Probabilidad y Estadística. UTN – FRHaedo – Diciembre 2010 – T1

Alumno .... Especialidad: ....

Mes y año de aprobación de TP …………………………… Profesor: ……………………..

1a 1b	2a 2b	3	4	Calificación

Ejercicio 1. Sea X una variable aleatoria con media μ y dispersión σ.

a) Expresar $E((X-c)^2)$ en términos de μ, σ, y c, donde c es una constante y E es el valor esperado.

b) Determinar el valor de c para el cuál $E((X-c)^2)$ es mínimo.

Ejercicio 2. Un sistema electrónico está compuesto por n componentes que funcionan o fallan en forma independiente. El tiempo de vida de cada componente se puede considerar una variable aleatoria con distribución exponencial de parámetro α (en $1/seg$). Encontrar la probabilidad de que el sistema funcione después de $1/\alpha$ segundos si:

a) las componentes están conectadas en serie;

b) las componentes están conectadas en paralelo.

Ejercicio 3. Explicar el objetivo de una prueba de hipótesis. Desarrollar la noción de zona de rechazo o región crítica en una prueba de hipótesis basada en una muestra aleatoria. Indicar la relación que guarda con el nivel de significación de la prueba. Considerar pruebas de una y dos colas.

Ejercicio 4. En cada uno de los casos siguientes, determinar si es apropiado el uso de la distribución t de Student o de la distribución normal estándar o si no es apropiada ninguna de ellas, para calcular probabilidades relativas a las medias muestrales. Contestar en el cuadrado que aparece en cada ítem con una $\boxed{T}$, con una $\boxed{Z}$, o con un $\boxed{\text{Ninguna}}$ según corresponda.

a) Una muestra pequeña proveniente de una población normal con desviación estándar σ conocida.

b) Una muestra pequeña proveniente de una población no normal con desviación estándar σ conocida.

c) Una muestra pequeña proveniente de una población normal con desviación estándar desconocida.

d) Una muestra pequeña proveniente de una población no normal con desviación estándar desconocida.

e) Una muestra grande proveniente de una población normal con desviación estándar desconocida.

f) Una muestra grande proveniente de una población no normal con desviación estándar desconocida.

Probabilidad y Estadística. UTN – FRHaedo – Diciembre 2010 – T2

Alumno .... Especialidad: ....

Mes y año de aprobación de TP …………………………… Profesor: ……………………..

1a 1b	2a 2b 2c 2d	3a 3b 3c	Calificación

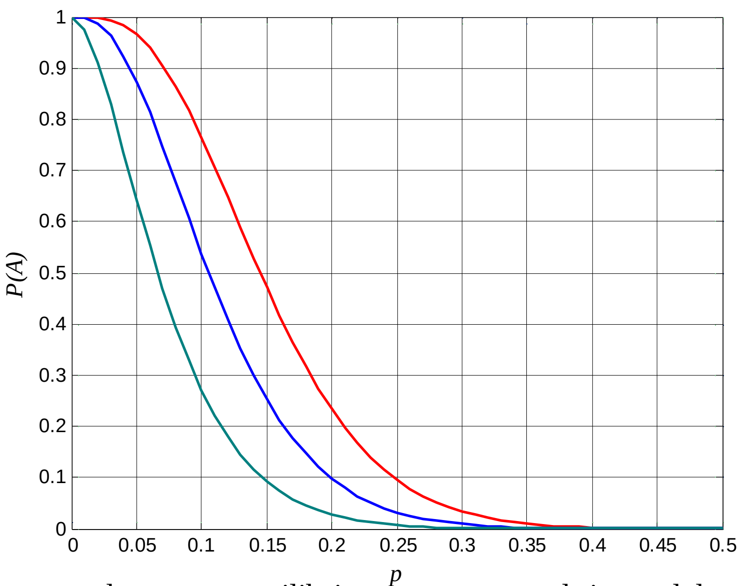
Ejercicio 1. Se tienen 5 artículos indistinguibles de los cuales se conoce que sólo 1 está fallado. El ensayo de calidad por artículo tiene un costo de \$20. Se presentan dos procedimientos alternativos.
Primero: ensayar cada uno de los 5 artículos, sin tener en cuenta la información adicional.
Segundo: hacer el ensayo de calidad en secuencia. Se toma un artículo al azar entre los 5. Si el ensayo de calidad indica que está fallado, se detiene el proceso de análisis. Si el ensayo indica que es bueno, se separa el artículo y se toma otro del conjunto de los cuatro que quedan. Y así se continúa el procedimiento hasta saber cuál es el fallado.

a) Sea X la cantidad de ensayos que se realizan si se implementa la segunda alternativa. Indicar el recorrido de X y la distribución de probabilidad puntual. Plantear un diagrama de árbol.

b) Sea G la variable aleatoria correspondiente al ahorro (en \$) si se implementa la segunda alternativa en vez que la primera. Calcular el valor esperado de G. Mencionar las propiedades usadas.

