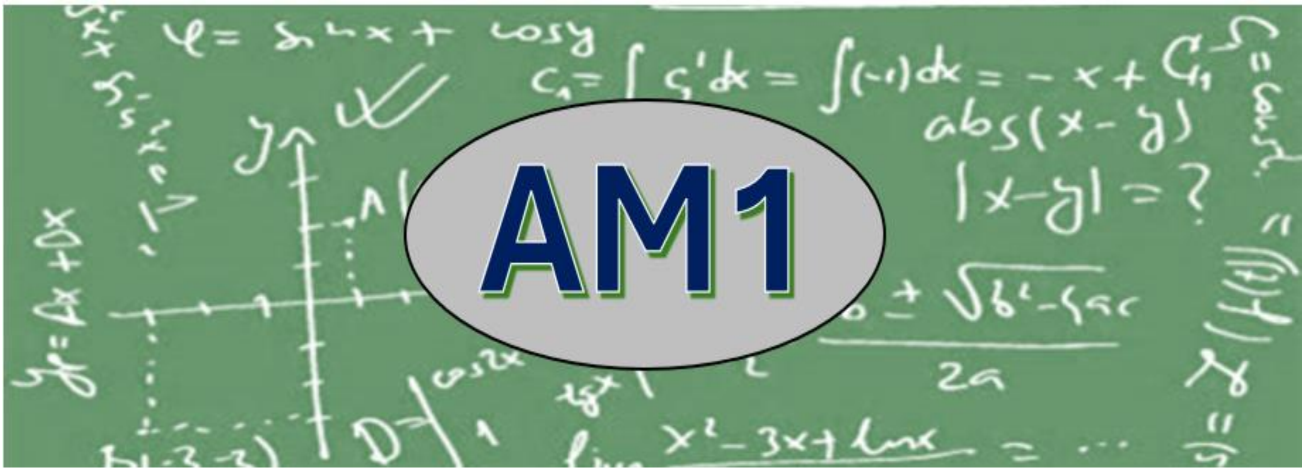


TRABAJO PRÁCTICO 7: INTEGRACIÓN INDEFINIDA

ANÁLISIS MATEMÁTICO 1

UTN – Facultad Regional Haedo

TRABAJO PRÁCTICO N°7: Primitivas de una Función

COMPETENCIAS

- Identificar y aplicar métodos de cálculo de integrales.
- Interpretar la relación entre derivación e integración
- Formular y resolver situaciones problemáticas que involucren ecuaciones diferenciales
- Utilizar de manera efectiva las técnicas y herramientas de la ingeniería
- Aprender en forma continua y autónoma, utilizando los recursos de trabajo en clase, bibliográficos, digitales y multimediales.

Ej.7-1 Hallar las siguientes primitivas

a) $\int \left(x^{-\frac{3}{4}} - x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} x^{\frac{4}{5}} \right) dx =$

b) $\int \left(\frac{x}{3} + \frac{3}{x} \right) dx =$

c) $\int \left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx =$

d) $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\, dx =$

e) $\int (2x+1).(x^2+3x+1) dx =$

f) $\int \left(\frac{3x^5 - 2x^4 + 5x^3 + \pi}{3x^4} \right) dx =$

g) $\int (2^x - 3.\cos x + e^{\pi})\, dx =$

h) $\int \left(x^2 - 3\sqrt{x} + \frac{1}{3} \right).\sqrt{x} dx =$

i) $\int \left(x^2 - 3\sqrt{x} \right)^2 dx =$

j) $\int \frac{1+x^2}{x^4+2x^2+1}\, dx =$

k) $\int \frac{x^2 - x - 6}{x+2}\, dx =$

l) $\int \frac{x^2 + \sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}}\, dx =$

m) $\int \frac{x^4}{x^2-1}\, dx =$

Ej.7-2 -Método de sustitución

Resolver las siguientes integrales usando el método de sustitución

a) $\int \left(e^{3x} - 6sen(2x) + 5\sec^2 x - \ln \pi \right) dx =$

b) $\int sen(x^3 - 2x + 1).(3x^2 - 2) dx =$

c) $\int \frac{8x-3}{\sqrt[3]{4x^2 - 3x}} dx =$

d) $\int \frac{1}{x}.\cos(\ln x) dx =$

e) $\int 3.\left[\operatorname{tg}(2x) - e^{1-x^2} + 2x \right]^2 . \left(\frac{1}{\cos^2 2x} + x.e^{1-x^2} + 1 \right) dx =$

