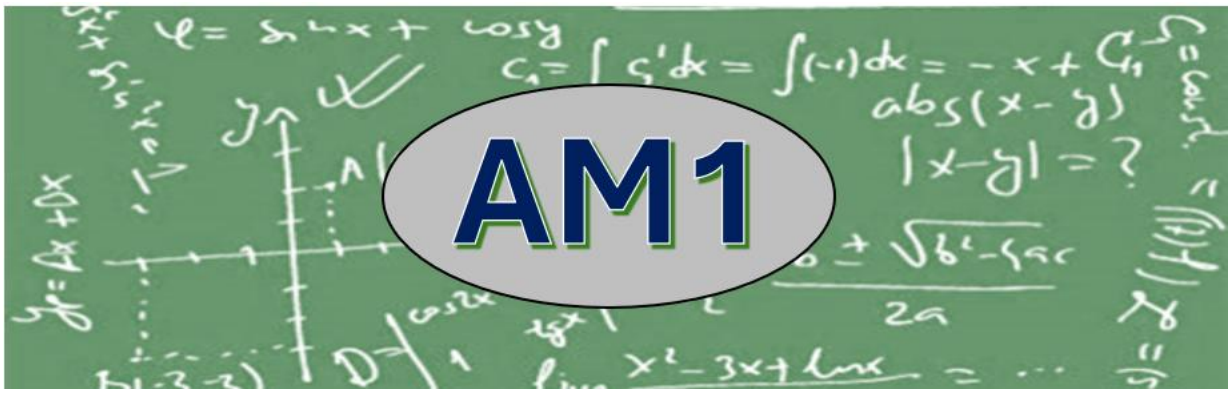


TRABAJO PRÁCTICO N º 7

INTEGRAL INDEFINIDA

ANÁLISIS MATEMÁTICO 1

UTN – Facultad Regional Haedo

TRABAJO PRÁCTICO N°7: PRIMITIVAS DE UNA FUNCIÓN

COMPETENCIAS

- Identificar y aplicar métodos de cálculo de integrales.
- Interpretar la relación entre derivación e integración
- Formular y resolver situaciones problemáticas que involucren ecuaciones diferenciales
- Utilizar de manera efectiva las técnicas y herramientas de la ingeniería
- Aprender en forma continua y autónoma, utilizando los recursos de trabajo en clase, bibliográficos, digitales y multimediales.

Ej.7-1 Hallar las siguientes primitivas

a) $\int \left(x^{-\frac{3}{4}} - x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2}x^{\frac{4}{5}}\right) dx =$

b) $\int \left(\frac{x}{3} + \frac{3}{x}\right) dx =$

c) $\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}\right) dx =$

d) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}} dx =$

e) $\int (2x+1).(x^2+3x+1)\, dx =$

f) $\int \left(\frac{3x^5 - 2x^4 + 5x^3 + \pi}{3x^4}\right) dx =$

g) $\int (2^x - 3.\cos x + e^{\pi})\, dx =$

h) $\int \left(x^2 - 3\sqrt{x} + \frac{1}{3}\right).\sqrt{x}\, dx =$

i) $\int \left(x^2 - 3\sqrt{x}\right)^2 dx =$

j) $\int \frac{1+x^2}{x^4 + 2x^2 + 1} dx =$

k) $\int (2x + x^2)^3 dx =$

l) $\int \frac{x^2 - x - 6}{x+2} dx =$

m) $\int \frac{x^2 + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}} dx =$

