Probabilidad y Estadística. UTN – FRHaedo – Mayo 2013

Alumno .... Especialidad: ....

Mes y año de aprobación de TP …………………… Profesor: ……………………..

1a 1b 1c	2	3	4a 4b 4c 4d	Calificación

Ejercicio 1. Se extrae una bolilla al azar de un bolillero que contiene 3 bolillas numeradas de 1 a 3. Sea X el número de la bolilla extraída. Una vez conocido el valor de X, se extrae una nueva bolilla al azar de otro bolillero que contiene $3 - X + 1$ bolillas numeradas de X a 3 (por ejemplo: si $X = 2$, la segunda bolilla se extrae de un bolillero que contiene dos bolillas con los números 2 y 3). Sea Y el número de la bolilla extraída en el segundo bolillero:

a) Calcular $P(Y = 3 / X = 1)$.

b) Calcular $P(Y = 3)$.

c) Hallar la tabla correspondiente a la distribución conjunta de probabilidades $p_{XY}(x,y)$. ¿Son independientes X y Y? Justificar la respuesta.

Ejercicio 2. Sean A y B dos eventos de un mismo espacio muestral tales que $A \subset B$. ¿Pueden A y B ser independientes? Justificar la respuesta.

Ejercicio 3. Sean $X_1, X_2, \ldots, X_n$ un conjunto de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con valor medio μ y varianza σ^2. Encontrar los valores de a y b que hacen verdadera la siguiente expresión:

$$E\left[(X_1 + X_2 + \ldots + X_n)^2\right] = aE\left(X_1^2\right) + b\left[E(X_1)\right]^2 .$$

Mencionar las propiedades usadas.

Ejercicio 4. En el control estadístico de un proceso se toma una muestra de tamaño n (n>30), $\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$, y se diseña una prueba de hipótesis formulando, en la hipótesis nula, que la media del proceso, μ, es igual a la media nominal, μ_0. La región de rechazo de la hipótesis nula está definida por

$$\left\{\bar{X} = \bar{x} \in \mathbf{R} / \bar{x} \le \mu_0 - 2.8\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right\}.$$

La constante σ es la dispersión poblacional que se supone conocida.

a) Presentar el planteo del test mencionando las justificaciones que se consideren pertinentes.

b) ¿Cuánto vale es el nivel de significación de este test?

c) ¿Tiene sentido preguntar por la probabilidad de error de Tipo II cuando $\mu = \mu_0 + \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$? En caso afirmativo, hallarla; en caso negativo justificar la respuesta.

d) ¿Tiene sentido preguntar por la probabilidad de error de Tipo II cuando $\mu = \mu_0 - \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$? En caso afirmativo, hallarla; en caso negativo justificar la respuesta.

Probabilidad y Estadística. UTN – FRHaedo – Julio 2013 – T1

Alumno .... Especialidad: ....

Mes y año de aprobación de TP …………………… Profesor: ……………………..

1a 1b 1c	2	3a 3b 3c	4	Calificación

Ejercicio 1. Sean tres variables aleatorias independientes, X, U, Y, tales que: X tiene distribución exponencial de parámetro $\alpha=2$, $U \sim U[0;\,1]$, y, finalmente Y es Bernoulli de parámetro p.

a) Escribir la función de densidad o función de probabilidad puntual –según corresponda-, la función de distribución de probabilidad acumulada y el valor esperado. de cada una de las tres variables X, U, Y.

b) A partir de X, U, Y, se construye una nueva variable, W, definida de la siguiente manera: $W = \begin{cases} X & \text{si } Y=0 \\ U & \text{si } Y=1 \end{cases}$. Hallar el parámetro p de la distribución de Y sabiendo que se cumple que $P(W \le 1) = 1 - \dfrac{2}{3e^2}$.

c) ¿Es la variable Y independiente de W? Justificar la respuesta.

Ejercicio 2. Analizar si la siguiente afirmación es verdadera o falsa. Sean A y B dos sucesos complementarios tales que $P(A)=p>0$ entonces $P(A \cup \overline{B}) = 2p$.

