

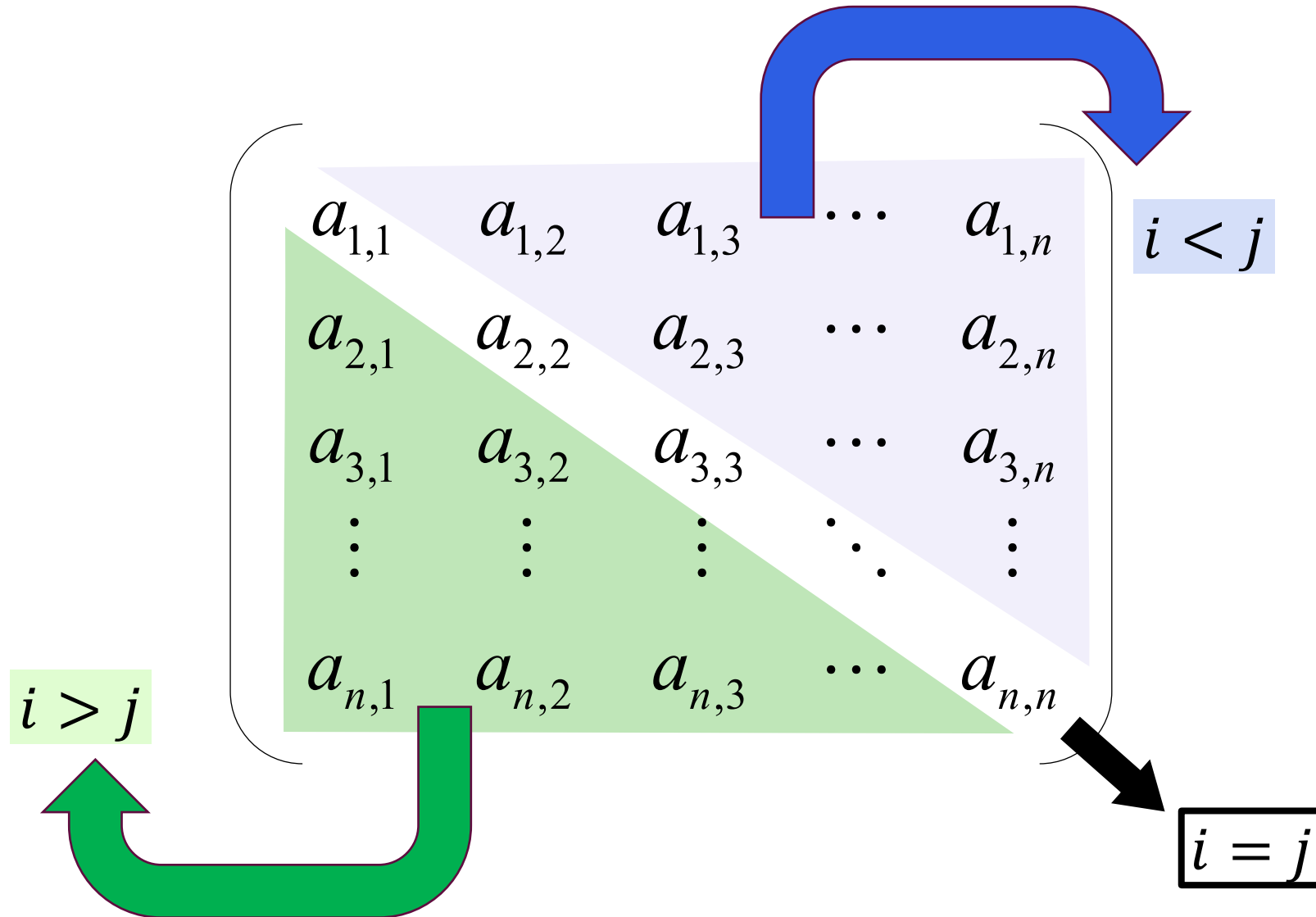


Algunas matrices cuadradas especiales

ALGUNAS MATRICES CUADRADAS ESPECIALES

$$A = \left((a_{i,j}) \right) \in \mathbf{R}^{n \times n}$$

Matriz cuadrada de orden n



ALGUNAS MATRICES CUADRADAS ESPECIALES

MATRIZ TRIANGULAR (M.T.)