f) $\int \frac{Ch(5x) + e^{-5x}}{2\sqrt{Sh(5x) - e^{-5x} - 2}}\, dx =$

g) $\int \frac{x^2.e^{-x^3+1} - Sh(x)}{e^{-x^3+1} + 3Ch(x)}\, dx =$

h) $\int Senh(3x) dx =$

i) $\int \frac{\ln x}{x}\, dx =$

j) $\int sen(3x)\cos(3x)\, dx$

k) $\int x.e^{x^2} dx =$

l) $\int \frac{1}{x^2}.e^{\frac{1}{x}} dx =$

m) $\int \sqrt[3]{(x-2)^2}\, dx =$

n) $\int \frac{x^3}{1+x^4}\,dx =$

o) $\int \frac{1-x}{1+x^2}\,dx =$

p) $\int \frac{2x+5}{\sqrt{1-x^2}}\,dx =$

q) $\int \frac{senx+2}{\cos^2 x}\,dx =$

r) $\int tg(3x)\quad dx =$

s) $\int \sec^2 x.\sqrt{tgx}.dx =$

t) $\int cosec^2(3x+1)dx =$

Ej.7-3 -Método de integración por partes

Resolver las siguientes integrales usando el método

a) $\int x.senx\quad dx =$

b) $\int x^4.\ln x\quad dx =$

c) $\int x.(e^{-x}+\cos x)dx =$

d) $\int \ln x\quad dx =$

e) $\int x^2.e^x dx =$

f) $\int arc\quad tgx\quad dx =$

g) $\int arc\quad \cos(3x)\quad dx =$

h) $\int \frac{x}{\cos^2 x}\,dx =$

i) $\int 5^x.x^3 dx =$

j) $\int \ln(x^2+1)dx =$

k) $\int e^x.senx\quad dx =$

l) $\int \cos(2x).2^x\,dx =$

m) $\int e^{3x}.3^x\,dx =$

n) $\int arctg\sqrt{x}\quad dx =$

Ej.7-4 Resolver las siguientes integrales ayudándote con la tabla de integrales (anexada al final de esta guía)

$a)\int \frac{1}{4+x^2}dx =$ $\quad b)\int \frac{4}{3-x^2}dx =$ $\quad c)\int \frac{5}{4x^2-1}dx =$ $\quad d)\int \frac{x+1}{(-x-1)(2+x^2)}dx =$

$e)\int \frac{dx}{\sqrt{1-4x^2}} =$ $\quad f)\int \frac{x}{\sqrt{x^4+3x^2}}dx =$ $\quad g)\int \frac{e^x}{\sqrt{1-e^{2x}}}dx =$ $\quad h)\int \frac{dx}{x\sqrt{1-(lnx)^2}} =$

Ej.7-5 -Método de descomposición en fracciones simple

Resolver usando el método de descomposición en fracciones simples

Raíces reales simples

a) $\int \frac{4x-1}{x^2-5x+6}\,dx =$

b) $\int \frac{7}{x^2+3x-10}\,dx =$

c) $\int \frac{2x-1}{(x-1).(x-2).(x-3)}\,dx =$

d) $\int \frac{2x+3}{x^3+x^2-2x}\,dx =$

e) $\int \frac{x^2+x-3}{x^3+x^2-4x-4}\,dx =$

f) $\int \frac{2x^2-1}{(x^2-1).(x+2)}\,dx =$

Raíces reales múltiples

a) $\int \frac{2x}{x^2-10x+25}dx =$

b) $\int \frac{2x^2-3x}{x^3-3x^2+3x-1}dx =$

c) $\int \frac{x}{x^3-3x+2}dx =$

d) $\int \frac{2x^4-6x^3+6x^2-x}{x^3-3x^2+3x-1}dx =$

e) $\int \frac{3x^2-5x-17}{(x+3).(x-2)^2}dx =$

f) $\int \frac{dx}{x^4-2x^3} =$

Raíces complejas simples

a) $\int \frac{x+1}{x.(x^2+1)}dx =$

b) $\int \frac{dx}{x^4-16} =$

c) $\int \frac{x+8}{(x-2).(x^2+1)}dx =$

d) $\int \frac{x-2}{(x-1)^2.(x^2+1)}dx =$

<u>Ej.7-6</u> <u>Integrales con potencias de Seno y/o Coseno</u>

Si n es par	Si n es impar
$sen^2x = \frac{1-\cos(2x)}{2}$ $cos^2x = \frac{1+\cos(2x)}{2}$	$sen^2x = 1 - cos^2x$ $cos^2x = 1 - sen^2x$

