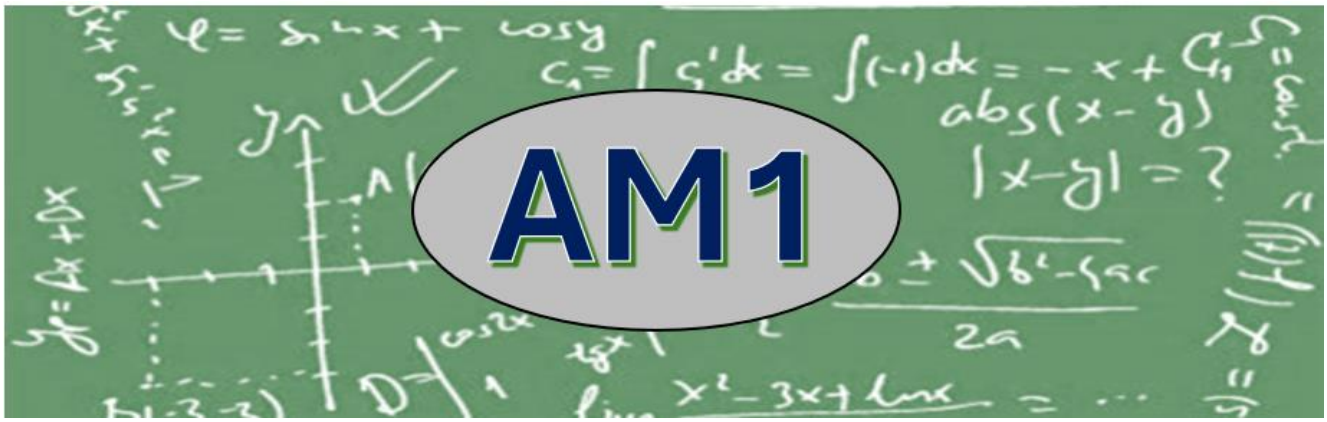


TRABAJO PRÁCTICO Nº 6:
VARIACIÓN DE FUNCIONES

ANALISIS MATEMÁTICO 1

UTN –Facultad Regional Haedo

TRABAJO PRÁCTICO N.º 6
VARIACIÓN DE FUNCIONES

COMPETENCIAS

- Identificar, formular y resolver situaciones problemáticas que involucren distintos tipos de funciones, sus derivadas y/o diferenciales y sus extremos e intervalos de crecimiento/decrecimiento y concavidad.
- Utilizar de manera efectiva las técnicas y herramientas de la ingeniería
- Aprender en forma continua y autónoma, utilizando los recursos de trabajo en clase, bibliográfico, digital y multimedial.
- Comunicar con efectividad sus producciones en forma escrita u oral, fundamentadas en el marco teórico correspondiente.

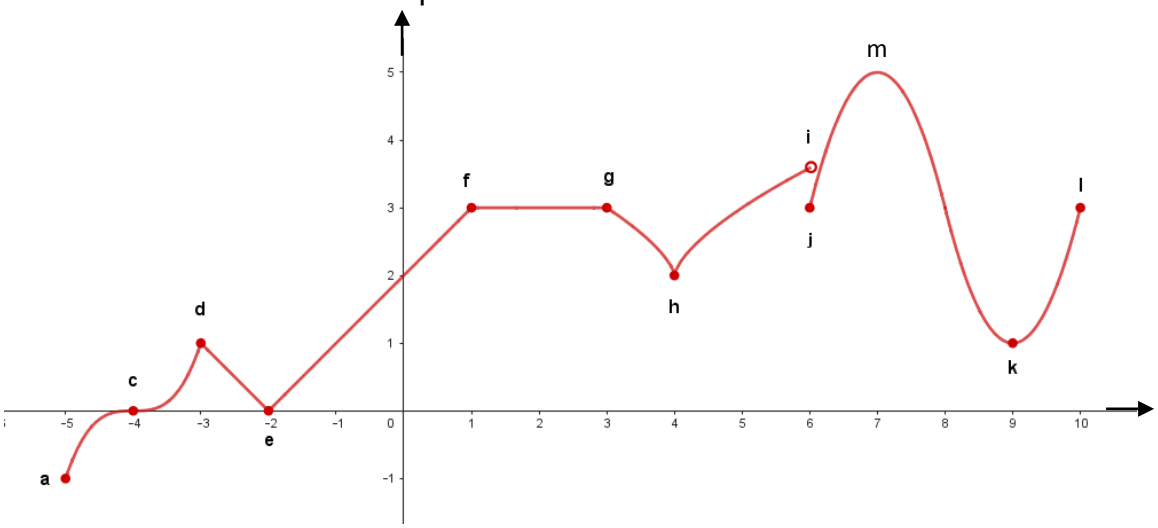
Ej.6-01

Dado el grafico de la función f definida en el intervalo [-5; 10]

