UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL HAEDO

PRACTICA N°1

LEYES DE KEPLER

MECANICA ORBITAL

INGENIERÍA AERONÁUTICA/AEROESPACIAL

Ing. Anibal Cesar Vettorel

Ing. Carlos Mario Carbonel

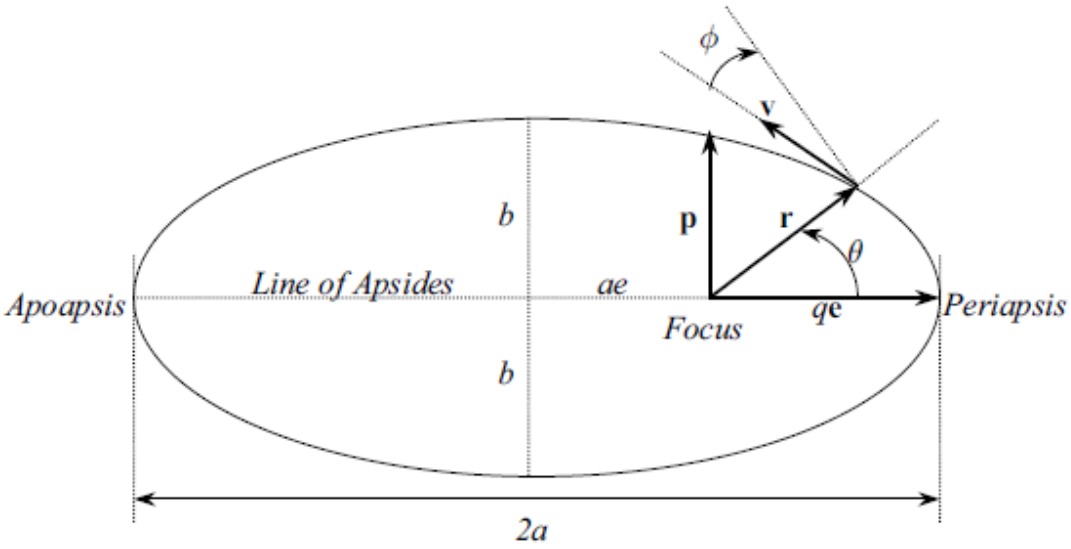
INDICE

Ejercicios Resueltos 3
Ejercicio 1 3
Resolución 3
Ejercicio 2 4
Resolución 4
Ejercicio 3 6
Resolución 6
Ejercicios Propuestos 7
Ejercicio 4 7
Ejercicio 5 7
Ejercicio 6 8

EJERCICIOS RESUELTOS

Ejercicio 1

Sabiendo que la excentricidad de la orbita de un planeta es de 9%, comparar la distancia del planeta al Sol en el perihelio y el afelio



Resolución

La distancia del planeta al Sol (que está en uno de los focos de la elipse) en el Perihelio (punto más cercano) se calcula como la diferencia entre el semieje mayor "a" y la distancia del foco al centro de la elipse "$a \cdot e$", mientras que la distancia del planeta al sol en el Afelio (punto más alejado) será la suma del semieje mayor mas la distancia del centro de la elipse al foco:

$$r_p = a - a \cdot e$$

$$r_a = a + a \cdot e$$

Al comparar ambas distancias:

$$\frac{r_p}{r_a} = \frac{a - a \cdot e}{a + a \cdot e}$$

$$\frac{r_p}{r_a} = \frac{a(1 - e)}{a(1 + e)}$$

$$\frac{r_p}{r_a} = \frac{1 - e}{1 + e}$$

$$\frac{r_p}{r_a} = \frac{0{,}91}{1{,}09}$$

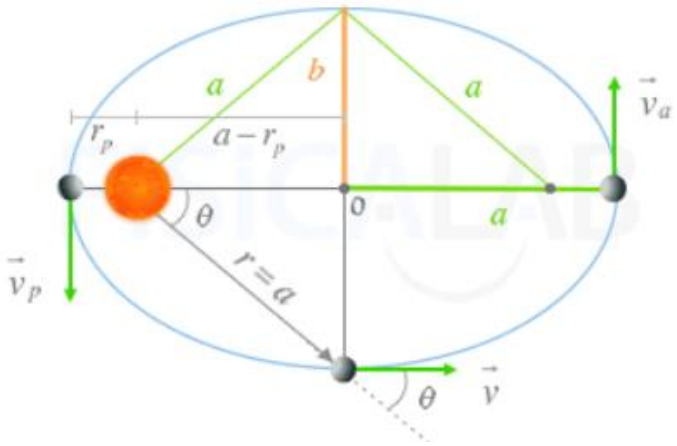
$$\boxed{\frac{r_p}{r_a} = 0{,}835}$$

Al comparar las distancias se observa que para una excentricidad de 9%, la distancia del planeta al Sol en el perihelio es de aproximadamente un 83%.

