

UTN  **HAEDO**
UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL HAEDO

Departamento de Ingeniería Mecánica

Cátedra: Ingeniería Mecánica I



MEDICIONES

ERRORES

Es importante saber que siempre que se mide se cometen errores y es imposible evitarlos. Por lo tanto el valor exacto de una magnitud será siempre desconocido.

Fuentes de Incertidumbre

Todas las mediciones tienen asociada una incertidumbre que puede deberse a los siguientes factores:

- la naturaleza de la magnitud que se mide,
- el instrumento de medición,
- el observador,
- las condiciones externas.

Cada uno de estos factores constituye por separado una fuente de incertidumbre y contribuye en mayor o menor grado a la incertidumbre total de la medida.

ERRORES

Clasificación:

- Groseros: Es causado por negligencia, descuido, impericia o cansancio del operador. Es detectable y se elimina la medición correspondiente.
- Sistemáticos: Responden a leyes conocidas y pueden anularse o bien disminuir su influencia considerablemente, lo que no se pueden es eliminar. Por ejemplo, la influencia de la temperatura: $L_f = L_o (1 + \alpha \Delta T)$
- Accidentales: Estos son fortuitos, no responden a ninguna ley. Tiene igual posibilidad de ser positivos como negativos. Por ejemplo, al hacer una medición cometeremos un error en mas o en menos, cuyo entorno dependerá de la apreciación del instrumento y de la agudeza visual del operador.

MEDICIONES

Valor más probable: el valor representativo de las mediciones efectuadas.

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$

Desviación: diferencia entre el valor más probable y cada una de las mediciones.

$$\varepsilon_i = \bar{X} - X_i$$

Varianza: promedio de las desviaciones cuadráticas.

$$V = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n}$$

MEDICIONES

Dispersión: es una medida estadística que permite cuantificar la variación de un conjunto de datos.

$$\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n}}$$

Error Relativo: nos da una idea de la incidencia del error en la medición.

$$\eta = \frac{\sigma}{\bar{X}} \quad \eta_{\%} = \frac{\sigma}{\bar{X}} \times 100$$

Resultado final: se indica como un rango donde es más probable que el valor verdadero se encuentre.

$$X = \bar{X} \pm \sigma$$

MEDICIONES

X_{MAX} : es el valor máximo del rango estadístico del resultado final.

$$X = \bar{X} + \sigma$$

X_{min} : es el valor mínimo del rango estadístico del resultado final.

$$X = \bar{X} - \sigma$$



INCERTIDUMBRE COMBINADA

Se denomina *incertidumbre combinada* al desvío estándar resultante de la acción conjunta de las varias fuentes de incertidumbres actuando simultáneamente sobre el proceso de medición. La incertidumbre combinada (σ_C) de las varias fuentes de incertidumbres puede ser estimada a partir de las incertidumbres de cada fuente de incertidumbres por:

$$\sigma_C = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2}$$

Finalmente el resultado final, será expresado de la siguiente manera:

$$X = \bar{X} \pm \sigma_C$$

CRITERIO DE REDONDEO

En una medición obtenemos un valor de $x = 474,32701\text{mm}$ con un error estimado de $\sigma = \pm 0,05\text{mm}$; el orden del error es de centésimas, por lo tanto, no deberíamos utilizar en la expresión del resultado cifras de menor orden que las centésimas.

Así pues, la forma correcta de expresar el resultado será:

$$x = (474,33 \pm 0,05) \text{ mm}$$

Resultado obtenido	Resultado aplicando criterio de redondeo
$453,368 \pm 0,512$	$453,4 \pm 0,5$
$0,0237 \pm 0,00146$	$0,024 \pm 0,001$
$5,467 \pm 0,028$	$5,47 \pm 0,03$
$56,789 \pm 0,186$	$56,8 \pm 0,2$
$37467,785 \pm 3427,612$	37000 ± 3000
$322,567 \pm 120,453$	300 ± 100

Ejercicio

Dada la siguiente tabla:

Nro	Medición (mm)
1	22,22
2	22,24
3	22,26
4	22,24
5	22,20
6	20,20
7	22,20
8	22,18
9	22,20
10	22,24
11	22,22

- Indique los errores groseros, si los hay.
- Exprese el resultado final (valor más probable \pm dispersión), en base a lo aprendido en el trabajo práctico.
- Grafique.
- Indique la incertidumbre combinada.
- Indique el error relativo en porcentaje.

Nota: El instrumento de medición tiene una apreciación de 0.02mm.

Resolución

1) Observamos y descartamos errores groseros.

Nro	Medición (mm)
1	22,22
2	22,24
3	22,26
4	22,24
5	22,20
6	20,20
7	22,20
8	22,18
9	22,20
10	22,24
11	22,22



Nro	Medición (mm)
1	22,22
2	22,24
3	22,26
4	22,24
5	22,20
6	22,20
7	22,18
8	22,20
9	22,24
10	22,22

Resolución

2) Calculamos el valor más probable.

Nro	Medición (mm)
1	22,22
2	22,24
3	22,26
4	22,24
5	22,20
6	22,20
7	22,18
8	22,20
9	22,24
10	22,22

$$\bar{X} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{n}$$



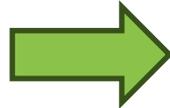
$$\bar{X} = 22,22 \text{ mm}$$

Resolución

3) Calculamos los desvíos.