a) Indicar los extremos relativos y absolutos de la función **f** en dicho intervalo**.**

b) Indicar en qué puntos la función **f** no es derivable y por qué, justifique.

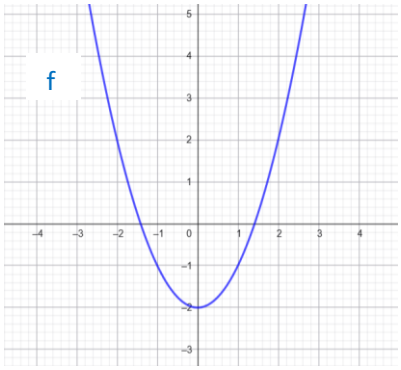
c) Indicar en qué puntos la función derivada primera de f es igual a 0. ¿Hay extremos relativos en dichos puntos?

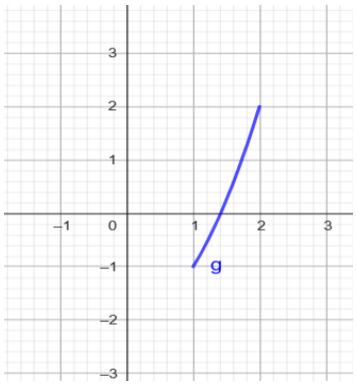


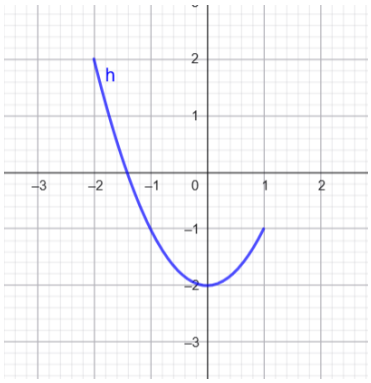
Ej.6-02

Dadas las funciones: $f: \mathbf{R} \to \mathbf{R} / f(x) = x^2 - 2$; ; $g: [1; 2] \to \mathbf{R} / \mathrm{g(x)} = x^2 - 2$

y $h: [-2; 1] \to \mathbf{R} \ / \ h(x) = x^2 - 2$ cuyas gráficas se acompañan, determine máximos y mínimos relativos y absolutos de cada una.







Ej.6-03

Determinar los intervalos de crecimiento y de decrecimiento, los puntos máximos y mínimos de las siguientes funciones:

$a) y = x^3 - 8$ $\quad b)\ y = x^2 - \frac{1}{x^2}$ $\quad c)\ y = \sqrt{\frac{2x^2 - x}{2}}$ $\quad d)\ y = 3 - \sqrt[3]{x+1}$

$e)\ y = ln\, x - \frac{x^2}{2}$ $\quad f)\ y = 2x + e^{-x}$ $\quad g)\ y = x^2 + \frac{2}{x}$ $\quad h)\ \mathrm{f(x) = x.\, e^{-x^2}}$

$i)\quad f(x) = \begin{cases} -x^2 + 4 \quad si\ x \leq 2 \\ \frac{x-2}{x-1} \quad si\ x > 2 \end{cases}$ $\quad$ j) $f(x) = sen\,(2x)$

Ej.6-04

Determinar *a, b* y *c* para que la función $y = ax^2 + bx + c$ tenga un máximo de 7 en *x* = 1 y su gráfica pase por P (2; -2)

Ej.6-05

¿Para qué valores de las constantes a, b la curva $y = a \ln x + bx^2 + x$ tiene extremos relativos en $x_1 = 1$ y $x_2 = 2$?. Para los valores de a y b hallados, clasifíquelos en máximos o mínimos.