Ejercicio 2. **Aceptación de lotes por muestreo.** Se toma al azar una muestra de n artículos de un gran lote y se inspeccionan. Si el número X de defectuosos es menor o igual que un número a predeterminado, llamado número de aceptación, el lote es aceptado. Se caracteriza la bondad de un plan de muestreo, calculando la probabilidad de aceptación del lote, $P(A)$, para diversas fracciones de artículos defectuosos en los lotes, p. El resultado se presenta gráficamente y se le llama curva característica de operación (*CCO*).

En el gráfico se trazó la CCO para una muestra con n=25 y a = 1, 2 y 3.



a) ¿Con qué distribución se puede modelar a X? En función de ella, dar la ecuación de cálculo para $P(A)$ correspondiente a cada trazo de la CCO en función de p. Identificar en el gráfico cual trazo corresponde a a=1, a=2 y a=3.

b) ¿Qué plan de muestreo protege mejor al proveedor de que sus lotes aceptables sean rechazados y devueltos por el comprador? Justificar la respuesta.

c) ¿Qué plan de muestreo protege mejor al fabricante de aceptar lotes cuya fracción de defectuosos es demasiado grande? Justificar.

d) ¿Cómo podría el inspector de muestreo llegar a un nivel de aceptación que produzca un equilibrio entre el riesgo del vendedor y el riesgo del comprador?

Ejercicio 3. Sean $\{ X_1, X_2, \ldots, X_m \}$ y $\{ Y_1, Y_2, \ldots, Y_n \}$ dos muestras aleatorias de dos variables independientes con el mismo valor medio μ y varianzas conocidas σ_1^2 y σ_2^2, respectivamente. Sea c una constante cualquiera con $0 \le c \le 1$, y sea el estimador $U_c = c\overline{X} + (1-c)\overline{Y}$.

a) Explicar que es un estimador, para que se utiliza, y dar alguna de sus características deseables.

b) Demostrar que U_c es un estimador insesgado de μ.

c) Hallar el valor de c que minimiza la varianza de U_c

Probabilidad y Estadística. UTN – FRHaedo – Diciembre 2010 – T3

Alumno .... Especialidad: ....

Mes y año de aprobación de TP …………………………… Profesor: ……………………..

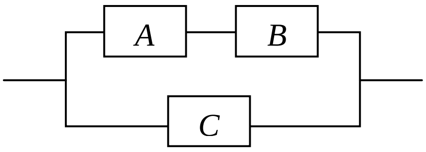
1a 1b	2	3a 3b	4	Calificación

Ejercicio 1. La víctima de un accidente morirá, a menos que reciba en los próximos 10,05 minutos una cantidad de sangre tipo A Rh(+) que puede ser suministrada por un solo tipo de donante. Toma 2 minutos “tipificar” la sangre de un donante y 2 minutos realizar la transfusión. Hay un gran número de donantes disponibles cuya sangre no ha sido tipificada y 40% de ellos tienen sangre tipo A Rh(+).

a) ¿Cuál es la probabilidad que se salve la víctima del accidente (evento *S*), si sólo se dispone de un equipo para tipificar la sangre?

b) Sea *T* la variable aleatoria que indica los minutos hasta que se completó la transfusión que salvó a la víctima. Definir el recorrido de *T* y la distribución de probabilidad puntual. Nota: es importante usar el dato de que *S* ocurrió.

Ejercicio 2. Se tienen 3 componentes que fallan en forma independiente, una de ellas con probabilidad de falla *p* y las otras dos con probabilidad de falla 2*p* donde $0 < p \leq 0.10$. Se debe armar el sistema esquematizado en la figura. ¿Dónde debe colocarse la componente de menor probabilidad de falla, en la rama superior o en la rama inferior? Justificar la respuesta con un cálculo adecuado.



Ejercicio 3. Sea $\{Y_1, Y_2, \ldots, Y_{16}\}$ una muestra aleatoria de una población normal estándar.

a) Completar la expresión "$P\left(\left|\overline{Y}\right| < 0.5\right) \geq$ **?**" a partir de la desigualdad de Tchebychev

Recordatorio: La desigualdad de Tchebychev establece que si *X* es una variable aleatoria con valor esperado μ y varianza σ^2, cualquiera sea la distribución, se verifica que $P\left(\left|X-\mu\right| \geq c\right) \leq \frac{\sigma^2}{c^2}, \quad \forall c > 0$.

b) Mejorar la precisión de la expresión "$P\left(\left|\overline{Y}\right| < 0.5\right) \cong$ **?**" a partir de conocer la distribución de la población. Justificar la respuesta.

Ejercicio 4. Enunciar el Teorema Central del Límite. Dar un ejemplo de un procedimiento donde se aplique donde haya involucrada una muestra aleatoria de tamaño *n*, especificando claramente los detalles de la situación y cuál es el objetivo del procedimiento presentado.