n) $\int \frac{x^4}{x^2 - 1} dx =$

Ej.7-2 -Método de sustitución

Resolver las siguientes integrales usando el método de sustitución

a) $\int \left(e^{3x} - 6sen(2x) + 5\sec^2 x - \ln \pi\right) dx =$

b) $\int sen(x^3 - 2x + 1).(3x^2 - 2) dx =$

c) $\int \frac{8x - 3}{\sqrt[3]{4x^2 - 3x}} dx =$

d) $\int \frac{1}{x}.\cos(\ln x) dx =$

e) $\int Senh(3x) dx =$

f) $\int \frac{\ln x}{x} dx =$

g) $\int sen(3x).\cos(3x)\, dx =$

h) $\int x.e^{x^2} dx =$

i) $\int \frac{1}{x^2}.e^{\frac{1}{x}} dx =$

j) $\int \sqrt[3]{(x-2)^2} dx =$

k) $\int \frac{x^3}{1 + x^4} dx =$

l) $\int \frac{2x + 5}{\sqrt{1 - x^2}} dx =$

m) $\int \frac{1 - x}{1 + x^2} dx =$

n) $\int \frac{e^{\sqrt{x}}-3}{\sqrt{x}}\,dx$

o) $\int \frac{senx+2}{cos^2 x}dx =$

p) $\int tg(3x)dx =$

q) $\int sec^2 x\,.\sqrt{tgx}\,dx =$

r) $\int cosec^2(3x+1)dx$

Ej.7-3 - Potencias de seno y coseno

Si n es par	Si n es impar
$sen^2x = \frac{1-\cos(2x)}{2}$ $cos^2x = \frac{1+\cos(2x)}{2}$	$sen^2x = 1 - cos^2x$ $cos^2x = 1 - sen^2x$

Resolver las siguientes integrales con potencias de seno o coseno:

a) $\int sen^3xdx =$

b) $\int cos^5 x\,dx =$

c) $\int cos^4 x\,dx =$

d) $\int sen^4x\,dx =$

Resolver las siguientes integrales de producto de potencias de seno y coseno con al menos un exponente impar:

a) $\int sen^3x.cos^2 x\,dx =$

b) $\int cos^3 x\,.sen^3x\,dx =$

Ej.7-4 Resolver las siguientes integrales de la forma, ayudándote con la tabla de integrales (anexada al final de esta guía)

$$\int \frac{Mx+N}{ax^2+bx+c}dx \quad ; \quad \int \frac{Mx+N}{\sqrt{ax^2+bx+c}}dx$$

a) $\int \frac{dx}{4+x^2}$ b) $\int \frac{4}{3+x^2}dx$ c) $\int \frac{5}{1+4x^2}dx$ d) $\int \frac{2}{1+9x^2}dx$

e) $\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}}$ f) $\int \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ g) $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{1-e^{2x}}}$ h) $\int \frac{dx}{x\sqrt{1-(ln\,x)^2}}$

i) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-6x+90}}$

Ej.7-5 -Método de integración por partes

Resolver las siguientes integrales usando el método de integración por partes

a) $\int x.senx\,dx =$
b) $\int x^4.\ln x\,dx =$
c) $\int x.(e^{-x}+\cos x)dx =$
d) $\int \ln x\,dx =$
e) $\int x^2.e^x dx =$
f) $\int arctg\,x\,dx =$
g) $\int cos^2 x\,dx =$
h) $\int \frac{x}{cos^2 x}dx$
i) $\int x.\cos(3x)\,dx$
j) $\int ln(x^2+1)dx =$
k) $\int e^x.sen\,x\,dx =$
l) $\int cos(2x).2^x dx =$
m) $\int e^{3x}.3^x dx =$
n) $\int arctg\sqrt{x}\,dx =$
o) $\int arc\cos(3x)dx$
p) $\int 5^x.x^2\,dx =$

Ej.7-6 -Método de descomposición en fracciones simple

Resolver usando el método de descomposición en fracciones simples

Raíces reales simples

a) $\int \frac{4x-1}{x^2-5x+6}dx =$
b) $\int \frac{7}{x^2+3x-10}dx =$
c) $\int \frac{2x-1}{(x-1).(x-2).(x-3)}dx =$
d) $\int \frac{2x+3}{x^3+x^2-2x}dx =$
e) $\int \frac{x^2+x-3}{x^3+x^2-4x-4}dx =$
f) $\int \frac{2x^2-1}{(x^2-1).(x+2)}dx =$