Ej.6-06

Dadas las curvas $f(x) = x.ln\, x$; $g(x) = \frac{x}{ln\, x}$, verificar que cada una pase por el mínimo de la otra.

Ej.6-07

Sea la curva $x^2 + axy + by^2 = 1$. Hallar el valor real de los parámetros a y b sabiendo que tiene un extremo en el punto P (1; -2) y otro extremo en el punto

Q(-1;2). Indicar en cada caso si P y Q son máximos o mínimos.

Ej.6-08

Determine analíticamente el dominio y la imagen de $f(x) = \sqrt{x}.e^{5-9x^2}$

Ej.6-09

a) Encuentre a y b para que $f(x) = x.\sqrt{ax+b}$ tenga un extremo en (-4; -8) y decida si se trata de un máximo o un mínimo.

b) Dada $f(x) = a.\ln(ax+6) - x$. Se sabe que f tiene un mínimo relativo en el punto de abscisa $x = 1$. Determine el o los valores de $a \in \mathbf{R}$.

Ej. 6-10

Encontrar los puntos de inflexión y los intervalos de concavidad positiva y negativa de las siguientes funciones:

$a)\ y = x^3 - 2x \qquad b)\ y = \dfrac{x}{1+x^2} \qquad c)\ y = \dfrac{1-x}{1+x^2} \qquad d)\ y = \sqrt{\dfrac{x}{4-x}}$

$e)\ y = x^{\frac{5}{3}} + \frac{5}{9}x^2 \qquad f)\ y = x^2e^{-x} \qquad g)\ y = x^2\ ln\,x \qquad h)\ y = sen(2x)$ en $[0; 2\pi]$

Ej.6-11

Determinar *a, b, c* y *d* de modo que $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ tenga un punto de inflexión en Q (-2;6) y por recta tangente a $8x + y + 10 = 0$ en ese mismo punto, y, además, pase por P (0; -2)

Ej.6-12

¿Para qué valores de las constantes a, b la curva $x^2y + ax + by = 0$ tiene punto de inflexión en (2; 2,5)? ¿Qué otros puntos de inflexión posee?

Ej.6-13

Determinar la ecuación de la parábola cúbica $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ que pasa por (-1;1) y tiene un punto de inflexión con tangente horizontal en (-2;0)

Ej.6-14

Verificar que la abscisa del máximo de la curva $y = e^x x^2$ es la semisuma de los puntos de inflexión.

Ej. 6-15

De acuerdo con la gráfica, relacione la función de cada figura con una o más afirmaciones.

a) f´ existe y es **siempre** positiva en todo su dominio graficado.

b) f tiene segunda derivada **siempre** positiva en todo su dominio graficado.

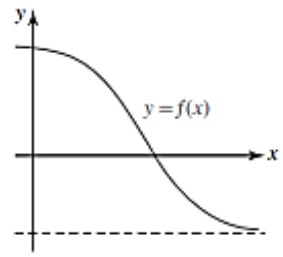
c) f tiene segunda derivada **siempre** negativa en todo su dominio graficado

d) La gráfica de f tiene punto de inflexión.

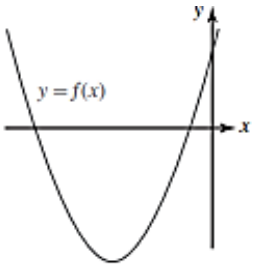
e) f es derivable en todo el dominio graficado

f) f tiene extremo relativo.

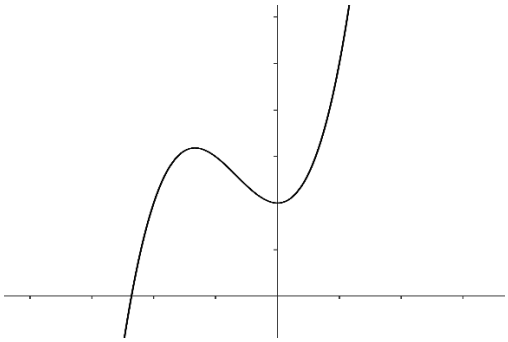
1)



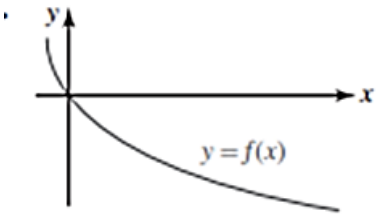
4)