Potencias de seno o coseno

a) $\int sen^3x \ \ dx =$

b) $\int \cos^5 x \ \ dx =$

c) $\int \cos^4 x \ \ dx =$

d) $\int sen^4x \ \ dx =$

Producto de potencias de seno y coseno con al menos un exponente impar

$a) \int cos^3x\,.sen^3x\,dx =$

$b) \int sen^3x.\,cos^2x\,dx =$

<u>Ej. 7-07</u> Resolver las siguientes integrales, utilizando el método adecuado:

a) $\int 4xe^{2x}dx =$

b) $\int 4xe^{2x^2}dx =$

c) $\int \frac{1}{\sqrt[5]{x}} + \frac{5}{e^{3x}}dx =$

d) $\int \frac{x^2}{1+x^2}dx =$

e) $\int \frac{sen(2x)}{4sen^2x}dx =$

k) $\int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{\sqrt{x}}dx =$

l) $\int \cos^4 x.sen^3x \ \ dx =$

m) $\int \sqrt{x}.\ln x dx =$

n) $\int \frac{dx}{x^3+1} =$

o) $\int sen(x^2-4).e^{x^2-4}x \ \ dx =$

f) $\int \frac{dx}{x.(1+\ln x)^3}$

g) $\int sen^5 x.dx =$

h) $\int \frac{5x^2+\sqrt{x}+2}{x^3}dx =$

i) $\int \frac{3x^3+x-2}{x^2-5x+6}dx =$

p) $\int \sqrt{x.\sqrt{x.\sqrt{x}}}\,dx =$

q) $\int \frac{dx}{x.\sqrt{1-\ln^2 x}} =$

r) $\int (x^2+x).e^{1-2x}dx =$

s) $\int \frac{x}{(x+1).(x+2).(x+3)}dx =$

Ej. 7-8 Resolver las ecuaciones diferenciales y hallar la ecuación de la curva que satisface las condiciones indicadas:

a) $y' = 2 \quad y\ pasa\ por\ (1\,;6)$

b) $y' = \frac{2}{x} \quad y\ pasa\ por\ (e\,;1)$

c) $y' = \sqrt{x} \quad y\ pasa\ por\ (4\,;6)$

d) $y.y' = 2x$ y pasa por ($\sqrt{2}$;1)

e) $\frac{y'}{y} = 1$ y pasa por (0 ;3)

f) $y'' = 3$ y pasa por (1; 2) donde y'= 4

g) $y'' = x$ y pasa por (2; 1) donde la tangente es $y = 3x - 5$

Ej. 7-9: Resolver los siguientes problemas que involucran el cálculo de primitivas:

a) Hallar una función F(x) cuya derivada sea f(x) = x + 6 y tal que para x = 2 tome el valor 25.
b) De las infinitas **funciones primitivas** de la función y = x^2 - x + 1, ¿cuál es la que para x = 3 toma el valor 5?
c) Hallar la ecuación de la curva que pasa por el punto (1;0), en el que la pendiente es 4. Verificándose en cualquiera de sus puntos que y" = 6x + 8
d) Escribe la **función primitiva** de y = x^2 + 2x cuya representación gráfica pasa por el punto (1, 3).
e) Calcular la ecuación de la curva que pasa por P (1, 5) y cuya pendiente en cualquier punto es $3x^2 + 5x - 2$.

Ej. 7-10:
Leer y analizar las siguientes *Ecuaciones Diferenciales como Modelos Matemáticos*. En cada caso, resolver lo pedido:

a) Modelo 1: Movimiento Rectilíneo Uniformemente Acelerado
El movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA), también conocido como movimiento rectilíneo uniformemente variado (MRUV), es aquel en el que un móvil se desplaza sobre una trayectoria recta estando sometido a una aceleración constante.