Ejercicio 3. Se plantea una prueba de hipótesis de nivel de significación α para la media μ de una población normal con desvío estándar conocido σ a partir de una muestra de tamaño n con la hipótesis nula H_0: $\mu=\mu_0$, y la alternativa H_a: $\mu>\mu_0$.

a) Demostrar que la probabilidad $\beta=\beta(\mu_v)$ de cometer error tipo II está dada por $\Phi\left(z_\alpha + \dfrac{\mu_0-\mu_v}{\sigma/\sqrt{n}}\right)$ donde $\Phi(z)=P(Z\le z)$ es la función de distribución acumulativa para una variable normal estándar y $\Phi(z_\alpha)=1-\alpha$.

b) Deducir la fórmula para obtener el tamaño muestral n para que la prueba tenga un nivel de significación α y un valor $\beta(\mu_v)=\beta$ en el valor alternativo μ_v.

c) Dar un ejemplo de aplicación de esta prueba de hipótesis, aclarando quién es la variable en cuestión y cuál es la necesidad que deriva en el planteo del test. Interpretar en el contexto los errores tipo I y tipo II.

Ejercicio 4. Un sistema consta de dos componentes conectados en serie. Dichos componentes fallan independientemente uno del otro. Se definen los sucesos:

$$A_i=\{\text{el } i\text{–ésimo componente dura por lo menos } t \text{ horas}\},\ i=1,2.$$

Sea T el instante de tiempo (en h) en el que falla el sistema. Expresar $P(T<t)$ en términos de las probabilidades $P(A_1)$ y $P(A_2)$.

Probabilidad y Estadística. UTN – FRHaedo – Julio 2013 – T2

Alumno .... Especialidad: ....

Mes y año de aprobación de TP …………………… Profesor: ……………………..

1a 1b	2	3	4a 4b 4c	Calificación

Ejercicio 1. Se determina el siguiente plan de muestreo para clasificar un lote de 10 artículos. Se elige un artículo al azar del lote. Si el artículo es bueno se lo coloca nuevamente en el conjunto; y, si es defectuoso se lo reemplaza por uno bueno. A continuación se extrae nuevamente un artículo al azar. Si el artículo es bueno, se lo re-incorpora al conjunto y se clasifica el lote de calidad I. Si el artículo es defectuoso, se lo reemplaza por uno bueno y luego se realiza una nueva extracción. Si el artículo es bueno, se lo re-incorpora al conjunto y se clasifica el lote de calidad I; si es defectuoso, se lo re-incorpora al conjunto y se clasifica el lote de calidad II.
El lote analizado tiene originalmente 3 artículos defectuosos y los restantes buenos.

a) Realizar un diagrama de árbol que represente el plan de muestreo.
b) En principio un lote que se vende de calidad I da una ganancia de $20, uno de calidad II de $14, pero cada vez que se reemplaza un artículo durante el proceso de clasificación se incurre en una pérdida adicional de $2. Sea *Y* ganancia neta producida por la venta del lote. Hallar la distribución de probabilidad puntual de y el valor esperado de *Y*.

Ejercicio 2. El número de llamadas que llegan al conmutador de una empresa, *X*, durante las horas de actividad puede considerarse con distribución Poisson con un promedio 120 llamadas/hora. El conmutador no puede hacer más de 4 conexiones por minuto. Cuando el conmutador efectúa una conexión, suena en la recepción.

Sea *Y* la variable aleatoria que cuenta la cantidad de llamadas que suenan en recepción en un minuto. Dar el recorrido y la distribución de probabilidad puntual de *Y*.

Ejercicio 3. Sea *n* el tamaño de una muestra aleatoria de una variable aleatoria *X* con distribución normal, de desvío estándar conocido σ, correspondiente a un intervalo de confianza para la media poblacional μ con una confianza de $(1-\alpha)100\%$, cuya amplitud es ε. ¿Cuánto y cómo se debe modificar *n* para reducir a la quinta parte la amplitud del intervalo de confianza anterior manteniendo el mismo nivel de confianza? Justificar la respuesta.

Ejercicio 4. Complete los espacios de acuerdo a la información suministrada sobre la siguiente muestra de tamaño 100:

$\sum x_i = 5000$	CV = 80%	$P_{25} = 30$	$D_5 = 50$	$P_{95} = 98$	$X_{Mo} = 30$	$P_5 = 2$	$Q_3 = 70$

a) La media es: ___________.
b) La varianza es: ___________.
c) El ____ % de los datos toma valores entre 70 y 98.

Nomenclatura. CV: Coeficiente de variación $\left(\sigma/\bar{x}\right)$ expresado en porcentaje. *P*: percentil. *D*: decil. *Q*: cuartil. *Mo*: moda.