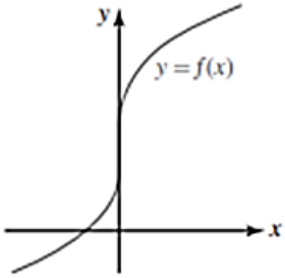
2)



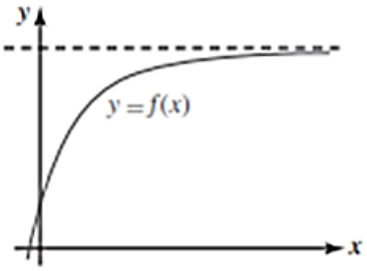
5)



3)



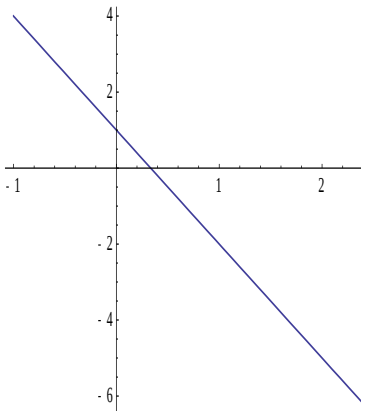
6)



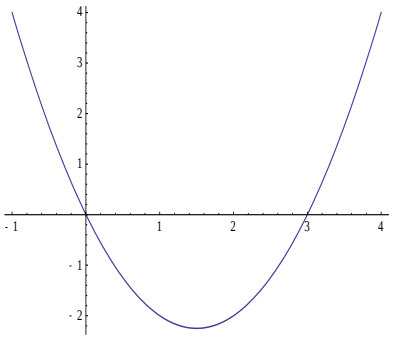
Ej.6-16

Se muestra en cada ítem la gráfica de una función f. Dibujar, en cada caso, una gráfica posible de la derivada primera de f

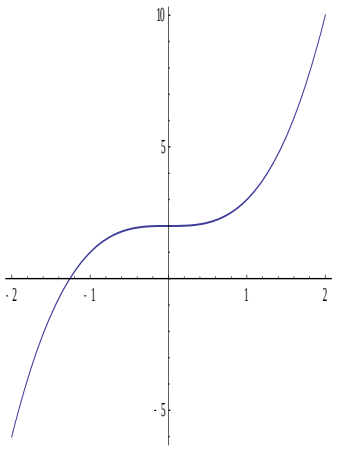
a)



b)



c)

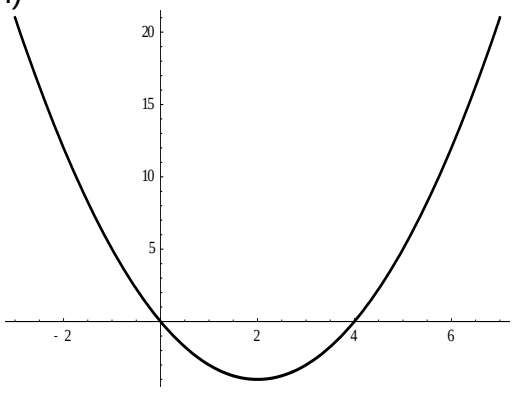


Ej.6-17

A continuación, se muestra en cada ítem la gráfica de la función derivada primera f' de una función f.

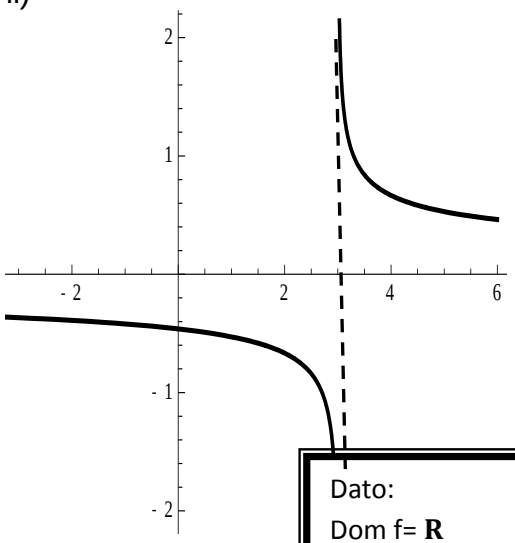
a) ¿Cuáles son los intervalos de crecimiento y de decrecimiento de f?
b) ¿En qué valores de *x* la función tiene un máximo o un mínimo local?
c) ¿En qué intervalos la función tiene concavidad positiva y/o negativa?
d) Indicar cuáles son los valores de x para los cuales existen puntos de inflexión.
e) Con los datos obtenidos graficar f.

