

MODELO DE EJERCICIOS PARA REPASAR PARA EL PARCIAL-
HAY EJERCICIOS DEL CUADERNILLO-CHEQUEAR LA RESPUESTA

1) Determinar b tal que la recta tangente a la función $h(x) = \frac{2bx+3}{x-4}$ en el punto de intersección con el eje de ordenadas, sea paralela a la recta $y = -\frac{5}{3}x + 1$. Hallar la ecuación de dicha recta tangente.

2) Sean f la función logarítmica con fórmula $f(x) = a + \ln(x + b)$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x^2$.

A) Sabiendo que $x = 2$ es asíntota de f , y además $f(3) = 8$, determinar la fórmula de f . B)

Si se cumple la condición realizar $(f \circ g)(x)$. Si no se cumple restringir el dominio y realizar la composición. Determinar el dominio de la composición.

3) Dada la función

$$F(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x+1}-1}{x} & \text{si } x > 0 \\ k & \text{si } x = 0 \\ \frac{x^2-x}{x^2+x} & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

- 1) Analice la continuidad de $F(x)$ en el punto $x = 0$. Determine, si es posible, el valor de la constante $k \in \mathbb{R}$ para que la función sea continua en dicho punto.
- 2) En caso de que no exista un único valor de k que garantice la continuidad, clasifique analíticamente la discontinuidad en $x = 0$ (evitable, esencial de salto finito o esencial de salto infinito).
- 3) Evalúe el comportamiento de la función en $x = -1$. ¿Qué ocurre con el límite y la continuidad en ese valor? Clasifique la discontinuidad.

4) Sean las funciones $f(x)$ y $g(x)$

$$f(x) = \frac{x+3}{x-2}; \quad g(x) = 2x + 3$$

1. Determine la expresión de la función compuesta $(f \circ g)(x)$ especificando el dominio de la composición. Restringir el dominio si es necesario
2. Halle la expresión de la función inversa de f .
3. Demuestre analíticamente que $f(x)$ es una función biyectiva.

5) Dada la función $f(x)$ determinar:

- a) Dominio
- b) Asíntotas
- c) Ceros o raíces, intersección con eje x
- d) Intersección con eje y
- e) Intervalos de positividad y negatividad

$$f(x) = \begin{cases} 2 + \frac{1}{x+3} & \text{si } x \leq -2 \quad (x \neq -3) \\ \frac{1}{1-x^2} & \text{si } -2 < x < 1 \\ x + \frac{1}{x} & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$$

Ej.2-20: Resolver los siguientes problemas, justifique cada paso y verifique con GeoGebra:

1) Escribir una función racional con asíntotas verticales en $x = 6$ y $x = -2$, y un cero en $x = 3$

2) Hallar los valores reales de “a” y “b” para que las rectas $y = \frac{5}{3}$ y $x = \frac{1}{\ln 4} + 1$ sean asíntotas de $g(x) = \frac{a}{b - e^{\frac{1}{x-1}}}$.

3) Sea $h: D_h \rightarrow R / h(x) = ax + \frac{3x-10}{x-5}$, ¿Cuánto valen los parámetros reales a y k para que la recta $y = 2x + k$ sea asíntota de $h(x)$? Escribir la ecuación de la otra asíntota que posee la función h .

4) Hallar a , b y c reales sabiendo que las asíntotas de $f(x) = \frac{ax^2+bx-8}{x+c}$ tienen ecuaciones: $y = 3x - 1$; $x = 4$.

5) Hallar a y b reales para que la recta $y = 2x + 1$ sea asíntota de la curva $y = \frac{ax^2}{bx+4}$

6) Hallar el valor real de a para que $f(x) = x \cdot e^{\frac{a}{x}}$ tenga asíntota oblicua $y = x + 1$

Ej.2-23

Encontrar valores reales para las constantes “a” y “b” de modo que las funciones definidas en cada caso sean continuas en el/los puntos donde hay cambio de rama:

$$\text{a) } f(x) = \begin{cases} \frac{ax}{\tan x} & x > 0 \\ a^2 - 2 & x \leq 0 \end{cases} \quad \text{b) } f(x) = \begin{cases} x & x \leq 1 \\ a \cdot x + b & 1 < x < 4 \\ -2x & x \geq 4 \end{cases}$$

$$\text{c) } f(x) = \begin{cases} x^2 + ax & x \leq 2 \\ a - x^2 & x > 2 \end{cases} \quad \text{d) } f(x) = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}} & x \neq 0 \\ a & x = 0 \end{cases}$$

$$\text{e) } f(x) = \begin{cases} e^{\frac{x-1}{x+1}} & x > -1 \\ 3x + a & x \leq -1 \end{cases} \quad \text{f) } f(x) = \begin{cases} \frac{\sin(bx)}{2x} & x \neq 0 \\ 3 & x = 0 \end{cases}$$

Ej.3) EJERCICIOS DE INTEGRACION

a) Determinar los valores reales de a y b para que la función f sea continua

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & x < -1 \\ ax + b & -1 \leq x \leq 2 \\ \sqrt{x+2} & x > 2 \end{cases}$$

b) Construir una función f con asíntota vertical en $x=2$, asíntota horizontal en $y=1$ y que pase por el origen de coordenadas.

c) Esbozar una función f y dar su expresión analítica, sabiendo que cumple simultáneamente:

- Tiene una discontinuidad evitable en $x = -1$
- Tiene una discontinuidad esencial en $x = 2$
- Tiene una asíntota vertical en $x = 4$

Ej.2-16

Hallar:

a) El valor real de " a " de modo que $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + ax + a + 3}{x^2 + x - 2}$ exista. Calcular el límite.

b) Los valores reales de m de tal manera que $\lim_{x \rightarrow m} \frac{x^2 - mx + 3x - 3m}{x - m} = m^2 - 27$

c) Los valores reales de a y b de modo tal que:

$$i) \lim_{x \rightarrow \infty} \left[\frac{x^2 - 2x + 3}{x - 1} + ax + b \right] = 0 ; \quad ii) \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(ax + b - \frac{x^3 + 1}{x^2 + 1} \right) =$$

RESOLUCION DE LIMITES

$$\text{Grupo C: a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt{\frac{1-x}{1-64x}} \right)^{\frac{1+2x}{3x-1}} \quad b) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{x+\sqrt[3]{x}} = \quad c) \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2+1} - x) =$$

$$d) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x+3}{\sqrt{25x^2+2}} = \quad e) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^2+1}}{x+1} = \quad f) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{8x - \sqrt{4x^2 - 7x}}{7x - 5 + \sqrt{9x^2 - 2}} =$$