

EJERCICIOS PARA PRACTICAR-3CER PARCIAL-U7/U8

Ecuación diferencial. Suma de Riemann. Función integral. Propiedades de la integral definida. Teorema fundamental (Parte a y b. Tener en cuenta el TFCI con GeoGebra)- Teorema del valor medio

1) Aplicando el Teorema Fundamental del Cálculo Integral, hallar:

a) $G'(2)$ si $G(x) = \int_a^{x^2+1} t \cdot \ln(t+1) dt$. Explicar qué representa el punto $(2, G'(2))$ y en general el punto $(x, G'(x))$.

b) Si $a=1$, hallar $G(2)$. Explicar qué representa la función $G(x)$

RTA: a) $20 \ln 6$; b) $-4 + 12 \ln 6$

2) Dada la función integral $F(x) = \int_1^{x^2} e^{t^2} dt$, hallar el polinomio de Taylor de orden 2 asociado a F alrededor de $a=1$. Calcular en forma aproximada $F(1.1)$. Justificar

RTA: $0,25 e$

3) Encontrar una función f y un número a tales que: $6 + \int_a^x \frac{f(t)}{t^2} dt = 2\sqrt{x}$ para $x > 0$

RTA: $f(x) = x\sqrt{x}$; $a = 9$

4) Encontrar el intervalo sobre el cual la curva $y = \int_0^x \frac{1}{1+t+t^2} dt$ es cóncava positiva. ¿Tiene punto de inflexión? Aplicar el teorema fundamental

RTA: Concavidad positiva $= (-\infty; \frac{-1}{2})$

5) Calcular el o los números b tales que el valor medio/promedio, según del Teorema del valor medio del cálculo integral, de $f(x) = -x(x-4)$ en $[0, b]$ sea igual a $\frac{8}{3}$

RTA: $b=4$ ó $b=2$

6) Dada la función integral $F(x) = \int_2^{x^3} \sqrt[3]{t} dt$ hallar el polinomio de Taylor de orden 2 asociado a F alrededor de $a=2$. Calcular $F(2,1)$ y acotar el error.

RTA: $F(2,1) \cong 0,40632455$; (valor exacto: $0,4072812$) error $< 9.92 \times 10^{-4}$

7) Calcular el: $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{\ln x \cdot \int_2^x \frac{\sen t}{t} dt}{x^2 - 4} \right)$ aplicando el teorema fundamental. **RTA: $\frac{1}{8} \ln 2 \cdot \sen 2$**

8) Dada la función, el intervalo y el valor de n , estimar la suma de Riemann de la función en el intervalo usando n subintervalos regulares para los puntos izquierdos, para los puntos derechos y para los puntos medios de: $f(t) = 3 \cdot \ln t$, intervalo $[1, 2]$, $n = 4$. Comparar utilizando la Regla de Barrow.

RTA: Suma inferior (puntos izquierdos) $\cong 1,14$ - Suma superior (puntos derechos) $\cong 1,41$. Suma de puntos medios $\cong 1,16$. Valor exacto $= 6 \ln 2 - 3$

9) Si g es continua y $g'(2) = 4$, calcular $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\int_2^x [g(\ln t) - g(2)] dt}{(x-2)^2}$. **RTA: $2e^2$**

10) Se lanza una pelota rodando por una superficie horizontal con una velocidad inicial de 25 m/seg. Debido al rozamiento, la velocidad disminuye a razón de 6 m/seg². Hallar el espacio que recorrerá la pelota hasta detenerse. **RTA: $\frac{625}{12} m$**