i)



Dato:
Dom f= **R**
f (0) = 0

ii)



Dato:
Dom f= **R**
f (2) = 0.
f (4) =0

Ej.6-18

Realizar un gráfico aproximado de las funciones f y g cuyas características son:

a) f $continua$ en **R**; $f(-2)=3$; $f(2)=-1; f'(x)=0$; $\forall\ x>2;$

$f"(x)<0 \quad \forall\ x<2$

b) g $continua$ en **R**; $g(-1)=6$; $g(3)=-2;$ $g'(x)<0$ si $x<-1$;

$g'(-1)=g'(3)=-2;$ $g'(7)=0$; $g"(x)<0$ si $x<-1$;

$g"(x)=0$ $si\ x \in (-1;3)$; $g"(x)>0$ $si\ x>3$

Estudio completo de función

(Dominio, intersecciones con ejes, polos, asíntotas, paridad, continuidad, puntos críticos, extremos relativos, puntos de inflexión, intervalos de crecimiento y decrecimiento, intervalos de concavidad, gráfico e imagen).

Ej.6-19

Realizar el estudio completo de las siguientes funciones. Chequear los resultados obtenidos analíticamente con GeoGebra:

$a)\ y=\frac{1}{x^2+3}$; $b)\ y=\frac{x^2+1}{x}$; $c)\ y=\frac{x}{\sqrt{x-1}}$; $d)\ y=x\ln x$

$e)\ y=x-3(x+1)^{\frac{2}{3}}$; $f)\ y=x^x$; $g)\ y=e^x x^2$; h) $y=\frac{x}{x^2-1}$

Aplicación: Problemas de Optimización

Ej.6-20

La relación entre la potencia y la cantidad de revoluciones por minuto que desarrolla una turbina está dada por: N(n)=$-0{,}0010344\,n^2+0{,}45543\,n$, donde ***n*** es el número de revoluciones por minuto (rev/min) y **N** es la potencia en caballos de fuerza (hp). ¿Para qué valor de n la potencia es máxima y qué valor alcanza?

Ej.6-21

Se dispone de un alambre de longitud L>0. Con él se forma un rectángulo.
a) ¿Qué dimensiones del rectángulo maximizan el área?
b) ¿Cuál es el área máxima en función de L?

Ej.6-22

Un triángulo isósceles tiene un vértice en el origen de coordenadas, la base paralela al eje x, los extremos de ésta en la curva $12y = 36 - x^2$ con $y \geq 0$, hallar el área correspondiente al triángulo máximo.

Ej.6-23

Determinar el punto (x; y) sobre la recta $y = 5 - 3x$ más cercano al punto (1;-2).

Ej.6-24

Cada página rectangular de un libro contiene 30 pulgadas cuadradas de impresión, y debe tener un margen de 2 pulgadas en la parte inferior y superior, y 1 pulgada a cada lado (margen derecho y margen izquierdo). ¿Qué dimensiones debe tener cada página para emplear la menor cantidad de papel? ¿Cuál es la superficie que tiene cada página en ese caso?

Ej.6-25

Una lata cilíndrica, con volumen 54π u^3, debe ser fabricada de manera se use la menor cantidad posible de material. Hallar las dimensiones de la lata (radio de la base y altura), que minimizan la cantidad de metal usado.

Ej.6-26

Un depósito de chapa sin tapa, con forma de prisma recto de base cuadrada debe tener capacidad para V litros. Hallar las dimensiones del depósito para que en su fabricación se necesite la menor cantidad de chapa posible.