$$A = \left((a_{i,j}) \right) \in \mathbf{R}^{n \times n}$$

M.T. Inferior: $a_{i,j} = 0$ si $i < j$

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{2,1} & a_{2,2} & 0 & \cdots & 0 \\ a_{3,1} & a_{3,2} & a_{3,3} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & a_{n,3} & \cdots & a_{n,n} \end{pmatrix}$$

Ejemplo matriz triangular inferior

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & -4 & 0 & 0 \\ -5 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & \pi & 70 & 5 \end{pmatrix}$$

LA INFORMACIÓN RELEVANTE SE UBICA EN EL TRIÁNGULO INFERIOR O EN LA DIAGONAL
(en esos lugares los números pueden ser cualesquiera, incluidos 0)

M.T. Inferior Estricta: $a_{i,j} = 0$ si $i \leq j$

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{2,1} & 0 & 0 & \cdots & 0 \\ a_{3,1} & a_{3,2} & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & a_{n,3} & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

LA INFORMACIÓN RELEVANTE SE UBICA EN EL TRIÁNGULO INFERIOR ÚNICAMENTE
(en esos lugares los números pueden ser cualesquiera, incluidos 0)

Ejemplo matriz triangular inferior estricta

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 \\ -5 & 8 & 0 & 0 \\ 0 & \pi & 70 & 0 \end{pmatrix}$$



ALGUNAS MATRICES CUADRADAS ESPECIALES

$$A = \left((a_{i,j}) \right) \in \mathbf{R}^{n \times n}$$

MATRIZ TRIANGULAR (M.T.)

M.T. Superior: $a_{i,j} = 0$ si $i > j$

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} \\ 0 & a_{2,2} & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} \\ 0 & 0 & a_{3,3} & \cdots & a_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{n,n} \end{pmatrix}$$

LA INFORMACIÓN RELEVANTE SE UBICA EN EL TRIÁNGULO SUPERIOR O EN LA DIAGONAL
(en esos lugares los números pueden ser cualesquiera, incluidos 0)

Ejemplo matriz triangular superior

$$\begin{pmatrix} 1 & 6 & -5 & 0 \\ 0 & -4 & 8 & \pi \\ 0 & 0 & 0 & 70 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

M.T. Superior Estricta: $a_{i,j} = 0$ si $i \geq j$

$$\begin{pmatrix} 0 & a_{1,2} & a_{1,3} & \cdots & a_{1,n} \\ 0 & 0 & a_{2,3} & \cdots & a_{2,n} \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & a_{3,n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 \end{pmatrix}$$

LA INFORMACIÓN RELEVANTE SE UBICA EN EL TRIÁNGULO SUPERIOR ÚNICAMENTE
(en esos lugares los números pueden ser cualesquiera, incluidos 0)

Ejemplo matriz triangular superior estricta

$$\begin{pmatrix} 0 & 6 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & \pi \\ 0 & 0 & 0 & 70 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



ALGUNAS MATRICES CUADRADAS ESPECIALES $A = \left((a_{i,j}) \right) \in \mathbf{R}^{n \times n}$

Matriz Diagonal: $a_{i,j} = 0$ si $i \neq j$

$$\begin{pmatrix} a_{1,1} & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a_{2,2} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & a_{3,3} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{n,n} \end{pmatrix}$$

LA INFORMACIÓN RELEVANTE SE UBICA EN LA DIAGONAL
(en esos lugares los números pueden ser cualesquiera, incluidos 0)

Ejemplo matriz diagonal

$$A = \left((a_{i,j}) \right) \in \mathbf{R}^{4 \times 4}, a_{i,j} = (i + j)\delta_{i,j}$$

$$\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 6 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 8 \end{pmatrix}$$

Matriz Escalar: $a_{i,j} = \begin{cases} a & \text{si } i = j \\ 0 & \text{si } i \neq j \end{cases}$

$$\begin{pmatrix} a & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & a & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & a & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a \end{pmatrix}$$

Ejemplo matriz escalar $A = \left((a_{i,j}) \right) \in \mathbf{R}^{4 \times 4}, a_{i,j} = 10\delta_{i,j}$

$$\begin{pmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 10 \end{pmatrix}$$