Probabilidad y Estadística. UTN – FRH –Octubre 2013

Apellido(s): ....Nombre(s): ....

Año y N° de Libreta: ....Docente: ....

Ejercicio 1	**Ejercicio 2** **a b c d**	**Ejercicio 3** **a b c**	**Ejercicio 4**	**Calificación**

Ejercicio 1. Según la convención introducida por J.W.Tukey (en su libro *Análisis Exploratorio de Datos)* para la construcción del diagrama de caja o *boxplot* , son <u>valores aceptables</u> aquellos mayores que $q_1 - 1{,}5\ d$ y menores que $q_3 + 1{,}5\ d$. , donde d es la distancia intercuartílica para la muestra considerada.
Calcule la probabilidad de que una variable aleatoria X tome valores aceptables si tiene distribución exponencial de parámetro α.

Ejercicio 2. Una de las más célebres leyes de Murphy establece que si se deja caer al suelo una tostada untada con dulce, la probabilidad de que caiga del lado del dulce es mayor que la de que caiga del lado del pan (solo). Para verificarla se realizó un experimento en la Universidad de Southwestern Louisiana, dejando caer tostadas untadas con mermelada de grosellas (y contabilizando los resultados).

a) Definir claramente cuál es el parámetro de interés en el problema.
b) Establecer la hipótesis nula y la alternativa en términos de dicho parámetro.
c) Explicar el significado de los errores Tipo I y II en el contexto de este problema.
d) Si se fija el nivel de significación de la prueba en 0,01, ¿qué significa esto? (en el contexto del problema)
e) Indique cuál es el estadístico de prueba para este test. Tome una decisión sabiendo que en el experimento se dejaron caer 1000 tostadas, de las cuales cayeron 540 del lado del dulce.

Ejercicio 3. Sea X una variable aleatoria con distribución binomial.

a) Mencionar los parámetros que la caracterizan. Indicar su recorrido, su función de probabilidad, y dar su esperanza y su varianza.
b) Describir un experimento aleatorio donde se la utilice.
c) ¿Con qué otras variables aleatorias está vinculada y cómo? Explicar.

Ejercicio 4 Sean A, B y C eventos de un mismo espacio muestral. Se conoce que A y B son independientes; también se sabe que A y C son independientes. ¿Es verdadera o falsa la proposición de que, en estas condiciones, A es independiente de $B \cup C$? Demostrarla en caso de que sea verdadera o dar un contraejemplo en caso de que sea falsa.

Probabilidad y Estadística. UTN – FRHaedo – Diciembre 2013 – T1

Alumno .... Especialidad: ....

Mes y año de aprobación de TP …………………… Profesor: ……………………..

1	2	3	4	5	Calificación

Calificación Final: …………………………………….

Ejercicio 1. Si A y B son eventos cualesquiera de un espacio muestral E, entonces probar que

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)\,.$$

Mencionar los axiomas usados; de usar alguna propiedad, probarla.

Ejercicio 2. Si X es una variable aleatoria con distribución normal de valor medio μ y varianza σ^2, ¿cuál es la distribución de $Y = aX + b$ con a y b reales y $a \neq 0$? Detallar el recorrido, la función de densidad de probabilidad y su gráfico, y los parámetros asociados a la variable Y. Dar tres propiedades de la función densidad de probabilidad de Y, y tres propiedades de la función de distribución acumulativa de Y.

Ejercicio 3. La variable aleatoria bidimensional (X, Y) tiene la distribución conjunta de probabilidad dada por la siguiente función:

$$f(x, y) = p^{x+y} q^{2-x-y} \quad 0 < p < 1,\ q = 1 - p\,,\ R_X = 0, 1,\ R_Y = 0, 1\,.$$

Encontrar la distribución conjunta de probabilidad de (Z, Y), donde $Z = X + Y$, y calcular las funciones de distribución marginales correspondientes. Hallar la $Cov(Z, Y)$.

Ejercicio 4. Si se arroja una moneda cinco veces y cae cara las 5 veces, ¿se puede concluir que la moneda no está equilibrada? Plantear un procedimiento inferencial adecuado (test de hipótesis, intervalo de confianza,…). En función del planteo propuesto, realizar un cálculo apropiado que justifique la respuesta.