Ej.6-27

Hallar las dimensiones del rectángulo de lados paralelos a los ejes cartesianos y de área máxima, que puede inscribirse en una elipse de ecuación $\frac{x^2}{144} + \frac{y^2}{16} = 1$

Ej.6-28

Se debe armar una caja de 12 m^3 sin tapa de tal forma que su base sea un cuadrado. Si el material de la base cuesta \$300 el m^2 y el material de las caras laterales cuesta \$100 el m^2, determinar las medidas que debe tener esa caja para que el costo sea el menor posible. ¿Cuál es ese costo?

EJERCICIOS INTEGRADORES DE LA UNIDAD 6

Ej.1. Dada la función $f(x) = e^{-ax}.cosx$

- **a)** Calcular $a \in \mathbf{R}^+$, sabiendo que f tiene un punto de inflexión en x = 0.
- **b)** Para el valor de a calculado obtener el polinomio de Mac Laurin de grado 3 que aproxima a la función f . Hallar el valor de $f(0{,}5)$ utilizando dicho polinomio. Acotar el error cometido.
- **c)** A partir del polinomio, determina los intervalos donde la función aproximada es **creciente** o **decreciente**.
- **d)** Analizar la **concavidad** del polinomio y escribe los intervalos de concavidad positiva y negativa.
- **e)** **Compara** la función $f(x)$ y el polinomio de Mac Laurin obtenido $\left(P_3(x)\right)$ en el intervalo (0;1) (Puedes graficar los dos juntos en GeoGebra). Analiza analíticamente si ambos son crecientes o decrecientes y si presentan la misma concavidad en el intervalo mencionado. Finalmente, indica, según lo analizado, si el polinomio logra representar adecuadamente, la tendencia de la función en el intervalo (0;1).

Ej.2. Determinar si el enunciado es verdadero o falso. Si es falso, explicar por qué o proporcionar un ejemplo que lo demuestre. Si es verdadero justificar con la definición o propiedad correspondiente

a) Si una función derivable alcanza un valor máximo en un punto interior *c* de su dominio, entonces *f ´*(*c*) =0

b) Es posible que una función tenga un número infinito de extremos relativos.

c) Si el polinomio de Mac Laurin de orden 3 asociado a la función $f$es $P(x) = 3x^3 - 2x^2 + 1$ entonces $g(x) = f\left(ln(1+x)\right)$ tiene un mínimo local en $x_0 = 0$.

d) Si $f'(c) = f''(c) = 0$, entonces $f(c)$ no es máximo ni mínimo.

e) Si $f''(c) = 0$, entonces f tiene un punto de inflexión de coordenadas (*c*; *f*(*c*)).

f) Entre los rectángulos de área fija A, el cuadrado es el de mínimo perímetro.

g) Si f tiene un extremo relativo en x = a y x = b y se sabe que f´´(a). f´´(b) < 0 entonces uno es máximo relativo y el otro es mínimo relativo.

h) Si $\forall x \in (a;b) : g'(x) < 0 \rightarrow f(x) = e^{g(x)}$ es decreciente en $(a;b)$

i) Sea $f(x) = \ln(g(x))$. Si g´´(x) < 0 en todo su dominio $\rightarrow$La concavidad de$f$ es siempre positiva.

Ej.3.Enunciados propuestos para trabajar en la resolución de problemas mediante herramientas digitales.

✓ **Seleccionar un problema para trabajar en grupo.**

✓**Presentar un informe con la resolución del problema elegido**

PROBLEMA 1

Somos fabricantes de rejillas de desagüe pluvial cuadradas. Nuestros productos se realizan con chapas cuadradas de fundición y de acero inoxidable, sus precios son respectivamente de 2 y 3 euros por centímetro cuadrado.

La cuestión para resolver es: ¿qué longitudes deberemos elegir para los lados de las rejillas si queremos que el costo total sea mínimo? Si, además, estaríamos necesitando que la suma de los contornos de las rejillas sea de 1 m lineal para tener en cuenta los catálogos estándar de ventas.



Rejilla de desague Tapa Ciega de Acero



Rejilla acanalada de fundición Inoxidable

PROBLEMA 2

Un emprendimiento Inmobiliario quiere subdividir un lote en varias parcelas iguales y rectangulares, este loteo de parcelas posee un plano del terreno que permite edificar Chalets de 200 m^2 cubiertos. Este nuevo proyecto según la legislación de urbanización, indica que, entre el Chalet y los linderos de la parcela, debe haber un margen de 3 m lineales del lado Oeste y del lado Este; y 10 m lineales del lado Norte y del lado Sur.