Variables	Independiente t: tiempo Dependientes del tiempo: a: aceleración, v: velocidad, x: posición
<u>Relaciones matemáticas</u>: En mecánica clásica el movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA) presenta tres características fundamentales:	1. La aceleración y la fuerza resultante sobre la partícula son constantes. $a(t) = a = \frac{F}{m} = \frac{d^2x}{dt^2}$ 2. La velocidad varía linealmente respecto del tiempo. $v(t) = at + v_0$ 3. La posición varía según una relación cuadrática respecto del tiempo. $x(t) = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0$

<u>Ejemplo: Movimiento de un móvil</u>
La aceleración de un objeto que se mueve a lo largo de un eje coordenado está dada por $a(t) = (2t+3)^{-3}$ *medida en m/seg*^{2}*. Si la velocidad en t = 0 es 4 m/seg., encuentre la velocidad 2 segundos más tarde.*

b) <u>Modelo 2: Crecimiento y Decaimiento</u>

Uno de los primeros en modelar matemáticamente el Crecimiento Demográfico humano fue Thomas Malthus, economista inglés, en 1798.
En esencial, la idea de su modelo matemático fue considerar la hipótesis de que la tasa de crecimiento de la población de un país crece en forma proporcional a la población total P(t) en cualquier momento t.
Es decir:

Variables	P: población t: tiempo
Tasa de crecimiento de la población	$\frac{dP}{dt}$
Relación matemática	Proporcionalidad directa $\frac{dP}{dt} \sim P$
Planteo del problema	$\frac{dP}{dt} = k.P(t)$ con k∈ $\mathbb{R}$

A pesar de la simplicidad del modelo matemático, pues no tiene en cuenta otras variables tales como inmigración y emigración, Malthus predijo con mucha exactitud la población de Estados Unidos desde 1790 hasta 1860. La ecuación diferencial planteada aún se utiliza en modelado de crecimiento de bacterias y de animales pequeños en cortos períodos de tiempo.

<u>Ejemplo: Crecimiento Bacteriano</u>
Un cultivo tiene una cantidad inicial N_0 *de bacterias. Cuando t=1h, la cantidad medida de bacterias es 3/2* N_0*. Si la razón de reproducción es proporcional a la cantidad de bacterias presentes, calcule el tiempo necesario para triplicar la cantidad inicial de los microorganismos.*

c) <u>Modelo 3: Ley de Newton del Enfriamiento</u>

La segunda ley empírica de Newton acerca del enfriamiento indica que la rapidez con que se enfría un objeto es proporcional a la diferencia entre su temperatura y la del medio que lo rodea, que es la temperatura ambiente. Si T(t) representa la temperatura del objeto en el momento t, T_m es la temperatura constante del medio que lo rodea y dT/dt es la rapidez con que se enfría el objeto, la ley de Newton del enfriamiento se traduce en el enunciado matemático así:

Variables	T: temperatura t: tiempo
Tasa de enfriamiento	$\frac{dT}{dt}$
Relación matemática	Proporcionalidad directa $\frac{dT}{dt} \sim (T - T_m)$
Planteo del problema	$\frac{dT}{dt} = k.(T - T_m)$ con k∈ $\mathbb{R}$

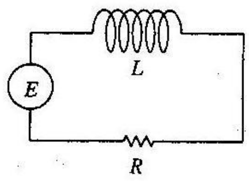
Como supusimos que el objeto se enfría, entonces debe darse que $T > T_m$; en consecuencia, lo lógico es que $k < 0$.

<u>Ejemplo: Enfriamiento de un Pastel</u>

Al sacar un pastel del horno, su temperatura es de 300ºF. Después de 3 minutos, 200ºF. ¿En cuánto tiempo se enfriará hasta la temperatura ambiente de 70ºF?

d) <u>Modelo 4: Circuitos en Serie</u>(<u>sólo para alumnos de ingeniería Electrónica</u>)

Cuando un circuito en serie sólo contiene un resistor y un inductor (circuito RL), la segunda ley de Kirchhoff establece que la suma de las caídas de voltaje a través del inductor: $L.\frac{di}{dt}$ y del resistor (i.R) es igual al voltaje aplicado: E(t), al circuito:



Obteniéndose la siguiente ecuación diferencial lineal que describe la corriente i (t):

$$L.\frac{di}{dt} + R.i = E(t)$$

en que L y R son constantes conocidas como inductancia y resistencia, respectivamente.

La corriente i(t), se llama también respuesta del sistema.

