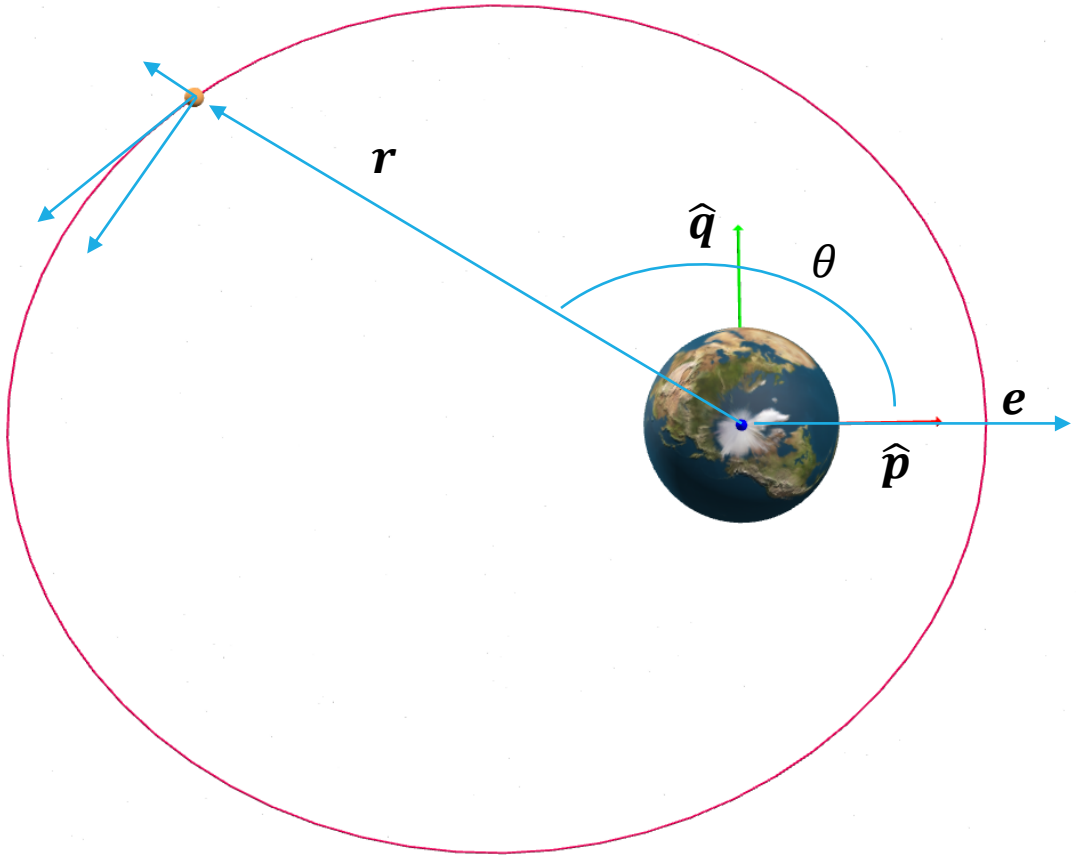
UTN HAEDO

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL HAEDO

MECÁNICA ORBITAL

SISTEMAS DE COORDENADAS

Plano perifocal

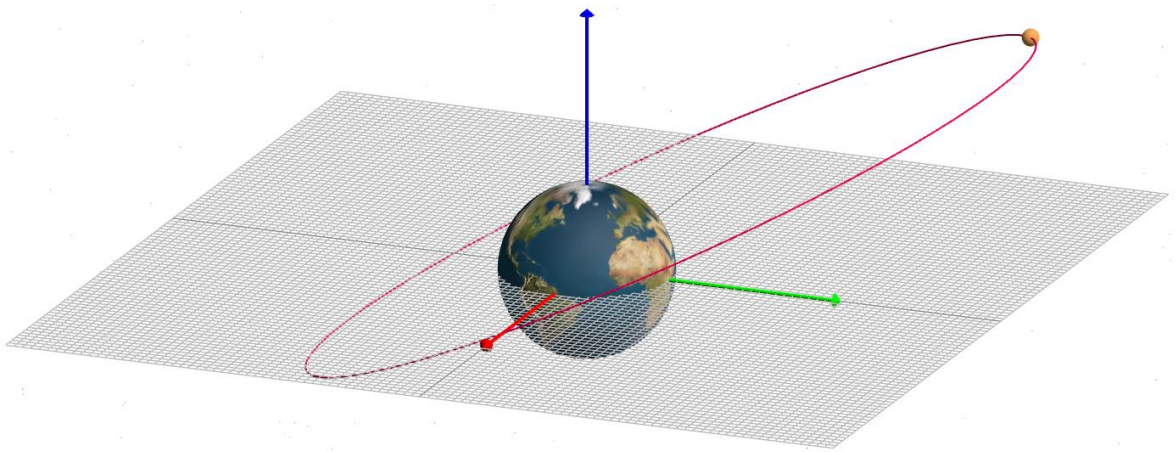


Para definir una órbita en el plano se requieren dos parámetros: la excentricidad e y el momento angular h. Otros parámetros, como el semieje mayor, la energía específica y (para una elipse) el período, se obtienen a partir de estos dos. Para localizar un punto en la órbita se necesita un tercer parámetro, la anomalía verdadera θ, que nos lleva al tiempo desde el perigeo.