Raíces reales múltiples

a) $\int \frac{2x}{x^2-10x+25}dx =$
b) $\int \frac{2x^2-3x}{x^3-3x^2+3x-1}dx =$
c) $\int \frac{x}{x^3-3x+2}\,dx =$
d) $\int \frac{2x^4-6x^3+6x^2-x}{x^3-3x^2+3x-1}dx =$
e) $\int \frac{3x^2-5x-17}{(x+3).(x-2)^2}dx =$
f) $\int \frac{dx}{x^4-2x^3} =$

Ej. 7-7 Resolver las siguientes integrales, utilizando el método adecuado:

a) $\int 4xe^{2x}dx =$
b) $\int 4xe^{2x^2}dx =$
c) $\int \left(\frac{1}{\sqrt[5]{x}}+\frac{5}{e^{3x}}\right)dx =$
j) $\int \frac{x}{(x-1)^3}dx =$
k) $\int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx =$
l) $\int \cos^4 x\,.\,\mathrm{sen}^3 x\,dx =$

d) $\int \frac{x^2}{1+x^2} dx =$

e) $\int \frac{\text{sen}(2x)}{4\text{sen}^2 x} dx =$

Obs: Utilizar identidad trigonométrica

f) $\int \frac{dx}{x.(1+\ln x)^3}$

g) $\int e^x . \text{sen}^2 x \, dx =$

h) $\int \frac{5x^2+\sqrt{x}+2}{x^3} dx =$

i) $\int \frac{x^3+x-2}{x^2-5x+6} dx =$

m) $\int \sqrt{x}. ln\, x \, dx =$

n) $\int \text{sen}(x^2-4). e^{x^2-4} x \, dx =$

o) $\int \sqrt{x.\sqrt{x.\sqrt{x}}} dx =$

p) $\int \frac{dx}{x.\sqrt{1-\ln^2 x}} =$

q) $\int (x^2+x). e^{1-2x} dx =$

r) $\int \frac{x}{(x+1).(x+2).(x+3)} dx =$

s) $\int \frac{dx}{x^3+1} =$

Ej. 7-8 Resolver las ecuaciones diferenciales y hallar la ecuación de la curva que satisface las condiciones indicadas:

a) $y.y' = 2x$ y pasa por ($\sqrt{2}$;1)

b) y ' $= x\, senx$, si $y(\pi) = 0$

c) $y'' = x$ y pasa por (2; 1) donde la tangente es $y = 3x - 5$

d) $y''+\frac{1}{x} y'=0$, y (1)= 0, y'(1)=2

e) $y' = (1-y^2)e^{-x}$, si $y(0) = \frac{1}{2}$

f) $y'' = x\, cos\, x,\, si\, y(0) = 0, y'(0) = 1$

g) $y' = \frac{2x+sec^2 x}{2y}$ y cuya intersección con el eje y es -5

Ej. 7-9 Resolver los siguientes problemas que involucran el cálculo de primitivas

a) Hallar una función F(x) cuya derivada sea $f(x) = x + 6$ y tal que para x = 2 tome el valor 25.
b) De las infinitas **funciones primitivas** de la función $y = x^2 - x + 1$, ¿cuál es la que para x = 3 toma el valor 5?
c) Hallar la ecuación de la curva que pasa por el punto (1;0), en el que la pendiente es 4. Verificándose en cualquiera de sus puntos que $y'' = 6x + 8$
d) Escribe la **función primitiva** de $y = x^2 + 2x$ cuya representación gráfica pasa por el punto (1, 3).

e) Calcular la ecuación de la curva que pasa por P (1, 5) y cuya pendiente en cualquier punto es $3x^2 + 5x - 2$.