Nro	Medición (mm)
1	22,22
2	22,24
3	22,26
4	22,24
5	22,20
6	22,20
7	22,18
8	22,20
9	22,24
10	22,22
\bar{X}	22,22

$$\varepsilon_i = \bar{X} - X_i$$



Desvío	Medición (mm)
ε_1	0
ε_2	-0,02
ε_3	-0,04
ε_4	-0,02
ε_5	0,02
ε_6	0,02
ε_7	0,04
ε_8	0,02
ε_9	-0,02
ε_{10}	0
$\Sigma \varepsilon_i$	0

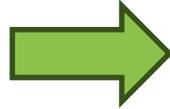
Verificamos que la sumatoria de los desvíos sea igual a "0".

Resolución

4) Calculamos los desvíos cuadráticos y hacemos la sumatoria.

Desvío	Medición (mm)
ε_1	0
ε_2	-0,02
ε_3	-0,04
ε_4	-0,02
ε_5	0,02
ε_6	0,02
ε_7	0,04
ε_8	0,02
ε_9	-0,02
ε_{10}	0
$\Sigma \varepsilon_i$	0

$$(\varepsilon_i)^2 = (\bar{X} - X_i)^2$$



Desvío Cuadrático	Medición (mm)
$(\varepsilon_1)^2$	0
$(\varepsilon_2)^2$	0,0004
$(\varepsilon_3)^2$	0,0016
$(\varepsilon_4)^2$	0,0004
$(\varepsilon_5)^2$	0,0004
$(\varepsilon_6)^2$	0,0004
$(\varepsilon_7)^2$	0,0016
$(\varepsilon_8)^2$	0,0004
$(\varepsilon_9)^2$	0,0004
$(\varepsilon_{10})^2$	0
$\Sigma(\varepsilon_i)^2$	0,0056

Resolución

5) Calculamos la varianza.

$$V = \frac{\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^2}{n} = \frac{0,0056}{10} = 0,00056 \text{ mm}^2$$

6) Calculamos la dispersión.

$$\sigma = \sqrt{V} = \sqrt{0,00056} = 0,02366 \text{ mm}$$

7) Expresamos el resultado final.

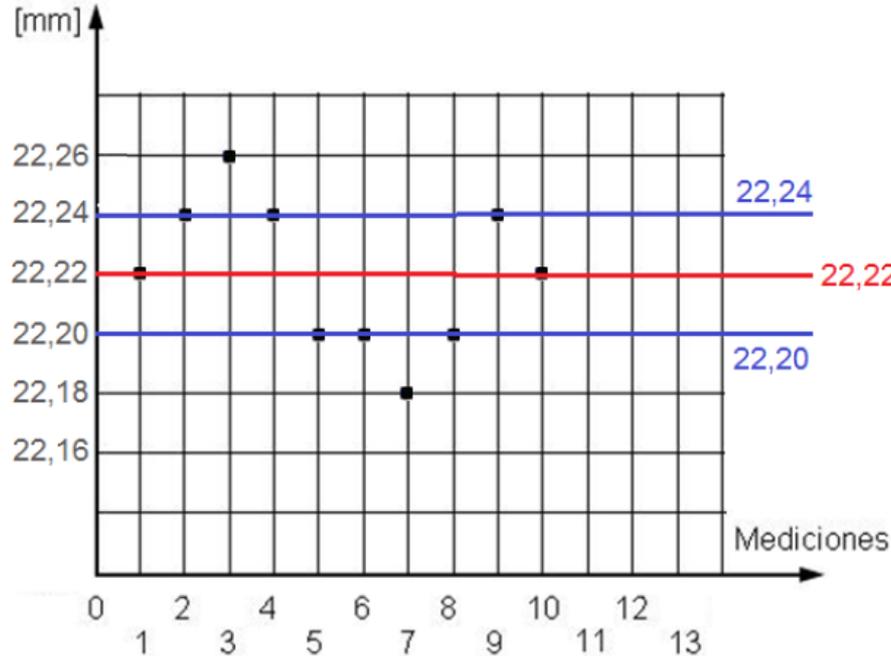
$$X = \bar{X} \pm \sigma \quad \longrightarrow \quad X = (22,22 \pm 0,02366) \text{ mm}$$

8) Expresamos el resultado final aplicando el criterio de redondeo.

$$X = (22,22 \pm 0,02) \text{ mm}$$

Resolución

9) Graficamos de la siguiente forma.



$$X_{MAX} = (22,22 + 0,02)mm$$

$$\bar{X}$$

$$X_{min} = (22,22 - 0,02)mm$$

Resolución

10) Calculamos la incertidumbre combinada.

$$\sigma_C = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2}$$

$\sigma_1 = \text{error de repetitividad}$

$\sigma_2 = \text{apreciación del instrumento de medición}$

$$\sigma_C = \sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2} = \sqrt{0,02^2 + 0,02^2} = 0,02828 \text{ mm}$$

11) Expresamos el resultado final.

$$X = \bar{X} \pm \sigma_C \quad \longrightarrow \quad X = (22,22 \pm 0,02828) \text{ mm}$$

12) Expresamos el resultado final aplicando el criterio de redondeo.

$$X = (22,22 \pm 0,03) \text{ mm}$$

Resolución

13) Calculamos el error relativo en porcentaje.

$$\eta_{\%} = \frac{\sigma_c}{\bar{X}} \times 100 = \frac{0,02828}{22,22} \times 100 = 0,127\%$$