$$\boldsymbol{r} = \frac{h^2}{\mu}\frac{1}{1+e\cos\theta}(\cos\theta\,\hat{\boldsymbol{p}} + \sin\theta\,\hat{\boldsymbol{q}}) \;\rightarrow\; \{\boldsymbol{r}\}_{\overline{xyz}} = \frac{h^2}{\mu}\frac{1}{1+e\cos\theta}\begin{pmatrix}\cos\theta\\ \sin\theta\\ 0\end{pmatrix}$$

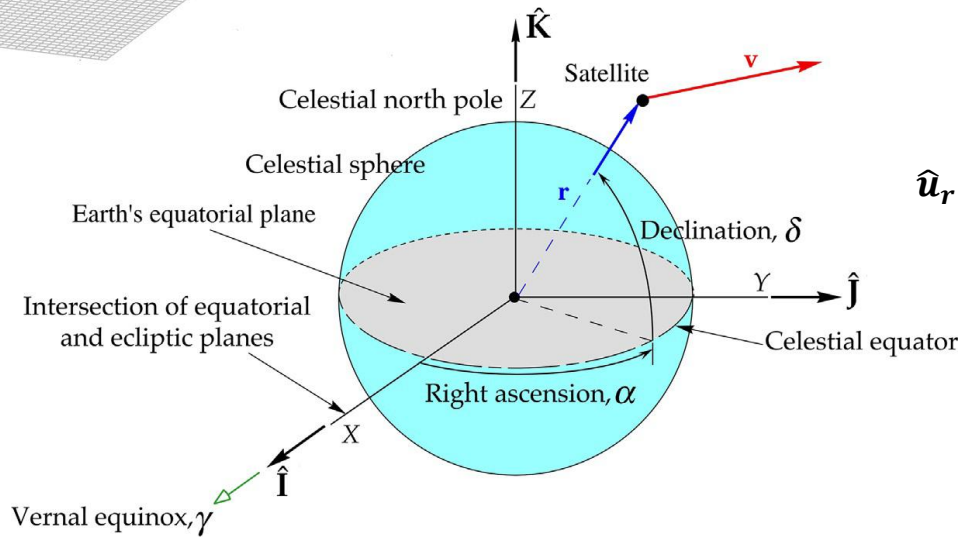
$$\boldsymbol{v} = \frac{\mu}{h}(-\sin\theta\;\hat{\boldsymbol{p}} + (e+e\cos\theta)\,\hat{\boldsymbol{q}}) \;\rightarrow\; \{\boldsymbol{v}\}_{\overline{xyz}} = \frac{\mu}{h}\begin{pmatrix}-\sin\theta\\ e+e\cos\theta\\ 0\end{pmatrix}$$

ECI (Earth-Centered Inertial)



Describir la orientación de una órbita en tres dimensiones requiere tres parámetros adicionales, llamados ángulos de Euler:

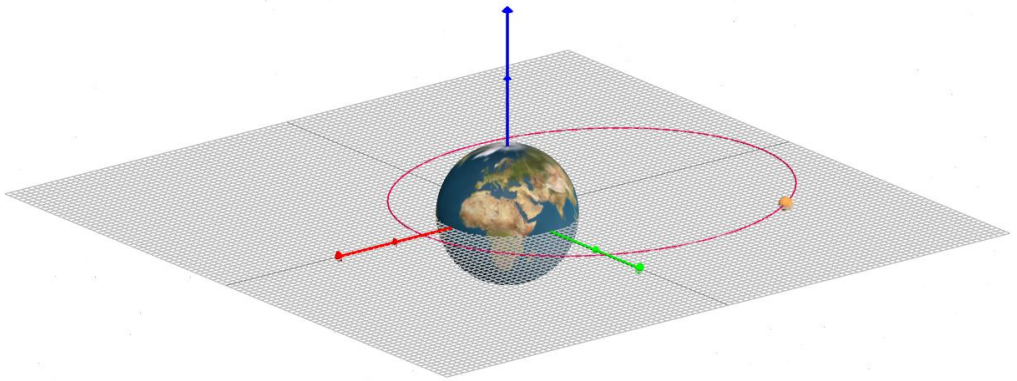
- i inclinación
- Ω o RAAN ascensión recta del nodo ascendente
- ω argumento del perigeo

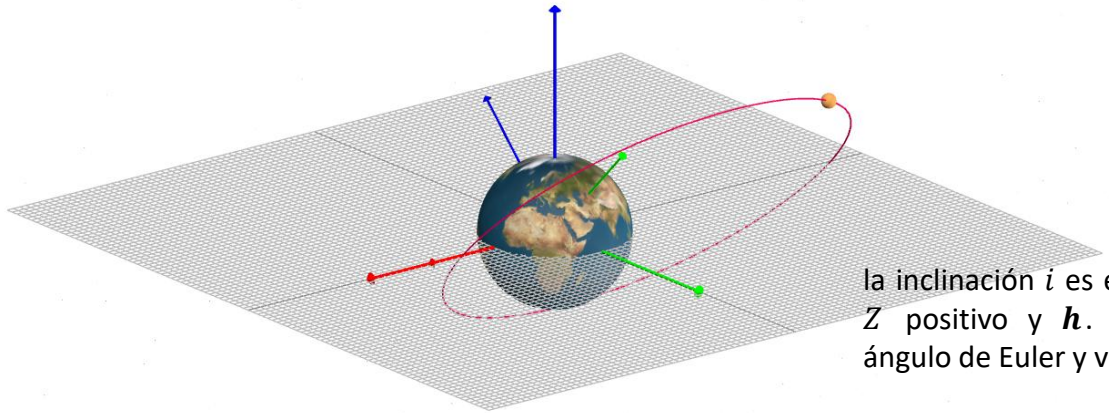


$$\boldsymbol{r} = r\,\hat{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{r}}$$

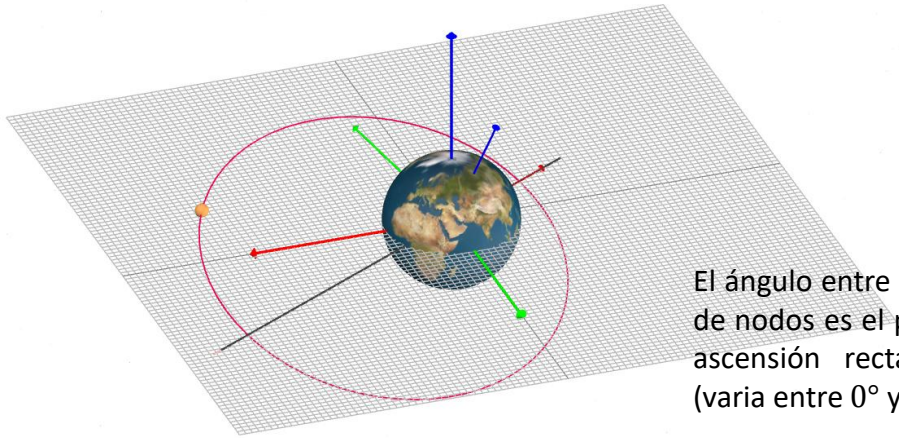
$$\hat{\boldsymbol{u}}_{\boldsymbol{r}} = \cos\delta\cos\alpha\,\hat{\boldsymbol{I}} + \cos\delta\sin\alpha\,\hat{\boldsymbol{J}} + \sin\delta\,\hat{\boldsymbol{K}}$$