Ejercicio 5. Ciertos elementos de un circuito eléctrico se protegen contra exceso de voltaje por medio de dos relevadores R_1 y R_2 que se ajustan para ser descargados en X_1 y X_2 segundos, respectivamente, después de que comienza el exceso de voltaje. Estos períodos de descarga varían debido a pequeños factores incontrolables, por lo que se supone que X_1 y X_2 son variables aleatorias normales independientes con varianzas $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 0.1$ seg^2 y medias (tiempos medios de descarga) $\mu_1 = 1$ seg y μ_2. ¿Cuánto debe valer μ_2 de modo que su valor sea lo menor posible pero de forma tal que R_2 sea descargado antes que R_1 en a lo más 1 de 1000 casos?

Probabilidad y Estadística. UTN – FRHaedo – Diciembre 2013 – T2

Alumno .... Especialidad: ....

Mes y año de aprobación de TP …………………… Profesor: ……………………..

1	2	3	4	5	Calificación

Calificación Final: …………………………………….

Ejercicio 1. Demostrar que si A, B y C son eventos independientes de un mismo espacio muestral E, entonces $A \cup B$ y C son independientes.
Mencionar los axiomas y propiedades usados.

Ejercicio 2. Probar que si X es una variable aleatoria con distribución normal de valor medio 0 y varianza 1, entonces $P(-c \le x \le c) = a$ es equivalente a $\Phi(c) = (1+a)/2$. Mencionar las propiedades usadas.
Nota: $\Phi(a)$ valor acumulado a izquierda en la distribución gaussiana.

Ejercicio 3. La variable aleatoria bidimensional (X, Y) tiene la distribución conjunta de probabilidad dada por la siguiente función:

$$f(x,y) = p^{x+y} q^{2-x-y} \quad 0 < p < 1,\ q = 1-p,\ R_X = 0, 1,\ R_Y = 0, 1.$$

Encontrar la distribución conjunta de probabilidad de (Z, Y), donde $Z = X + Y$, y calcular las funciones de distribución marginales correspondientes. Hallar la $Cov(Z, Y)$.

Ejercicio 4. Si se arroja una moneda cinco veces y cae cara las 5 veces, ¿se puede concluir que la moneda no está equilibrada? Plantear un procedimiento inferencial adecuado (test de hipótesis, intervalo de confianza,…). En función del planteo propuesto, realizar un cálculo apropiado que justifique la respuesta.

Ejercicio 5. Ciertos elementos de un circuito eléctrico se protegen contra exceso de voltaje por medio de dos relevadores R_1 y R_2 que se ajustan para ser descargados en X_1 y X_2 segundos, respectivamente, después de que comienza el exceso de voltaje. Estos períodos de descarga varían debido a pequeños factores incontrolables, por lo que se supone que X_1 y X_2 son variables aleatorias normales independientes con varianzas $\sigma_1^2 = \sigma_2^2 = 0.1$ seg^2 y medias (tiempos medios de descarga) $\mu_1 = 1$ seg y μ_2. ¿Cuánto debe valer μ_2 de modo que su valor sea lo menor posible pero de forma tal que R_2 sea descargado antes que R_1 en a lo más 1 de 1000 casos?

Probabilidad y Estadística. UTN – FRHaedo – Diciembre 2013 – T3

Alumno ....   Especialidad: ....

Mes y año de aprobación de TP …………………… Profesor: ……………………..

1a	1b	2	3	4	5	Calificación

Calificación Final: …………………………………….

Ejercicio 1. En una caja hay 3 monedas. Una de ellas es de doble cara; otra es una moneda equilibrada común; la otra es una moneda no equilibrada tal que la probabilidad de que salga cara es el triple de que salga ceca.

a) Se elige una moneda al azar y se la arroja resultando cara. ¿Cuál es la probabilidad de que la elegida sea la moneda con dos caras?

b) Sea Y la variable aleatoria correspondiente al registro en un contador al realizar 100 repeticiones independientes de la experiencia detallada a continuación. Se elige una moneda al azar de la caja y se la arroja. Si el resultado es cara, se suma 1 en el contador; si es ceca, se resta 1 en el contador. Se inicia el contador en 0. ¿Cuál es la distribución de Y y cuánto valen los parámetros que la caracterizan? Justificar la respuesta en forma adecuada.

Ejercicio 2. Sean X y Y variables aleatorias independientes que tienen una varianza común, σ^2. ¿Cuál es la covarianza $\mathrm{Cov}(X, X + Y)$? Deducir la respuesta justificando sus pasos.