f) Encuentra la ecuación de la curva que pase por $(1,\pi)$ y cuya pendiente en el punto (x, y) sea $\frac{x^2}{2y+\cos y}$

g) Hallar la ecuación de la curva g(x) si cumple que:

$$\frac{g'(x)}{2x-6} - \frac{\sqrt{g(x)}}{(x^2+8x+15)} = 0 \text{ si } g(1) = 0$$

EJERCICIOS INTEGRADORES DE LA UNIDAD 7

Ej.1 Se calculó una integral indefinida obteniendo como resultado:

$$\int f(x)dx = ln|x+e| - ln|x-e| + C$$

a) A partir de la forma de la familia de primitivas, determinar el método de integración que se pudo haber usado para obtener ese resultado.

b) Hallar la función $f(x)$. Expresarla de la forma $\frac{k}{p(x)}$,donde k es una constante y $p(x)$ un polinomio.

c) Dar la solución de la ecuación diferencial:

$y'.g(x) = 3$ si se sabe que $g(x) = \frac{1}{f(x)}$, $y(0) = \pi$

Ej.2 Indicar si las siguientes proposiciones son verdaderas o falsas. Justificar las respuestas dadas, en el caso que sea Falso dar un contraejemplo.

a) Si dos funciones tienen las mismas derivadas, entonces sus integrales indefinidas son iguales.

b) Si una función es positiva en todo su dominio, entonces su integral indefinida también es positiva en dicho dominio.

c) Si una función es impar, entonces una de sus primitivas puede ser par.

d) Dos primitivas de una misma función puede cortarse en más de un punto.

e) Las infinitas primitivas de una misma función tienen el mismo comportamiento en cuanto a su monotonía. (Creciente o decreciente).

f) Para resolver la siguiente integral indefinida $\int x.ln(1+x^2)dx$, hay que aplicar más de un método de integración.

Problemas de Aplicación:

Ej.3 Desde cierta altura se deja caer un cuerpo de masa m con velocidad inicial nula. La resistencia del aire a la caída es proporcional a la velocidad v.
La segunda ley de Newton determina que el fenómeno responde a:

$$mg - kv = m\,\frac{dv}{dt}$$

Determinar la ley que gobierna la velocidad de caída v en función del tiempo t, si g es la aceleración de la gravedad y k es un coeficiente positivo que toma en cuenta la resistencia del aire.
Si el tiempo tiende a infinito ¿Cuál es la velocidad limite o terminal?

Ej.4 Un capacitor se descarga a través de un resistor cuya resistencia aumenta con el tiempo, simulando un material que se calienta y modifica su resistencia.
Utilizando la ecuación diferencial:

$$\frac{dQ}{dt} = -\frac{Q}{CR(t)}$$

Y considerando**:** $R(t) = R_0(1 + 0.1t)$, $C = 10\mu F$, Q(0) = $5\mu C$

a) Determinar la carga $Q(t)$en el capacitor como función del tiempo.
b) Hallar la corriente $I(t) = \frac{dQ}{dt}$.
c) ¿En qué tiempo la carga se reduce a la mitad de su valor inicial?

Ej.5 Una pieza metálica sale del horno de tratamiento térmico a $540°\mathrm{F}$ y se coloca en una estación de enfriamiento donde la temperatura ambiente es $80°\mathrm{F}$. La temperatura de la pieza, medida con un termopar, es de $360°\mathrm{F}$ después de 4 minutos.
Usando la ley de Newton del enfriamiento $\frac{dT}{dt} = k(T - T_m)$, donde T representa la temperatura del objeto en el momento t, T_m la temperatura del medio ambiente.

a) Determinar la expresión de la función T, en términos de t y T_m=80 ºF, si T(0)=540ºF.
b) Determinar la constante k(en $\min^{-1}$) para esta pieza.
c) ¿Cuánto tiempo tardará la pieza en alcanzar una temperatura segura para manipulación manual de $120°\mathrm{F}$?