Calcular:
Las dimensiones que deben tener las parcelas para que su área sea mínima.
¿Cuál será el área de cada parcela?

PROBLEMA 3

En el pasado era habitual que la mayoría de las propiedades domésticas estuvieran equipadas con un tanque de agua de 500 litros fabricado en fibras de asbesto (amianto), cuyo nombre comercial es el fibrocemento.

a) Se requiere verificar la forma óptima del tanque, es decir si cumple con la minimización del uso del material sin comprometer su funcionalidad y resistencia estructural.

b) ¿Por qué el fibrocemento ha dejado de ser un material ampliamente utilizado en la construcción de tanques de agua y otros productos?







PROBLEMA 4

Se va a construir un sector rectangular destinado al comedor de la facultad, utilizando una pared vidriada como un lado del sector y vallas para los otros tres lados, dejando dos espacios uno de entrada y uno de salida libres, de 1 m de ancho.



a) Dados 20 m de vallas disponibles, determine las dimensiones que crearían un sector de máxima área. ¿Cuál es el valor de dicha área?
b) Determine el área máxima si queremos hacer el mismo sector rectangular que en la figura, pero tenemos 30 m de vallas.

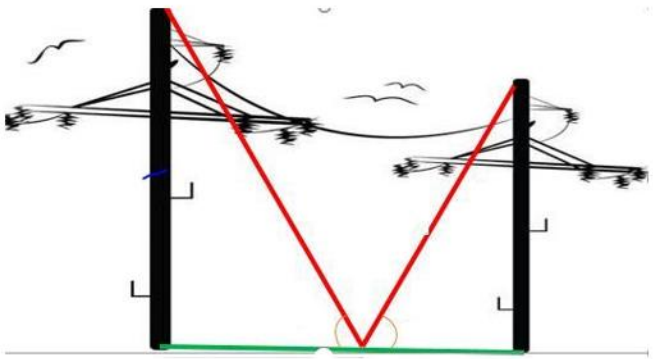
PROBLEMA 5

En un predio se instalan dos postes de tendido eléctrico, uno de 6 m y otro de 8 m de altura. Sus bases están apoyadas sobre un terreno horizontal y separadas 10 m entre sí.

Se desea estabilizarlos mediante un único cable que parta desde la parte superior del primer poste, se fije en un punto de anclaje ubicado sobre el suelo entre ambos, y continúe hasta la parte superior del segundo poste.

¿En qué punto del suelo debe colocarse el anclaje para que su longitud total sea mínima? ¿Cuál es esa longitud mínima?





ALGUNAS RESPUESTAS DE LOS EJERCICIOS PROPUESTOS

Ej. 6-1:

a) Máximo absoluto: $P(7; f(7))$; Máximos relativos: $P(-3;\ f(-3)), P(7; f(7))$;
Mínimo Absoluto: $P(-5, f(-5)$; Mínimos relativos: $P(-2;\ 0)$,
$P(4;\ f(4)), P(9, f(9)), P(6, f(6))$.
P(x,3) con $1 \leq x \leq 3$ es máx. relativo.
P(x,3) con $1 < x < 3$ es min. relativo.

b) En $x = -3, x = -2, x = 1, x = 3, x = 4$ no es derivable por punto anguloso ;
En $x = 6$ no es derivable, discontinuidad NO evitable ; $x = -5$ y $x = 10$
no es derivable por ser los extremos del dominio (solamente tenemos derivada por un lado)

c) $f'(x) = 0\ \forall x \in (1,3)$.
$f'(x) = 0$ en $x = -4, x = 7$ y $x = 9$, solo hay extremo relativo en $x = 7$ y
$x = 9$

Ej. 6.2

a) Min. absoluto (0,-2) Mín. relativo (0,-2)

b) Mín. absoluto (1,-1) Máx. absoluto (2,2)

c) Máx. absoluto (-2,2) Mín. absoluto (0,-2) Mín. relativo (0,-2)