<u>Ejemplo: Circuito en serie</u>

Un acumulador de 12 volts se conecta a un circuito en serie LR, con una inductancia de ½ Henry y una resistencia de 10 ohms. Determinar la corriente i, si la corriente inicial es cero

RESPUESTAS A LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

Ej. 7-01: Integrales Inmediatas

a) $4x^{\frac{1}{4}} - \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + \frac{5}{18}x^{\frac{9}{5}} + C$

b) $\frac{1}{6}x^2 + 3\ln|x| + C$

c) $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}} + 2\sqrt{x} + C$

d) $\frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + C$

e) $\frac{1}{2}x^4 + \frac{7}{3}x^3 + \frac{5}{2}x^2 + x + C$

f) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{5}{3}\ln|x| - \frac{\pi}{9x^3} + C$

g) $\frac{2^x}{\ln 2} - 3.senx + e^{\pi}x + C$

h) $\frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} - \frac{3}{2}x^2 + \frac{2}{9}x^{\frac{3}{2}} + C$

i) $\frac{1}{5}x^5 - \frac{12}{7}x^{\frac{7}{2}} + \frac{9}{2}x^2 + C$

j) $arctg(x) + C$

k) $\frac{1}{7}x^7 + x^6 + \frac{12}{5}x^5 + 2x^4 + C$

l) $\frac{1}{2}x^2 - 3x + C$

m) $\frac{2}{5}x^{\frac{5}{2}} + \frac{6}{7}x^{\frac{7}{6}} + C$

n) $\frac{1}{3}x^3 + x - ArgTh(x) + C$

Ej.7-02 Integrales por sustitución

a) $\frac{1}{3}e^{3x} + 3\cos(2x) + 5tgx - ln\pi\, x + C$

b) $-cos(x^3 - 2x + 1) + C$

c) $\frac{3}{2}\sqrt[3]{(4x^2 - 3x)^2} + C$

d) $sen(ln\, x) + c$

e) $\frac{1}{2}.\left(tg(2x) - e^{1-x^2} + 2x)\right)^3$+C

f) $\frac{1}{5}\sqrt{Sh(5x) - e^{-5x} - 2} + C$

g) $-\frac{1}{3}ln\left|e^{-x^3+1} + 3Chx\right| + C$

h) $\frac{1}{3}Ch(3x) + C$

i) $\frac{1}{2}ln^2|x| + C$

j) $\frac{1}{6}sen^2(3x) + C$

k) $\frac{1}{2}e^{x^2} + C$

l) $-e^{\frac{1}{x}} + C$

m) $\frac{3}{5}(x-2)^{5/3} + C$

n) $\frac{1}{4}ln(1 + x^4) + C$

o) $arctg(x) - \frac{1}{2}ln|1 + x^2| + C$

p) $-2\sqrt{1 - x^2} + 5.arcsen(x) + C$

q) $\sec(x) + 2.tg(x) + C$

r) $-\frac{1}{3}ln|cos(3x)| + C$

s) $\frac{2}{3}tg^{\frac{3}{2}}x + C$

t) $-\frac{1}{3}cot\, g\,(3x + 1) + C$

Ej.7-03 Integrales por Partes

a) $-x.cos\, x + senx + C$

b) $\frac{1}{5}x^5\, ln|x| - \frac{1}{25}x^5 + C$

c) $x.(-e^{-x} + senx) - e^{-x} + cos(x) + C$

h) $x.tgx + ln|cos(x)| + C$

i) $\frac{5^x}{ln\,5}\left(x^3 - \frac{3x^2}{ln\,5} + \frac{6x}{ln^2 5} - \frac{6}{ln^3 5}\right) + C$

d) $x.(ln(x)-1)+C$

e) $e^x.(x^2-2x+2)+C$

f) $x.arctgx - ln\left|\sqrt{1+x^2}\right| + C$

g) $x.arccos(3x) - \sqrt{\frac{1}{9}-x^2}+C$

j) $x.ln(x^2+1)-2x+2arctgx+C$

k) $\frac{1}{2}.e^x.(senx - cos\,x)+C$

l) $\frac{ln\,2}{4+ln^2\,2}.2^x.\left(cos\,2\,x+\frac{2}{ln\,2}sen2x\right)+C$

m) $\frac{1}{3+ln\,3}3^x.e^{3x}+C$

n) $(x+1).arctg\sqrt{x}-\sqrt{x}+C$

Ej.7-04- Integrales por tablas

$a)\frac{1}{2}arctg\left(\frac{x}{2}\right)+C$ $b)\frac{4}{\sqrt{3}}ArgTh\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right)+C$ $c)-\frac{5}{2}ArgCoth(2x)+C$ $d)-\frac{1}{\sqrt{2}}arctg\left(\frac{x}{\sqrt{2}}\right)+C$

