Ejercicios Adicionales

Ejercicio 1. Sean las matrices cuadradas de orden 3 definidas por:

$A=\left(\left(a_{i,j}\right)\right)\in\mathbf{R}^{3\times 3}, a_{i,j}=k\delta_{i+1,j}+t\delta_{i,1}\cdot\delta_{j,3}$	$B=A+I$	I : matriz identidad

a) Hallar todos los valores $k\in\mathbf{R}$ y de $t\in\mathbf{R}$ para los que A resulta nilpotente de índice 2.
b) Calcular la matriz inversa de B.

Ejercicio 2. Sea M una matriz cuadrada de orden n que verifica la identidad $M^2-2M=3I$, donde I denota la matriz identidad de orden n.

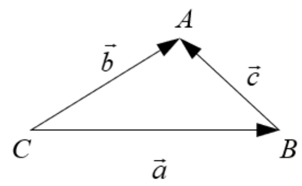
a) Estudiar si existe la matriz inversa de M. En caso afirmativo, expresarla como combinación lineal de M y de I.

b) Hallar todas las matrices de la forma $M=\begin{pmatrix} a & b \\ b & a \end{pmatrix}$ que verifican la identidad del enunciado.

Ejercicio 3. Analizar si la siguiente proposición es verdadera o falsa. Si es verdadera, demostrarla; si es falsa dar un contraejemplo o una explicación clara.

Sea un triángulo ABC como muestra la figura, entonces

$$\left|\vec{c}\times\vec{b}\right|^2=\left(\vec{c}\times\vec{a}\right)\cdot\left(\vec{b}\times\vec{a}\right).$$



Ejercicio 4. Para qué valores de $m\in\mathbf{R}$ y de $t\in\mathbf{R}$, la distancia entre la recta $r:\begin{cases} x-mz=3 \\ 3x+y=1 \end{cases}$ y el plano $\pi: x+y+z=-t$ es $\sqrt{12}$. Justificar el planteo. Dar todas las respuestas posibles.

Ejercicio 5. Sean los puntos $O(0,0,0)$, $A(4,0,0)$, $B(0,0,2)$ y $C(0,5,0)$. Sea s la recta que pasa A y por B. Sea r la recta paralela a s que pasa por C.

a) Demostrar que cualquiera que sea $Q\in r$, el área del triángulo ABQ es la misma. ¿Cuánto vale dicha área?

b) Hallar $Q\in r$ tal que la proyección de Q sobre s sea el punto medio entre A y B. ¿Es única la respuesta?

c) Escribir la ecuación general del plano π que contiene al paralelogramo $DEFG$ de la figura anexa. Hallar el lugar geométrico LG formado por todos los puntos H que pertenezca al paralelogramo para los que se verifique que el volumen del paralelepípedo de aristas $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ y $\overrightarrow{OH}$ sea 16. Graficar.