ECI (Earth-Centered Inertial)

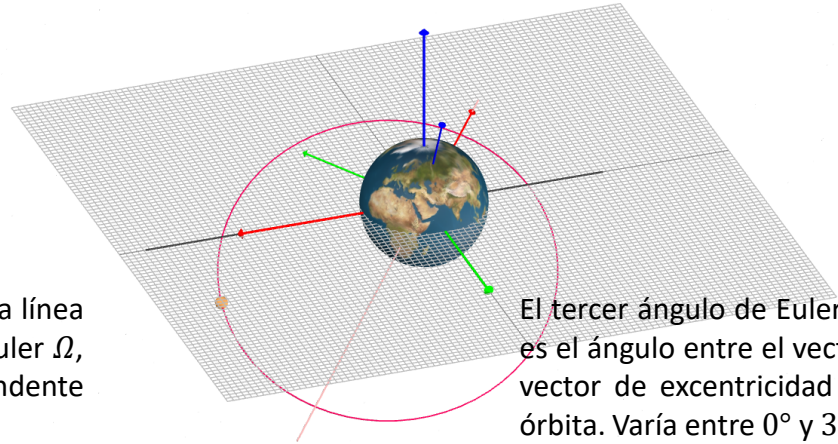




la inclinación i es el ángulo entre el eje Z positivo y $\boldsymbol{h}$. Este es el segundo ángulo de Euler y varía entre $0°$ y $180°$.

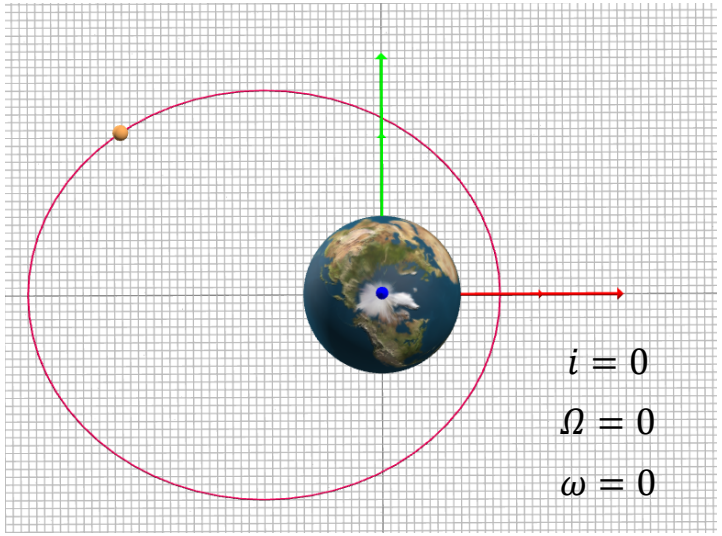


El ángulo entre el eje X positivo y la línea de nodos es el primer ángulo de Euler Ω, ascensión recta del nodo ascendente (varia entre $0°$ y $360°$).



El tercer ángulo de Euler ω, el argumento del perigeo, es el ángulo entre el vector de la línea de nodos $\boldsymbol{N}$ y el vector de excentricidad e, medido en el plano de la órbita. Varía entre $0°$ y $360°$.

