Ejercicio 1: En R^3 se definen el conjunto $A = \{\vec{a} = (1,0,1), \vec{b} = (1,1,2), \vec{c} = (3,-2,1)\}$

y el subespacio $S = \{(x,y,z) \in R^3 / x = y = -z\}$

Analizar si el subespacio W, generado por el conjunto A , $W = gen(A)$, resulta ser igual al subespacio complemento ortogonal de S, $S^{\perp}$. Justificar claramente su análisis dando las ecuaciones que definen a los subespacios que está comparando. Dar una base y la dimensión de los subespacios.

Ejercicio 2: La transformación lineal $f: \mathrm{R}^4 \to \mathrm{R}^4 / f(\vec{x}) = proy_S \vec{x}$.

El subespacio $W = \{(x,y,z,t) \in R^4 / x - z = 0 \ \wedge \ t = 0\}$ es el núcleo de la transformación lineal f.

¿La información dada es suficiente para definir el subespacio S?

Si responde **negativamente** exprese que otra información debería conocer. Dar una base ortonormal de W

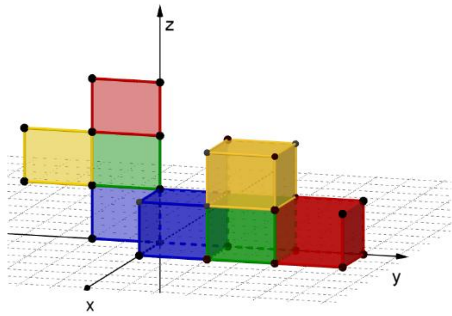
En caso de responder **afirmativamente**:

- **I)** Definir el subespacio S mediante las ecuaciones de condición de pertenencia o un vector genérico
- **II)** Hallar $f(1,1,-1,2)$.

Ejercicio 3: Analizar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar claramente la opción elegida.

- **a)** Sea $A \in R^{6\times 6}$ la matriz asociada a una transformación lineal g. Si el rango de A es igual a cinco entonces $\lambda = 0$ es un autovalor de A.
- **b)** No existe una transformación lineal tal que $g(1,1) = (3,2,1)$, $g(1,-1) = (0,-1,-1)$ y $g(2,0) = (3,1,0)$.

Ejercicio 4: El cuerpo C, formado al apilar cuatro cubos, se transforma en la figura F mediante dos transformaciones lineales geométricas sucesivas (reflexión, rotación, proyección). Proponer una secuencia $h(C) = g \circ f(C) = F$



Definir las matrices y las formas explícitas asociadas a las transformaciones lineales f, g y h de su propuesta.

¿ Son conmutables las transformaciones f y g que propone para describir el efecto generado en el cuerpo 1?

Ejercicio 5: Sea la transformación lineal $f(x,y,z) = (x + a.z,\ 3x + 3y - 3z,\ x + 2z)$, se pide:

- **a)** ¿Existe algún valor de a para que $\lambda = 4$ sea un autovalor de f? Para el valor hallado de a dar todos los autovalores y los subespacios característicos.
- **b)** Para $a = 2$, definir núcleo e imagen de f. Dar una base y la dimensión del núcleo y la imagen de f.

Ejercicio 6: La transformación lineal f verifica las siguientes condiciones simultáneamente

- i) $f(0,0,1) = (-1,0,1)$
- ii) $f(\hat{\jmath}) = -\hat{\jmath}$.
- iii) $\vec{v} = (1,0,-1)$ es autovector asociado a $\lambda = 2$.

- **a)** Definir la forma explícita de la transformación lineal.
- **b)** Analizar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justificar respuesta
  b_1) La imagen de f es todo R^3. b_2) La matriz asociada a f según la base canónica es diagonalizable.

Ejercicio 7: Sea el conjunto de vectores $A = \{\vec{v}_1 = (1,-1,h+1), \vec{v}_2 = (h,1,0), \vec{v}_3 = (-1,1,1)\}$.

a) ¿Para qué valores de $h \in R$ el conjunto A no constituye una base de R^3? Desarrolle y justifique en palabras el análisis realizado.

b) Para $h = 2$ encuentre un vector genérico del subespacio S generado por A ($S = gen\{A\}$). Proponga una base y defina la dimensión.

c) ¿Existe un valor de h para el cual se verifique que el conjunto A es un conjunto ortogonal? En caso de responder afirmativamente, defina el valor de h.

d) Para $h = 1$, considere el subespacio W generado por los vectores $\vec{v}_1$ y $\vec{v}_2$. Defina una base ortonormal de W. Halle el vector $\vec{p} = proy_W(2,1,0)$.