Ej.6 La aceleración de un objeto que se mueve a lo largo de un eje coordenado está dada por $a(t) = (2t + 3)^{-3}$ medida en m/seg^2. Si la velocidad en t = 0 es 4 m/seg y teniendo en cuenta la ecuación diferencial:

$$a(t) = a = \frac{F}{m} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

a: aceleración, x: posición, t: tiempo, F: fuerza, m: masa

a) Determinar la expresión de la velocidad en función del tiempo.
b) Encuentre la velocidad 2 segundos más tarde.
c) Hallar la ecuación de la posición del móvil teniendo en cuenta que $x(0) = 0$

Ej.7 Durante las pruebas de frenado de un tren de carga moderno, se estudia el comportamiento térmico de un componente crítico del sistema de frenos. Cuando el tren inicia el frenado, la temperatura del disco comienza a aumentar debido al rozamiento; este modelo simplificado considera que la rapidez con la que aumenta la temperatura depende del **flujo de energía disipado**, que para este material se aproxima por:

$$\frac{dT}{dt} = k\, t\, e^{-t}$$

donde $T(t)$ es la temperatura del disco en °C, t es el tiempo en segundos desde el inicio del frenado y k es una constante positiva que depende del material y la masa del tren.

Durante una prueba previa se determinó que al iniciar el frenado el disco tenía $T(0) = 40°\text{C}$ y que después de 2 segundos alcanzó una temperatura de $T(2) = 50°\text{C}$.

a) Determinar la función T(t)
b) Determinar la constante k y obtener la expresión completa $T(t)$.
c) El fabricante establece que el disco no debe superar los $80°\text{C}$ durante la fase de frenado para evitar deformaciones. Según el modelo obtenido, ¿en qué instante t se alcanza la temperatura de $80°\text{C}$? ¿Cuál sería la temperatura límite?

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

Ej.7-1

a) $4x^{1/4} - \frac{2}{3}x^{3/2} + \frac{5}{18}x^{9/5} + C$

b) $\frac{x^2}{6} + 3\ln|x+3| + C$

c) $\frac{2}{3}x^{3/2} + 2\sqrt{x} + C$

d) $\frac{3}{2}x^{2/3} + C$

e) $\frac{1}{2}x^4 + \frac{7}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + x + C$

f) $\frac{x^2}{2} - \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}\ln|x| - \frac{\pi}{9x^3} + C$

g) $\frac{2^x}{\ln 2} - 3\text{sen}\ x + e^{\pi}x + C$

h) $\frac{2}{7}x^{7/2} - \frac{3}{2}x^2 + \frac{2}{9}x^{3/2} + C$

i) $\frac{x^5}{5} - \frac{12}{7}x^{\frac{7}{2}} + \frac{9}{2}x^2 + C$

j) $\arctan(x) + C$

k) $\frac{x^7}{7} + x^6 + \frac{12}{5}x^5 + 2x^4 + C$

l) $\frac{x^2}{2} - 3x + C$

m) $\frac{2}{5}x^{5/2} + \frac{6}{7}x^{7/6} + C$

n) $\frac{1}{3}x^3 + x + \frac{1}{2}\ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| + C$

Ej.7-2

a) $\frac{1}{3}e^{3x} + 3\cos(2x) + 5tgx - x\ln\pi + C$

b) $-\cos(x^3 - 2x + 1) + C$

c) $\frac{3}{2}\sqrt[3]{(4x^2 - 3x)^2} + C$

d) $\text{sen}(\ln x) + C$

e) $\frac{1}{3}\cosh(3x) + C$

f) $\frac{1}{2}(\ln x)^2 + C$

g) $\frac{1}{6}\text{sen}^2(3x) + C$

h) $\frac{1}{2}e^{x^2} + C$

i) $-e^{1/x} + C$

j) $\frac{3}{5}(x-2)^{5/3} + C$

k) $\frac{1}{4}\ln(1 + x^4) + C$

l) $\arctan x - \frac{1}{2}\ln(1 + x^2) + C$

m) $-2\sqrt{1 - x^2} + 5\,\text{arcsen}\, x + C$

n) $2e^{\sqrt{x}} - 6\sqrt{x} + C$

o) $\sec x + 2\tan x + C$

p) $-\frac{1}{3}\ln|\cos(3x)| + C$

q) $\frac{2}{3}\tan^{3/2} x + C$

r) $\frac{1}{3}cotan(3x+1) + C$

Ej.7-3

Potencias de seno o coseno

a) $-\cos x + \frac{1}{3}\cos^3 x + C$

b) $\operatorname{sen} x - \frac{2}{3}\operatorname{sen}^3 x + \frac{1}{5}\operatorname{sen}^5 x + C$