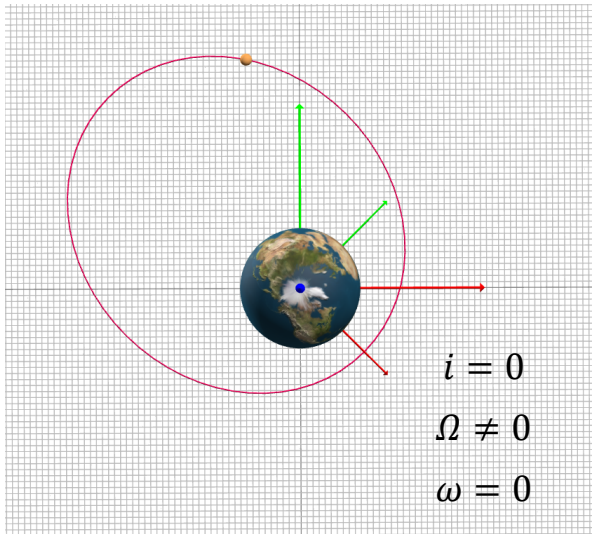
Ecuatorial Geocentrico - Perifocal



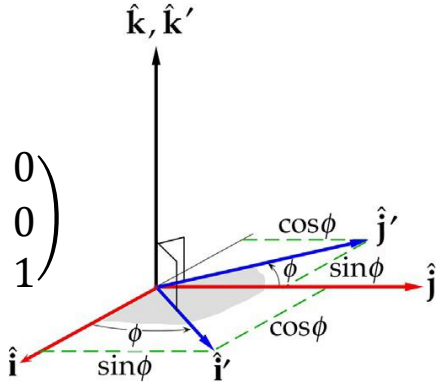
$$[\boldsymbol{Q}]_{X\bar{x}} = [\boldsymbol{R_3}(\omega)] \cdot [\boldsymbol{R_1}(i)] \cdot [\boldsymbol{R_3}(\Omega)]$$

$$[\boldsymbol{R_3}(\Omega)]$$

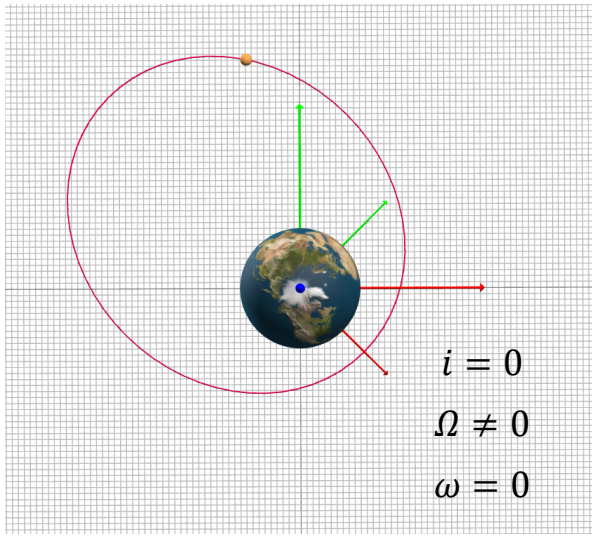
El primer ángulo de rotación es Ω, la ascensión recta del nodo ascendente o RAAN (se mide alrededor del eje z del marco ecuatorial geocéntrico)



$$R_3 = \begin{pmatrix} cos(\Phi) & sin(\Phi) & 0 \\ -sin(\Phi) & cos(\Phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



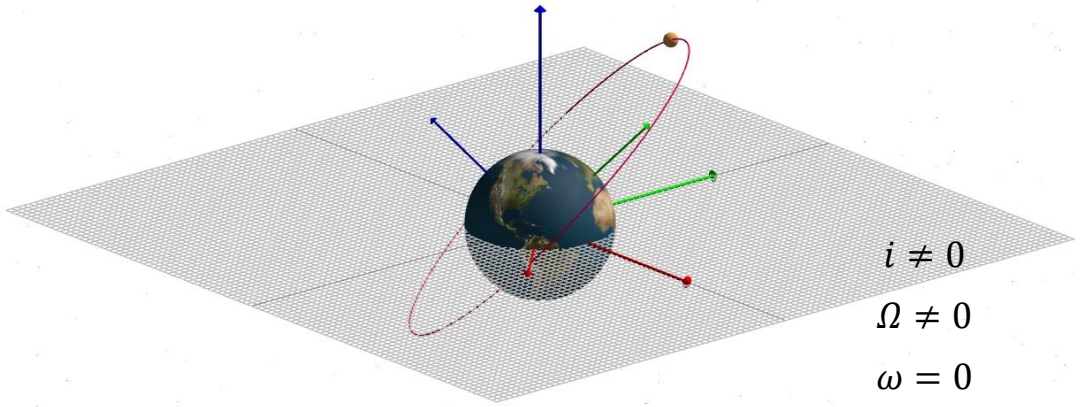
Ecuatorial Geocentrico - Perifocal



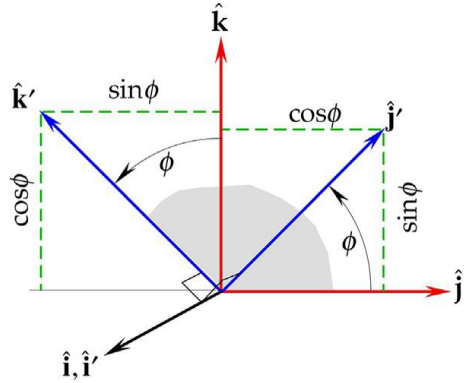
$$[\boldsymbol{Q}]_{X\bar{x}} = [\boldsymbol{R_3}(\omega)] \cdot [\boldsymbol{R_1}(i)] \cdot [\boldsymbol{R_3}(\Omega)]$$