Ejercicio 2

Sabiendo que la distancia entre Venus y el Sol varía entre su perihelio de 0.718 UA y su afelio de 0.728 UA, determinar:

a) La longitud del semieje mayor de la órbita de Venus
b) La velocidad en el afelio, sabiendo que en el perihelio es de aproximadamente 35.24 km/s
c) La velocidad en los extremos del eje menor de la orbita



Resolución

a) Longitud del semieje mayor de la órbita de Venus

$$r_p + r_a = 2\,a$$

$$a = \frac{r_p + r_a}{2}$$

$$a = \frac{0{,}718 + 0{,}728}{2}$$

$$\boxed{a = 0{,}723\ UA}$$

b) La velocidad en el afelio

$$r_p \times\ v_p = r_a \times\ v_a$$

$$r_p\ v_p\ sin(\theta_p) = r_a\ v_a\ sin(\theta_a)$$

$$r_p\ v_p = r_a\ v_a$$

$$v_a = v_p \frac{r_p}{r_a}$$

$$v_a = 35{,}24 \frac{0{,}718}{0{,}728}$$

$$\boxed{v_a = 34{,}75 \frac{km}{s}}$$

c) La velocidad en los extremos del eje menor de la orbita

$$r_p \times\ v_p = r \times\ v$$

$$r_p\ v_p\ sin(\theta_p) = r\ v\ sin(\theta)$$

$$r_p\ v_p = r\ v\ sin(\theta)$$

$$v = \frac{v_p\ r_p}{r\ sin\,\theta}$$

Para encontrar el ángulo:

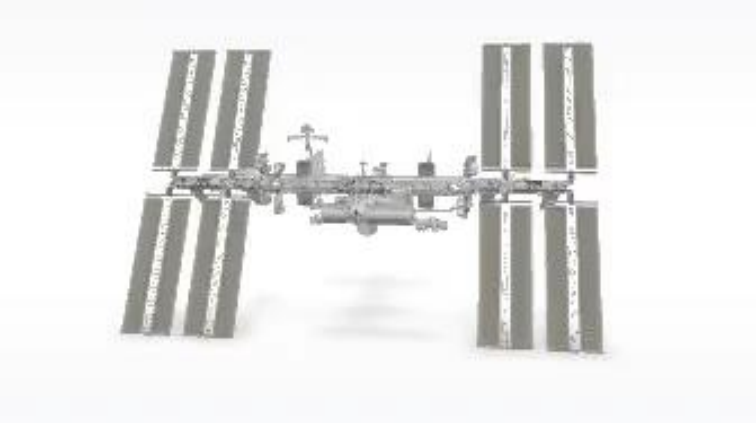
$$cos\,\theta = \frac{a - r_p}{r} = \frac{a - r_p}{a} = \frac{0{,}723 - 0{,}718}{0{,}723} = 0{,}0069\ \rightarrow \theta = 89{,}6º$$

$$v = \frac{35{,}24\ *0{,}718}{0{,}723\ *sin\,89{,}6}$$

$$\boxed{v = 34{,}99 \frac{km}{s}}$$

Ejercicio 3

Sabiendo que la luna tiene un periodo orbital de aproximadamente 27 días, y que la distancia entre su centro de masa con el de la Tierra es de 384000km, determinar el periodo orbital de la estación espacial internacional (ISS)



Resolución

Datos:

$T_L = 27\ dias \longrightarrow T_L = 27\ dias * 24\frac{h}{dia} * 60\frac{min}{h} * 60\frac{s}{min} = 2332800\ s$

$r_L = 3840000\ km \longrightarrow r_L = 3840000\ km * 1000\frac{m}{km} = 3{,}84 * 10^8\ m$

$r_T = 6371\ km \longrightarrow r_T = 6371\ km * 1000\frac{m}{km} = 6{,}371 * 10^6\ m$

$h_{ISS} = 410\ km \longrightarrow h_{ISS} = 410\ km * 1000\frac{m}{km} = 4{,}1 * 10^5 m$

$r_{ISS} = r_T + h_{ISS} \longrightarrow h_{ISS} = 410\ km + 6371\ km = 6{,}781 * 10^5 m$