c) $\frac{3}{8}x + \frac{1}{4}\operatorname{sen}(2x) + \frac{1}{32}\operatorname{sen}(4x) + C$

d) $\frac{3}{8}x - \frac{1}{4}\operatorname{sen}(2x) + \frac{1}{32}\operatorname{sen}(4x) + C$

Producto de potencias de seno y coseno con al menos un exponente impar

a) $-\frac{1}{3}cos^3 x + \frac{1}{5}cos^5 x + C$ b) $\frac{1}{4}sen^4 x - \frac{1}{6}sen^6 x + C$ c) $\frac{1}{4}cos^4 x + \frac{1}{6}cos^6 x + C$

Ej.7-4

a) $\frac{1}{2}\arctan\left(\frac{x}{2}\right) + C$

b) $\frac{4}{\sqrt{3}}\arctan\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right) + C$

c) $\frac{5}{2}\arctan(2x) + C$

d) $\frac{2}{3}\arctan(3x) + C$

e) $\frac{1}{2}\operatorname{arcsen}(2x) + C$

f) $\operatorname{arcsen}\left(\frac{x}{2}\right) + C$

g) $\operatorname{arcsen}(e^x) + C$

h) $\operatorname{arcsen}(\ln x) + C$

i) $\operatorname{argsh}\left(\frac{x-3}{9}\right) + C$

Ej.7-5

a) $-x\cos x + \operatorname{sen} x + C$

b) $\frac{x^5}{5}\ln x - \frac{x^5}{25} + C$

c) $-(x+1)e^{-x} + x\operatorname{sen} x + \cos x + C$

d) $x \ln x - x + C$

e) $e^x(x^2 - 2x + 2) + C$

f) $x \arctan\ x - \frac{1}{2}\ln\,(1 + x^2) + C$

g) $\frac{x}{2} + \frac{1}{4}\text{sen}\ 2x + C$

h) $x \tan\ x + \ln\ |\cos\ x\ | + C$

i) $\frac{x}{3}\text{sen}\ 3x + \frac{1}{9}\cos\ 3x + C$

$j)\ x \ln(x^2 + 1) - 2x + 2\arctan\ x + C$

k) $\frac{e^x}{2}(\text{sen}\ x - \cos\ x) + C$

$l)\ \frac{2^x}{(\ln\ 2)^2 + 4}(\ln\ 2\cos\ 2x + 2\text{sen}\ 2x) + C$

m) $\frac{e^{3x}3^x}{3+\ln\ 3} + C$

n) $(x + 1)\arctan\ \sqrt{x} - \sqrt{x} + C$

o) $x \arccos\,(3x) - \frac{1}{3}\sqrt{1 - 9x^2} + C$

p) $\frac{5^x}{\ln 5}(x^2 - \frac{2x}{\ln 5} + \frac{2}{(\ln\ 5)^2}) + C$

Ej.7-6

Raíces reales simples

$a)11\ln\ |x - 3| - 7\ln\ |x - 2| + C.$

b)$\ln\ |x - 2| - \ln\ |x + 5| + C.$

$c)\frac{1}{2}\ln\ |x - 1| - 3\ln\ |x - 2| + \frac{5}{2}\ln\ |x - 3| + C.$

$d) - \frac{3}{2}\ln\ |x| + \frac{5}{3}\ln\ |x - 1| - \frac{1}{6}\ln\ |x + 2| + C.$