$$[\boldsymbol{R_1}(i)]$$

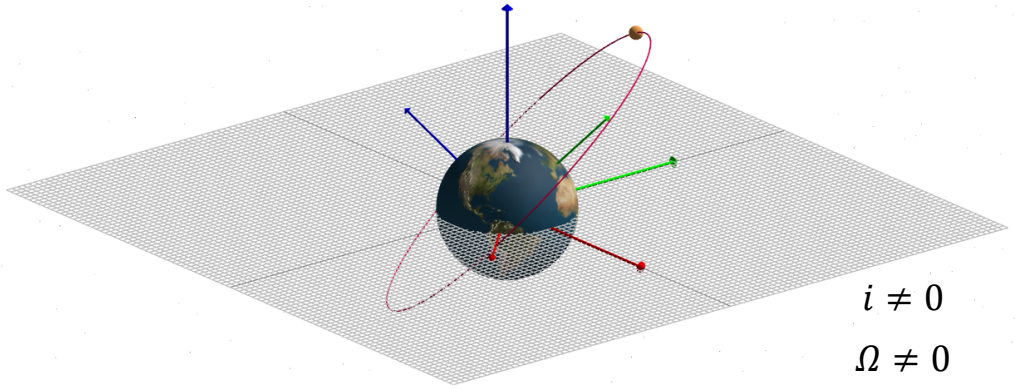
La segunda rotación es i, el ángulo de inclinación orbital (se mide alrededor de a línea de nodos)



$$R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & cos(\Phi) & sin(\Phi) \\ 0 & -sin(\Phi) & cos(\Phi) \end{pmatrix}$$



Ecuatorial Geocentrico - Perifocal



$i \neq 0$

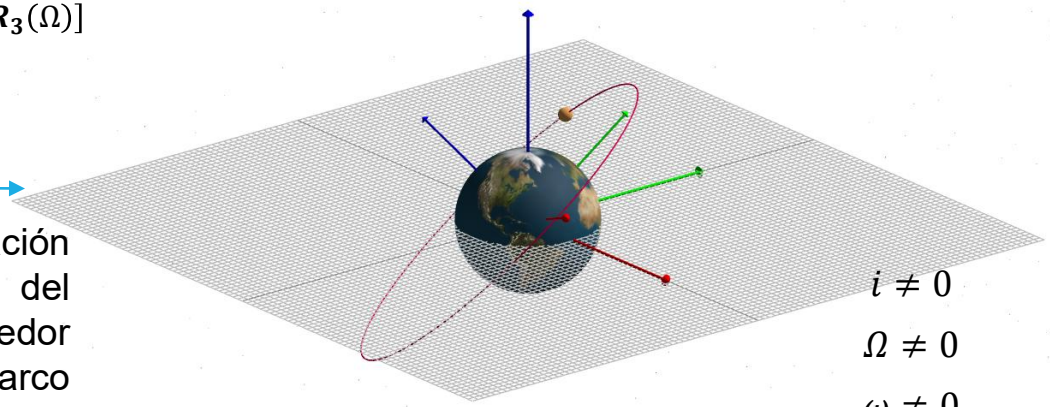
$\Omega \neq 0$

$\omega = 0$

$$[\boldsymbol{Q}]_{X\bar{x}} = [\boldsymbol{R_3}(\omega)] \cdot [\boldsymbol{R_1}(i)] \cdot [\boldsymbol{R_3}(\Omega)]$$

$$[\boldsymbol{R_3}(\omega)]$$

El tercer ángulo de rotación es ω, el argumento del perigeo (se mide alrededor del eje $\bar{z}$ del marco perifocal)



$i \neq 0$

$\Omega \neq 0$

$\omega \neq 0$

$$R_3 = \begin{pmatrix} cos(\Phi) & sin(\Phi) & 0 \\ -sin(\Phi) & cos(\Phi) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