Ejercicio 3. Sea X una variable aleatoria continua cuya función densidad de probabilidad es

$$f(x) \equiv \begin{cases} \frac{1}{\theta} & 0 \le x \le \theta \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}, \quad \theta \in \mathbf{R}_{>0}.$$

Se toma una muestra aleatoria $\{X_1, X_2, \ldots, X_n\}$. Probar que $2\overline{X}$ es un estimador insesgado de θ.

Ejercicio 4. ¿Bajo qué condiciones se puede hallar un intervalo de confianza para la varianza de una variable aleatoria X basado en los resultados de una muestra aleatoria de tamaño n?

Ejercicio 5. Sea X una variable aleatoria normal con varianza conocida σ^2. Se desea probar la hipótesis nula $H_0: \mu = \mu_0$ contra la alternativa $H_1: \mu > \mu_0$, tomando $\alpha = 0.05$. Encontrar el tamaño mínimo de muestra necesario para rechazar H_0 en el caso de que μ sea realmente σ unidades mayor a μ_0 con una probabilidad mayor a 0.90.

Probabilidad y Estadística. UTN – FRH –Febrero-Marzo 2014 - T1

Apellido(s): ....Nombre(s): ....

Año y N° de Libreta: ....Docente: ....

Ejercicio 1	**Ejercicio 2**	**Ejercicio 3**	**Ejercicio 4**	**Calificación**
	a b c d	**a b c**	**a b c**	

1) Se dispone de tres estimadores de θ basados en una muestra aleatoria de tamaño **n** de una variable aleatoria X cuya distribución depende de θ. Los estimadores son: θ_1 , θ_2 y θ_3. Se sabe que:
$E(\theta_1) = E(\theta_2) = E(\theta_3) = \theta$, y
$V(\theta_1)=2$ $V(\theta_2)= 1/n^2$ $V(\theta_3)= 3/n^2$
Considerando el Error Cuadrático Medio, ¿cuál de los tres estimadores preferiría? Justifique su elección.

2) Debido a la crisis energética, se está evaluando la posibilidad de cortar el suministro eléctrico en los hogares entre las 14:00 y las 18:00 hs. Esta decisión se tomará si el consumo promedio, μ, en el horario mencionado supera los 440 W. Como la decisión tendrá un alto costo político, es necesario que la probabilidad de cometer un error al afirmar que el consumo medio es mayor que 440 W cuando en realidad no lo es, sea igual a 0,05. Para ello se tomó una muestra aleatoria de 25 hogares y se obtuvo una media muestral de 480 W y un desvío estándar muestral de 28 W. Se supone que el consumo de electricidad en los hogares tiene una distribución normal.

- **a)** Plantear las hipótesis adecuadas para el problema.
- **b)** Indicar el estadístico utilizado y la región de rechazo con nivel de significación 0,05. Tomar una decisión en base a la muestra.

Se supone ahora un desvío estándar poblacional de 24 W.

- **c)** A nivel 0,05, ¿cuál es la probabilidad de cometer un error en la decisión si el verdadero consumo medio es de 432 W?
- **d)** ¿Cuál debería ser el verdadero tamaño muestral (n) para que la probabilidad calculada en (c) sea de 0,002?

3) Para festejar el Día de Los Enamorados (14 de febrero), Abigail y Nelson acordaron encontrarse a las 8 de la noche para ir al cine. Como no son muy puntuales, se puede suponer que los tiempos X e Y en que cada uno de ellos llega son variables aleatorias independientes con distribución uniforme entre las 8 y las 8:30 de la noche.

- **a)** ¿Cuál es la densidad conjunta de X e Y?
- **b)** ¿Cuál es la probabilidad de que ambos lleguen entre las 20:10 y las 20:20 hs?
- **c)** Si ambos están dispuestos a esperar no más de 5 minutos al otro a partir del instante en que llegan (debido a lo especial de la fecha), ¿cuál es la probabilidad de que se desencuentren?

4). Sea X una variable aleatoria con distribución binomial.

- **d)** Mencionar los parámetros que la caracterizan. Indicar su recorrido, su función de probabilidad, y dar su esperanza y su varianza.
- **e)** Describir un experimento aleatorio donde se la utilice.
- **f)** ¿Con qué otras variables aleatorias está vinculada y cómo? Explicar.

Probabilidad y Estadística. UTN-FRH – Febrero-Marzo 2014 – T2

Apellido(s): ………………………………… Nombre(s): ………………………………….

Año y Nº Libreta: …………………………Docente: …………………………………….

