo.

b) ¿Cuál es el error tipo I en este test y cuánto vale la probabilidad de cometerlo?

c) Calcular β si la media del proceso fuese $\mu_V = \mu_0 + 0{,}5\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

d) Si se duplica el tamaño de la muestra, ¿cambia la probabilidad de cometer error tipo I? Justificar la respuesta. Si cambia, indicar su nuevo valor.

Ejercicio 4. ¿Cuánto vale el percentil 10 en la colección anexa de datos agrupados correspondiente al registro del tiempo de vida útil (en horas) de ciertos tipo de elementos?

Duración en horas	Cantidad de elementos
[302,5; 401,5)	14
[401,5; 500,5)	46
[500,5; 599,5)	58
[599,5; 698,5)	76
[698,5; 797,5)	68
[797,5; 896,5)	62
[896,5; 995,5)	48
[995,5; 1094,5)	22
[1094,5; 1193,5)	6