$e) \frac{1}{4}\ln\ |x-2| + \ln\ |x+1| - \frac{1}{4}\ln\ |x+2| + C.$

$f) \frac{1}{6}\ln\ |x-1| - \frac{1}{2}\ln\ |x+1| + \frac{7}{3}\ln\ |x+2| + C.$

Raíces reales múltiples

a) $2\ln\ |x-5| - \frac{10}{x-5} + C.$

b) $2\ln\ |x-1| - \frac{1}{x-1} + \frac{1}{2(x-1)^2} + C.$

c) $\frac{2}{9}\ln\ |x-1| - \frac{2}{9}\ln\ |x+2| - \frac{1}{3(x-1)} + C.$

d) $x^2 - \frac{1}{x-1} - \frac{1}{2(x-1)^2} + C.$

e) $2\ln\ |x-2| + \ln\ |x+3| + \frac{3}{x-2} + C.$

f) $\frac{1}{8}\ln\ \left|\frac{x-2}{x}\right| + \frac{x+1}{4x^2} + C.$

Ej.7-7

a) $e^{2x}.(2x-1) + C$

b) $e^{2x^2} + C$

c) $\frac{5}{4}x^{\frac{4}{5}} - \frac{5}{3}e^{-3x} + C$

d) $x - arctgx + C$

e) $\frac{1}{2}ln|sen\,x| + C$ $= \frac{1}{4}ln|sen^2 x| + C$

f) $\frac{-1}{2(1+\ln x)^2} + C$

g) $e^x sen^2 x - sen(2x)e^x + 2e^x + C$

h) $5\ln|x| - \frac{2}{3x\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2} + C$

i) $\frac{1}{2}x^2 + 5x + 28\,ln|x-3| - 8\,ln|x-2| + C$

j) $x^2 - \frac{1}{2(x-1)^2} - \frac{1}{x-1} + C$

k) $\frac{4}{3}\left(1+\sqrt{x}\right)\sqrt{1+\sqrt{x}} + C$

l) $\frac{1}{7}\cos^7 x - \frac{1}{5}\cos^5 x + C$

m) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}.\left(x^{-\frac{1}{2}}ln\,x - \frac{2}{3}\right) + C$

n) $\frac{1}{4}e^{x^2-4}\left[sen(x^2-4) - \cos(x^2-4)\right] + C$

o) $\frac{8}{15}x^{\frac{15}{8}} + C$

p) $arcsen(\ln x) + C$

q) $-\frac{1}{2}e^{1-2x}\left(x^2+2x+1\right) + C$

r) $-\frac{1}{2}\ln|x+1| + 2\ln|x+2| - \frac{3}{2}\ln|x+3| + C$

s) $\frac{1}{3}ln|x+1| - \frac{1}{6}ln|x^2-x+1| + \frac{\sqrt{3}}{3}arctg\left(\frac{2x-1}{\sqrt{3}}\right) + C$

Ej.7-8

a) y = $\sqrt{(2x^2 - 3)}$

b) y = −x cos x + sen x − π

c) y = $\frac{x^3}{6} + x - \frac{7}{3}$

d) y = 2 $ln|x|$

e) y = tanh $\left(1 + \frac{1}{2}\, ln3 - \, e^{-x}\right)$

f) y = $-x\, cosx + 2\, senx$

g) $y^2 = x^2 + tanx + 25$

Ej.7-9

a) F(x) = x^2/2 + 6x + 11

b) F(x) = x^3/3 − x^2/2 + x − 5/2

c) y(x) = x^3+ 4x^2 − 7x + 2

d) F(x) = x^3/3 + x^2 + 5/3

e) y(x) = x^3+ (5/2) x^2 − 2x + 7/2

f) y^2 + sen(y) = x^3/3 + π^2 − 1/3

g) g(x) = $[\ln(4(x+5)^4 / (81(x+3)^3]^2$

EJERCICIOS INTEGRADORES

Ej.1

b) $f(x) = \frac{-2e}{x^2-e^2}$
c) $y(x) = 3ln\left|\frac{x+e}{x-e}\right| + \pi$