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Calificación
a b c	**************	a b	a b	

1) Sea X una variable aleatoria con distribución de Poisson
a) Indique sus parámetros, su recorrido y presente su función de probabilidad puntual.
b) Indique su media y su varianza. ¿Son iguales? Justifique su respuesta.
c) Demostrar la siguiente relación de recurrencia

$$P (X = k + 1) = \frac{\lambda}{(k + 1)} . P (X = k) \qquad k = 0, 1, 2, \ldots\ldots$$

2) Deducir la fórmula que permite calcular el tamaño de muestra n (suficientemente grande) necesario en un ensayo de hipótesis para la media con desvío conocido donde Ho) $\mu \geq \mu_o$ con un nivel de significación α y con un error β para μ_v

3) El tiempo que una persona entrenada tarda en resolver un problema de ingenio sigue una distribución normal con media 20 min. y desvío 2,5 min., mientras que una persona no entrenada tiene una media de 28 min. y un desvío de 3 min. con igual distribución.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que la persona entrenada tarde menos de la mitad que la persona no entrenada ? b) Se deben resolver 6 problemas ¿ cuál es la probabilidad de que la persona entrenada tarde más de 135 min ?

4) Considere dos variables aleatorias discretas cuya función de probabilidad conjunta se presenta en la siguiente tabla

X / Y	0	1	2
0	0	1/6	1/6
1	1/6	0	1/6
2	1/6	1/6	0

a) Determine el coeficiente de correlación entre ambas variables.
b) Diga si las variables X e Y son independientes. Justifique claramente la respuesta.

Probabilidad y Estadística. UTN – FRHaedo – Febrero 2014 – T3

Alumno .... Especialidad: ....

Mes y año de aprobación de TP …………………… Profesor: ……………………..

1	2	3	4	5	Calificación

Ejercicio 1. En una lotería se han emitido 100 billetes. Se sortea un premio de 50 u.m (unidades monetarias) y diez de 1 u.m cada uno.

a. Encuentre la ley de distribución de la variable aleatoria *X*, es decir el valor del premio posible para el poseedor de un billete de lotería.

b. Sea la variable aleatoria *Y* el premio posible para el poseedor de un segundo billete de lotería. Determine la distribución conjunta de *X* e *Y*. Explique como son los eventos en cuanto a la independencia.

Ejercicio 2. Un sistema de transmisión tiene como símbolos de entrada {**0**, **1**} y como símbolos de salida {***a***, ***b***}. La emisión de **0** y **1** es equiprobable. Se sabe que cuando se emite **0**, la probabilidad de recibir ***b*** es doble que la de recibir ***a***. También, que al mandar **1**, ***a*** y ***b*** se reciben equiprobablemente. Supóngase que se recibe ***a***, ¿cuál es la probabilidad de haber emitido **0**?

Ejercicio 3. Suponga que un sistema contiene cierto tipo de componente cuyo tiempo de falla en años está dado por la variable aleatoria *T*, distribuida exponencialmente con tiempo promedio de falla β años. ¿Cuál es la probabilidad de que una componente continúe funcionando después de β años? Plantee el problema presentando las funciones asociadas a la variable aleatoria y los parámetros que la caracterizan.

Ejercicio 4. Un candidato a delegado de una industria automotriz dice que él ganará con el 50% o más de los votos la elección y por lo tanto saldrá ganador. Si no se cree en lo dicho por el candidato se puede buscar apoyar la hipótesis de que no está siendo favorecido por más del 50% del electorado. Se seleccionan 15 votantes aleatoriamente y se registra *X*, siendo el número de electores que está a favor del candidato.

a. Especifique las hipótesis adecuadas al problema propuesto.

b. Calcule el valor de si se selecciona como región de rechazo a todos los valores de X menores o iguales a 2.

c. Calcule el valor de si el candidato recibiera sólo el 30% de los votos.

Ejercicio 5. Sean $x_1, x_2, \ldots, x_n$, *n* variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas según una ley normal.

a. Demuestre que $E(\overline{X}) = \mu$ y que $\sigma(\overline{X}) = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

b. Desarrolle una fórmula para determinar la probabilidad de que la media muestral difiera en menos de su valor esperado.

c. Si $n = 20$, $\mu = 50$ y $\sigma = 10$, calcule la probabilidad de que la media muestral difiera en menos 3 de su valor esperado según la fórmula obtenida en el inciso 5b.