

Apellido/s, Nombre/s: ..... Fecha: .....

1	2a 2b	3	4a 4b 4c	5	Calificación

**Ejercicio 1.** Sea un sistema de coordenadas cartesiano ortogonal ubicado de forma que el suelo es el plano  $xy$ . Las distancias se miden en metros. La columna de una antena de 5 metros de altura está colocada sobre el eje  $z$  con su base apoyada en el piso y centrada con respecto al origen de coordenadas. Está sostenida por tres tensores (cables de acero) que parten del extremo superior de la columna de la antena y se dirigen a los puntos de anclaje ubicados en

$$A(-5, -5, 0), B(m, 5, 0) \text{ y } C(t, -5, 0).$$

¿Es posible encontrar valores reales de  $m$  y  $t$  para que los tensores sean mutuamente perpendiculares? Justificar la respuesta. En caso afirmativo calcular dichos valores.

**Ejercicio 2.** Sea el plano  $\pi: x + 2y - 3z - 4 = 0$ .

**2.a)** Dar la ecuación vectorial paramétrica de  $\pi$ .

**2.b)** Hallar todos los puntos  $Q$  de  $\mathbf{R}^3$  tales que su vector posición  $\overrightarrow{OQ}$  sea un versor contenido en el plano  $xy$  y que además resulte paralelo al plano  $\pi$ .

**Ejercicio 3.** Se conoce la recta  $s: (x, y, z) = (4, 3, 2) + \lambda(1, 2, -2) \lambda \in \mathbf{R}$ . Hallar una recta  $r$  perpendicular y alabeada con  $s$ , tal que la distancia entre ambas rectas sea  $\sqrt{8}$ .

**Ejercicio 4.** Sean  $\vec{a}, \vec{b}$  y  $\vec{c}$  tres vectores no nulos de  $\mathbf{R}^3$  tales que:

- $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c}) = 3\vec{b} + 2\vec{c}$
- $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2$
- El ángulo entre  $\vec{a}$  y  $\vec{c}$  es  $\pi/3$

**4.a)** Calcular  $|\vec{c}|$ .

**4.b)** El ángulo entre  $\vec{a}$  y  $\vec{b}$ .

**4.c)** El área del triángulo dos de cuyos lados son los vectores  $3\vec{a}$  y  $\vec{c}$ .

**Ejercicio 5.** Analizar si la siguientes proposición es verdadera o falsa. Si es verdadera, demostrarla. Si es falsa, dar un contraejemplo o una explicación clara.

$\forall \vec{a} \in \mathbf{R}^3 - \{\vec{0}\}, \forall \vec{b} \in \mathbf{R}^3 - \{\vec{0}\}$  tales que  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , se verifica que:

$$\text{proy}_{\vec{b}}(-2\vec{a} + \vec{b} - \vec{a} \times 3\vec{b}) = \vec{b}.$$

Apellido/s, Nombre/s: ..... Fecha: .....

1	2	3a 3b	4a 4b 4c	5	Calificación

**Ejercicio 1.** Sea un sistema de coordenadas cartesiano ortogonal ubicado de forma que el suelo es el plano  $xy$ . Las distancias se miden en metros. La columna de una antena de  $h$  metros de altura ( $h > 0$ ) está colocada sobre el eje  $z$  con su base apoyada en el piso y centrada con respecto al origen de coordenadas. Está sostenida por tres tensores (cables de acero) que parten del extremo superior de la columna de la antena y se dirigen a los puntos de anclaje

$$A(-4, -4, 0), B(0, 4, 0) \text{ y } C(8, m, 0).$$

Se observa que los tensores son mutuamente perpendiculares. Con esta información, ¿es posible encontrar valores reales de  $h$  y  $m$ ? Justificar la respuesta. En caso afirmativo calcular dichos valores.

**Ejercicio 2.** Hallar todos los puntos  $Q$  de  $\mathbf{R}^3$  tales que su vector posición  $\overrightarrow{OQ}$  sea un versor contenido en el plano  $yz$  y que además resulte perpendicular a la recta  $r: \begin{cases} x + y = 4 \\ 3y - z = 2 \end{cases}$ .

**Ejercicio 3.** Sea el lugar geométrico  $LG$  definido por la ecuación

$$LG: (x, y, z) = (1, 5, 1) + \lambda(1, 0, 1) + \mu(0, 2, -1) \quad \forall \lambda \in \mathbf{R}, \forall \mu \in \mathbf{R}.$$

**3.a)** Identificar  $LG$ . Si es una recta, indicar si existen las ecuaciones simétricas. Si es un plano, dar la ecuación general.

**3.b)** Hallar una recta  $r$  cuya distancia a  $LG$  sea 5 .

**Ejercicio 4.** Sean  $\vec{a}, \vec{b}$  y  $\vec{c}$  tres vectores no nulos de  $\mathbf{R}^3$  tales que:

- $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = 3\vec{b} + 2\vec{a}$
- $|\vec{b}| = 2, |\vec{c}| = 1$
- El ángulo entre  $\vec{a}$  y  $\vec{c}$  es  $\pi/3$

**4.a)** Calcular  $|\vec{a}|$ .

**4.b)** El ángulo entre  $\vec{b}$  y  $\vec{c}$ .

**4.c)** El área del triángulo dos de cuyos lados son los vectores  $\vec{a}$  y  $3\vec{c}$ .

**Ejercicio 5.** Analizar si la siguientes proposición es verdadera o falsa. Si es verdadera, demostrarla. Si es falsa, dar un contraejemplo o una explicación clara.

$\forall \vec{a} \in \mathbf{R}^3 - \{\vec{0}\}, \forall \vec{b} \in \mathbf{R}^3 - \{\vec{0}\}$  tales que  $\vec{a} \perp \vec{b}$ , se verifica que:

$$\text{proy}_{\vec{b}}(-2\vec{a} - \vec{b} + \vec{a} \times 3\vec{b}) = -\vec{b}.$$