Tanto la E.E.I como la Luna son satélites de la Tierra, por lo que comparten valor de k. Esto nos permite relacionar sus periodos y distancias medias a la Tierra, de acuerdo con la tercera ley de Kepler, también conocida como ley de las órbitas, de la siguiente manera:

$$\left.\begin{array}{l} T_L^2 = k\, r_L^3 \\ T_{SSI}^2 = k\, r_{SSI}^3 \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{l} k = \frac{T_L^2}{r_L^3} \\ k = \frac{T_{SSI}^2}{r_{SSI}^3} \end{array}\right\} \quad \frac{T_L^2}{r_L^3} = \frac{T_{ISS}^2}{r_{ISS}^3}$$

$$\frac{T_L^2}{r_L^3} = \frac{T_{ISS}^2}{r_{ISS}^3}$$

$$T_{ISS} = \sqrt{\frac{T_L^2 \, r_{ISS}^3}{r_L^3}}$$

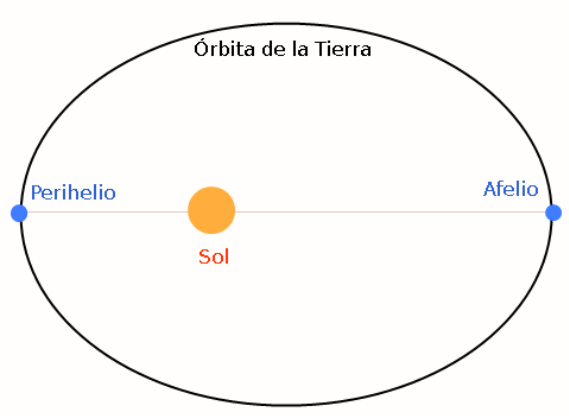
$$T_{ISS} = \sqrt{\frac{(2{,}3328 * 10^6 \, s)^2 \, (6{,}781 * 10^6 \, m)^3}{(3{,}84 * 10^8 \, m)^3}}$$

$$T_{ISS} = 5475{,}32 \, s$$

EJERCICIOS PROPUESTOS

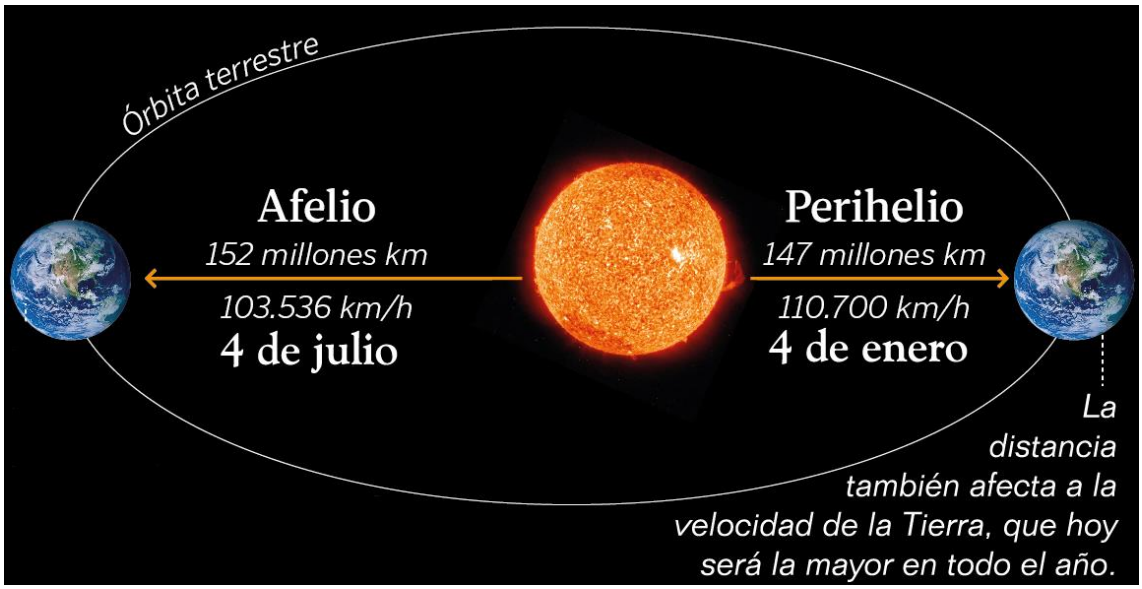
Ejercicio 4

Calcular la excentricidad de la órbita de la Tierra sabiendo que, en el afelio, la Tierra se encuentra a 3.4% del Sol más que en el perihelio.



Ejercicio 5

La Tierra en su perihelio esta a una distancia de 147 millones de kilómetros del Sol y lleva una velocidad de 30,3 km/s. ¿Cuál es la velocidad de la Tierra en su afelio, si se encuentra a 152 millones de kilómetros del Sol?



Ejercicio 6

El radio medio de la órbita de Júpiter es aproximadamente 5 veces la terrestre. Estime la duración del año de Júpiter.