$e)\frac{1}{2}arcsen(2x)+C$ $f)ArgSh\left(\frac{x}{\sqrt{3}}\right)+C$ $g)arcsen(e^x)+C$ $h)arcsen(\ln|x|)+C$

Ej.7-05 – Integrales por Fracciones Simples

Raices reales simples

a) $-7\ln|x-2|+11\ln|x-3|+C$

b) $-ln|x+5|+ln|x-2|+C$

c) $\frac{1}{2}\ln|x-1|-3\ln|x-2|+\frac{5}{2}\ln|x-3|+C$

d) $-\frac{3}{2}\ln|x|+\frac{5}{3}\ln|x-1|-\frac{1}{6}\ln|x+2|+C$

e) $-\frac{1}{2}\ln|x+1|+\frac{1}{6}\ln|x-1|+\frac{7}{3}\ln|x+2|+C$

f) $\ln|x+1|-\frac{1}{4}\ln|x+2|+\frac{1}{4}\ln|x-2|+C$

Raíces reales múltiples

a) $2\,ln|x-5|-\frac{10}{x-5}+C$

b) $2\,ln|x-1|-\frac{1}{x-1}+\frac{1}{2(x-1)^2}+C$

c) $-\frac{2}{9}ln|x+2|+\frac{2}{9}ln|x-1|-\frac{1}{3}\frac{1}{x-1}+C$

$d)\ x^2-\frac{1}{2(x-1)^2}-\frac{1}{x-1}+C$

$e)\ \ln|x+3|+\frac{3}{x-2}+2\ln\,|x-2|+C$

$f)\ \frac{1}{4x^2}+\frac{1}{4x}-\frac{1}{8}ln|x|+\frac{1}{8}ln|x-2|+C$

Raíces complejas simples

a) $\ln|x|-\frac{1}{2}\ln(x^2+1)+arctgx+C$

b) $-\frac{1}{32}\ln|x+2|+\frac{1}{32}\ln|x-2|-\frac{1}{16}arctg\left(\frac{x}{2}\right)+C$

c) $2.\ln|x-2|-\ln|x^2+1|-3arctgx+C$

d) $\frac{1}{2(x-1)}+\ln|x-1|-\frac{1}{2}\ln|x^2+1|-\frac{1}{2}arctg(x)+C$

Ej.7-06 – Integrales con Potencias de Seno y/o Coseno

A- Potencias de seno o coseno

a) $-\cos x + \frac{cos^3 x}{3} + c$

b) $senx - \frac{2}{3} sen^3 x + \frac{1}{5} sen^5 + C$

c) $\frac{3}{8} x + \frac{1}{4} sen(2x) + \frac{1}{32} sen(4x) + C$

$d)\ 3/8\, x - 1/4\, sen(2x) + 1/32\, sen(4x) + c$

B- Producto de potencias de seno y coseno con al menos un exponente impar

a) $-\frac{1}{3} cos^3 x + \frac{1}{5} cos^5 x + C$

b) $\frac{1}{4} sen^4 x - \frac{1}{6} sen^6 x + C$

Ej. 7-07: Integrales Variadas

a) $e^{2x}.(2x-1) + C$

b) $e^{2x^2} + C$

c) $\frac{5}{4} x^{\frac{4}{5}} - \frac{5}{3} e^{-3x} + C$

d) $x - arctgx + C$

e) $\frac{1}{4} \ln|sen^2 x| + C$

f) $\frac{-1}{2(1+\ln x)^2}$ +C

g) $-\cos(x) + \frac{2}{3}\cos^3(x) - \frac{1}{5}\cos^5(x) + C$

h) $5\ln|x| - \frac{2}{3x\sqrt{x}} - \frac{1}{x^2} + C$

i) $\frac{3}{2} x^2 + 15x + 82\ln|x-3| - 24\ln|x-2| + C$

j) $\frac{4}{3}(1+\sqrt{x})\sqrt{1+\sqrt{x}} + C$

k) $\frac{1}{7}\cos^7 x - \frac{1}{5}\cos^5 x + C$

l) $\frac{2}{3} x^{\frac{3}{2}}.\left(\ln x - \frac{2}{3}\right) + C$

m) $\frac{1}{3}\ln|x+1| - \frac{1}{6}\ln|x^2 - x + 1| + \frac{\sqrt{3}}{3} arctg\left(\frac{2x-1}{\sqrt{3}}\right) + C$