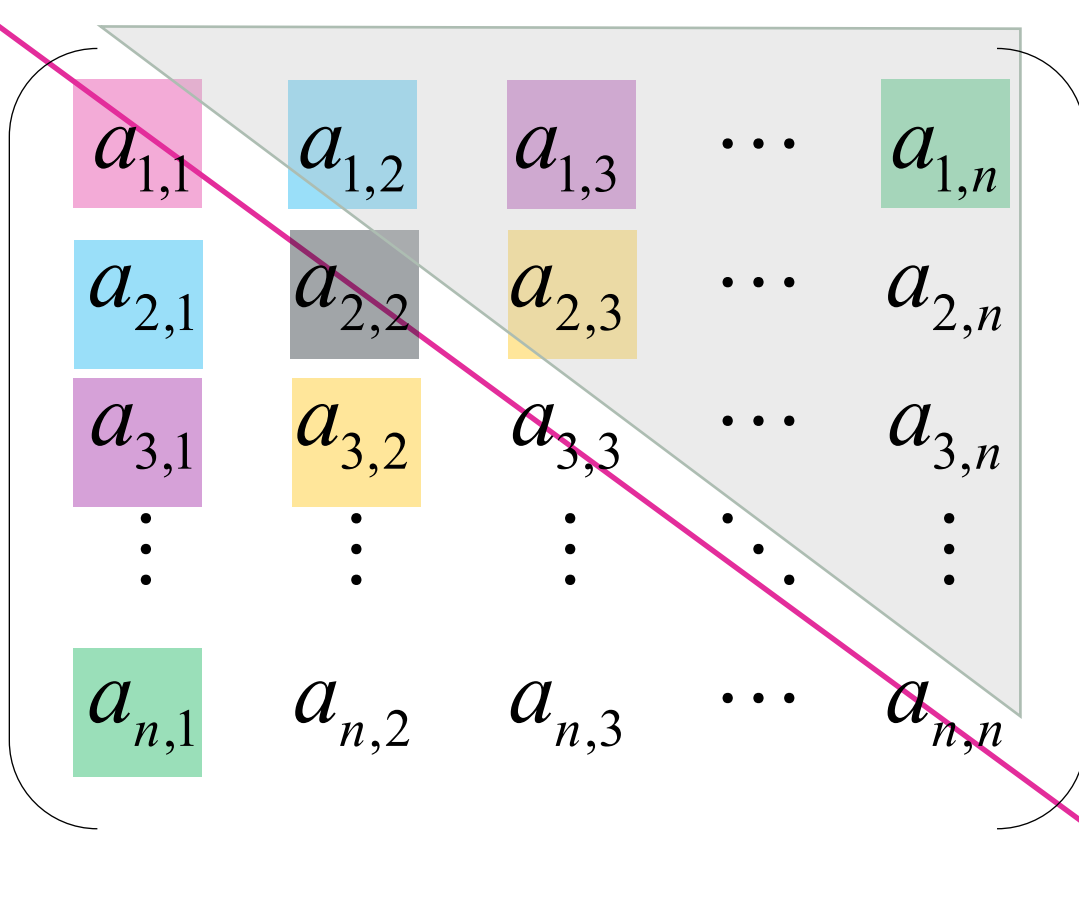


ALGUNAS MATRICES CUADRADAS ESPECIALES $A = \left((a_{i,j}) \right) \in \mathbf{R}^{n \times n}$