Ej.2
a) F b) F c) V d) F e) V f) V

Ej.3
v(t)= $\frac{gm}{k}(1- e^{\frac{-kt}{m}})$ $v_{terminal} = \frac{gm}{k}$

Ej.4

a) Q=$\frac{5}{(1+0,1t)^{1/R_0}}$ b) $I(t) = \frac{-(1+0,1t)^{\frac{-1-R_0}{R_0}}}{2R_0}$ c) $t = \frac{e^{ln2R_0}-1}{0,1}$

Ej.5
a) T= 80 +460e^{kt} b) k≈-0,1241 min^{-1} c) t≈19.6minutos

Ej.6
a) v(t)=$\frac{-1}{4(2t+3)^2} + \frac{145}{36}$ b) $v(2) \approx 4{,}0227 m/s$ c) $x(t) = \frac{\mathbf{1}}{8(2t+3)} + \frac{145}{36}t - \frac{1}{24}$

Ej.7
a) T(t) =$40 + k - ke^{-t}(t+1)$ b) k=$\frac{10}{1-3e^{-2}}$; T(t) =$40 + \frac{10}{1-3e^{-2}}(1-(t+1)e^{-t})$
c) T ≈ 56,835°

INTEGRALES QUE DERIVAN DE COMPLETAR CUADRADOS EN LA FORMA $a.x^2 + b.x + c$

1) $\int \frac{1}{a^2+x^2} dx = \frac{1}{a} arctg\left(\frac{x}{a}\right) + C$
2) $\int \frac{-1}{a^2+x^2} dx = \frac{1}{a} arc\,cot\,g\left(\frac{x}{a}\right) + C$
3) $\int \frac{1}{a^2-x^2} dx = \frac{1}{a} arg\,T\,h\left(\frac{x}{a}\right) + C = \frac{1}{2a}.ln\left(\frac{a+x}{a-x}\right) + C$
4) $\int \frac{1}{x^2-a^2} dx = -\frac{1}{a} arg\,C\,otgh\left(\frac{x}{a}\right) + C = \frac{1}{2a} ln\left(\frac{x-a}{x+a}\right) + C$
5) $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx = arcsen\left(\frac{x}{a}\right) + C$
6) $\int \frac{-1}{\sqrt{a^2-x^2}} dx = arccos\left(\frac{x}{a}\right) + C$
7) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}} dx = arg\,C\,h\left(\frac{x}{a}\right) + C = ln\left(x + \sqrt{x^2-a^2}\right) + C$
8) $\int \frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}} dx = arg\,S\,h\left(\frac{x}{a}\right) + C = ln\left(x + \sqrt{a^2+x^2}\right) + C$
9) $\int \sqrt{a^2-x^2} dx = \frac{x.\sqrt{a^2-x^2}}{2} + \frac{a^2}{2}.arcsen\left(\frac{x}{a}\right) + C$
10) $\int \sqrt{a^2+x^2} du = \frac{x\sqrt{a^2+x^2}}{2} + \frac{a^2}{2}.ln\left(x + \sqrt{a^2+x^2}\right) + C$
11) $\int \sqrt{x^2-a^2} dx = \frac{x\sqrt{x^2-a^2}}{2} - \frac{a^2}{2}.arg\,C\,h\left(\frac{x}{a}\right) + C$
12) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = arc\,sec(x) + C$
13) $\int Sech^2(x).dx = Th(x) + C$
14) $\int Co\,sec\,h^{\,2}(x).dx = -Coth(x) + C$

SUSTITUCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Si n es par	Si n es impar
$sen^2x = \frac{1-\cos(2x)}{2}$ $cos^2x = \frac{1+\cos(2x)}{2}$	$sen^2x = 1 - cos^2x$ $cos^2x = 1 - sen^2x$