n) $\frac{1}{4} e^{x^2-4}\left[sen(x^2-4) - \cos(x^2-4)\right] + C$

o) $\frac{8}{15} x^{\frac{15}{8}} + C$

p) $arcsen(\ln x) + C$

q) $-\frac{1}{2} e^{1-2x}(x^2 + 2x + 1) + C$

r) $-\frac{1}{2}\ln|x+1| + 2\ln|x+2| - \frac{3}{2}\ln|x+3| + C$

Ej.7-08

a) $y = 2x + 4$

b) $y = 2ln|x| - 1$

c) $y = 2/3\, x^{3/2} + 2/3$

d) $y = (2x^2 - 3)1/2$

e) $y = e^x + ln\ (3)$

f) $y = \frac{3}{2} x^2 + x - \frac{1}{2}$

g) $y = \frac{1}{6} x^3 + x - \frac{7}{3}$

Ej.7-09

a) y=$x^2/2 + 6x + 11$

b) y= $x^3/3 - x2/2 + x - 5/2$

c) y= $x^3 - 4x^2 + 9x - 6$

d) $y = x^3/3 + x^2 + 5/3$

e) $y = x^3 + 5/2x^2 - 2x + 7/2$

Ej.7-10

a) v=4,072 m/s
b) 2,7 hs
c) Por tabla: aproximadamente media hora (la solución particular para t=70 no es finita)
d) $i(t) = (-6/5).\ e^{(-20t)} + (6/5)$

INTEGRALES QUE CONTIENEN LAS FORMAS

$$a^2+x^2;\quad a^2-x^2;\quad x^2-a^2;\quad \sqrt{a^2+x^2};\quad \sqrt{a^2-x^2};\quad \sqrt{x^2-a^2}$$

1) $\int \frac{1}{a^2+x^2}dx = \frac{1}{a}arctg\left(\frac{x}{a}\right)+C$
2) $\int \frac{-1}{a^2+x^2}dx = \frac{1}{a}arc\cot g\left(\frac{x}{a}\right)+C$
3) $\int \frac{1}{a^2-x^2}dx = \frac{1}{a}\arg Th\left(\frac{x}{a}\right)+C = \frac{1}{2a}.\ln\left(\frac{a+x}{a-x}\right)+C$
4) $\int \frac{1}{x^2-a^2}dx = -\frac{1}{a}\arg Cotgh\left(\frac{x}{a}\right)+C = \frac{1}{2a}\ln\left(\frac{x-a}{x+a}\right)+C$
5) $\int \frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}dx = arcsen\left(\frac{x}{a}\right)+C$
6) $\int \frac{-1}{\sqrt{a^2-x^2}}dx = \arccos\left(\frac{x}{a}\right)+C$
7) $\int \frac{1}{\sqrt{x^2-a^2}}dx = \arg Ch\left(\frac{x}{a}\right)+C = \ln\left(x+\sqrt{x^2-a^2}\right)+C$
8) $\int \frac{1}{\sqrt{a^2+x^2}}dx = \arg Sh\left(\frac{x}{a}\right)+C = \ln\left(x+\sqrt{a^2+x^2}\right)+C$
9) $\int \sqrt{a^2-x^2}dx = \frac{x.\sqrt{a^2-x^2}}{2}+\frac{a^2}{2}.arcsen\left(\frac{x}{a}\right)+C$
10) $\int \sqrt{a^2+x^2}du = \frac{x\sqrt{a^2+x^2}}{2}+\frac{a^2}{2}.\ln\left(x+\sqrt{a^2+x^2}\right)+C$
11) $\int \sqrt{x^2-a^2}dx = \frac{x\sqrt{x^2-a^2}}{2}-\frac{a^2}{2}.\arg Ch\left(\frac{x}{a}\right)+C$
12) $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}} = arc\sec(x)+C$
13) $\int Sech^2(x).dx = Th(x)+C$
14) $\int Co\sec h^2(x).dx = -Coth(x)+C$

SUSTITUCIONES TRIGONOMÉTRICAS

Si n es par: $sen^2x = \frac{1-\cos(2x)}{2}$ $\quad cos^2x = \frac{1+\cos(2x)}{2}$	Si n es impar: $sen^2x = 1-cos^2x$ $cos^2x = 1-sen^2x$