MATRIZ SIMÉTRICA

$$A^T = A$$

$$\longrightarrow a_{j,i} = a_{i,j} \quad \forall (i, j)$$



$$a_{1,1} = a_{1,1}$$

$$a_{2,1} = a_{1,2}$$

$$a_{3,1} = a_{1,3}$$

$$a_{2,2} = a_{2,2}$$

$$a_{3,2} = a_{2,3}$$

$$\vdots$$

47	5	-7	8	-9
5	3	2	37	61
-7	2	0	-1	19
8	37	-1	15	21
-9	61	19	21	78

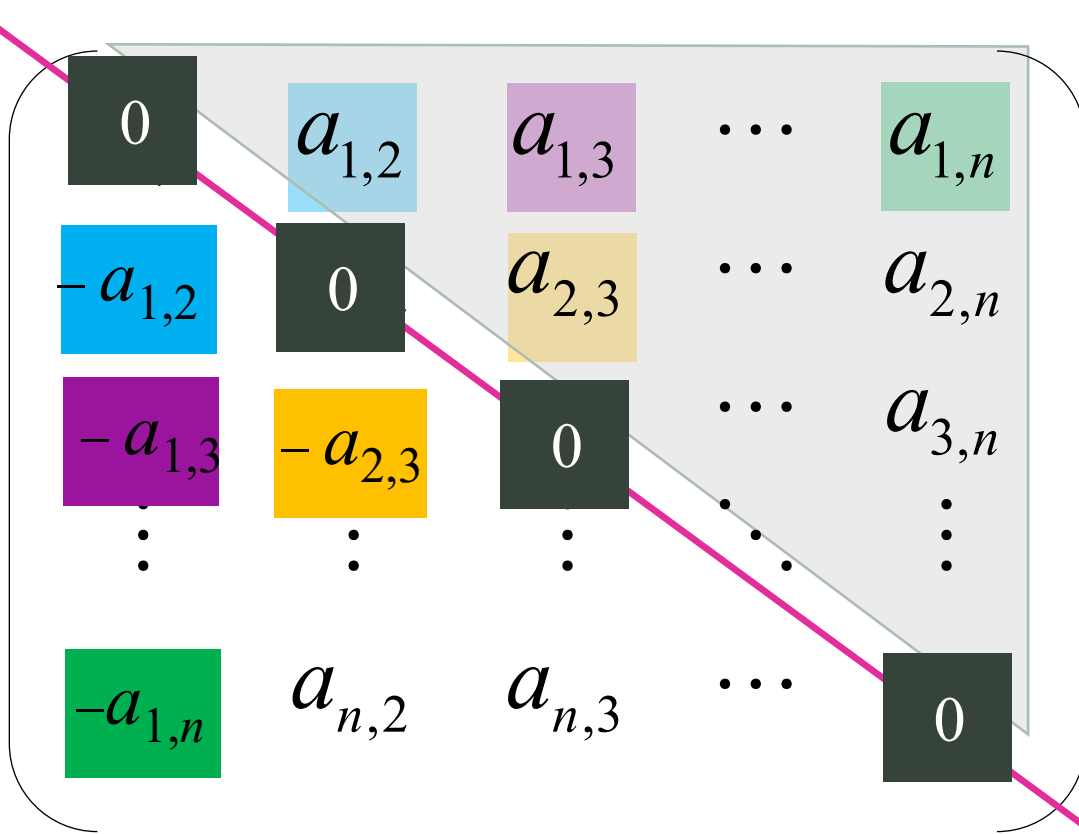
EL TRIÁNGULO SUPERIOR Y EL TRIÁNGULO INFERIOR SON IMÁGENES ESPECULARES CON RESPECTO A LA DIAGONAL
(EN LA DIAGONAL PUEDE IR CUALQUIER NÚMERO)



ALGUNAS MATRICES CUADRADAS ESPECIALES $A = \left((a_{i,j}) \right) \in \mathbf{R}^{n \times n}$

MATRIZ ANTISIMÉTRICA

$$A^T = -A \longrightarrow a_{j,i} = -a_{i,j} \quad \forall (i, j)$$



$$a_{1,1} = -a_{1,1}$$

$$a_{2,1} = -a_{1,2}$$

$$a_{3,1} = -a_{1,3}$$

$$a_{2,2} = -a_{2,2}$$

$$a_{3,2} = -a_{2,3}$$

$$\vdots$$

0	5	-7	8	-9
-5	0	2	37	61
7	-2	0	-1	19
-8	-37	1	0	21
9	-61	-19	-21	0

EL TRIÁNGULO SUPERIOR Y EL TRIÁNGULO INFERIOR SON IMÁGENES ANTI-ESPECULARES CON RESPECTO A LA DIAGONAL (LOS NÚMEROS APARECEN CAMBIADOS DE SIGNO)
(EN LA DIAGONAL DEBE IR SIEMPRE 0)



ALGUNAS OBSERVACIONES SOBRE LAS MATRICES CUADRADAS DEFINIDAS ANTERIORMENTE

- Toda matriz triangular superior estricta, también es triangular superior (en sentido amplio). Lo mismo sucede con el caso triangular inferior. Esto es así pues toda matriz triangular estricta es un caso particular de matriz triangular del mismo tipo.
- Cuando se menciona “matriz triangular” se refiere en el sentido amplio. Para ser triangular estricta hay que mencionarlo explícitamente.
- Toda matriz diagonal o escalar es un caso particular de matriz triangular (en sentido amplio) tanto superior como inferior.
- Toda matriz escalar es una matriz diagonal. Esto es así pues ser matriz escalar es un caso particular de ser matriz diagonal.
- Toda matriz diagonal es simétrica.
- La matriz nula cuadrada es un caso particular de matriz triangular (de todos los tipos), diagonal, escalar, simétrica y antisimétrica.