Ej.6-3:

	a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
Mínimo	No tiene	No tiene	(0;0) $(\frac{1}{2};0)$	No tiene	No tiene	(-ln2, f (-ln 2))	(1,3)	$\left(-\sqrt{\frac{1}{2}};\frac{-1}{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{e}}{e}\right)$	(2;0)	$((4k+3)\frac{\pi}{4};-1)$ $k\in\mathbb{Z}$
Máximo	No tiene	No tiene	No tiene	No tiene	$(1,-\frac{1}{2})$	No tiene	No tiene	$\left(\sqrt{\frac{1}{2}};\frac{1}{\sqrt{2}}\frac{\sqrt{e}}{e}\right)$	(0,4)	$((4k+1)\frac{\pi}{4};1)$ $k\in\mathbb{Z}$
Crece	R	(0; +∞)	(1/2; +∞)	No crece	(0;1)	(-ln2; +∞)	(1; +∞)	$(-\sqrt{\frac{1}{2}};\sqrt{\frac{1}{2}})$	(-∞;0) U (2; +∞)	$-\frac{\pi}{4}+k\pi;\frac{\pi}{4}+k\pi)$ $k\in\mathbb{Z}$
Decrece	No decrece	(-∞;0)	(-∞;0)	R	(1; +∞)	(-∞, - ln2)	(-∞;0) U (0,1)	$(-\infty;-\sqrt{\frac{1}{2}})$ U $(\sqrt{\frac{1}{2}};\infty)$	(0;2)	$(\frac{\pi}{4}+k\pi;\frac{3\pi}{4}+k\pi)$ $k\in\mathbb{Z}$

Ej. 6-4:

$a=-9, b=18$ y $c=-2$

Ej. 6-5:

$a=-\frac{2}{3}, b=\frac{-1}{6}$. Es mínimo $x_1=1$ y es máximo $x_2=2$

Ej. 6-6:

Mínimo de f(x): $(\frac{1}{e},\frac{-1}{e})$, Mínimo de g(x): (e,e)

Ej. 6-7:

$a=1, b=\frac{1}{2}$, P (1,-2) es un mínimo relativo y Q (-1,2) es un máximo relativo

Ej. 6-8:

$$Df=[0,+\infty);\ If=\left[0,\frac{e^{19/4}}{\sqrt{6}}\right]$$

Ej. 6-9:

a) $a=2\ y\ b=12$. Es un mínimo relativo b) $a=-2$

Ej. 6-10:

	Punto de inflexión	Concavidad Positiva	Concavidad Negativa
a	$(0;0)$	$(0;+\infty)$	$(-\infty;0)$
b	$(0;0)$; $\left(-\sqrt{3};-\frac{\sqrt{3}}{4}\right);(\sqrt{3};\frac{\sqrt{3}}{4})$	$\left(-\sqrt{3};0\right) \cup (\sqrt{3};+\infty)$	$(-\infty;-\sqrt{3}) \cup (0;\sqrt{3})$
c	$(-1;1)$; $\left(2-\sqrt{3};\frac{1+\sqrt{3}}{4}\right)$; $\left(2+\sqrt{3};\frac{1-\sqrt{3}}{4}\right)$	$(-\infty;-1) \cup (2-\sqrt{3};2+\sqrt{3})$	$(-1;2-\sqrt{3}) \cup (2+\sqrt{3};\infty)$
d	$(1;\frac{\sqrt{3}}{3})$	$(1;4)$	$(0;1)$
e	(-1,-$\frac{4}{9}$), (0,0)	$(-\infty;-1) \cup (0,+\infty)$	$(-1;0)$
f	$\left(2+\sqrt{2};\left(2+\sqrt{2}\right)^2 e^{-(2+\sqrt{2})}\right)$; $\left(2-\sqrt{2};\left(2-\sqrt{2}\right)^2 e^{-(2-\sqrt{2})}\right)$	$(-\infty;2-\sqrt{2}) \cup (2+\sqrt{2};+\infty)$	$(2-\sqrt{2}\ ;\ 2+\sqrt{2})$
g	$(e^{-3/2};-\frac{3}{2}e^{-3})$	$(e^{-3/2};+\infty)$	$(0;e^{-3/2})$
h	En $[0,2\pi]$ $\left(\frac{\pi}{2},0\right)$; $\left(\frac{3\pi}{2};0\right)$; $(\pi;0)$	$(\frac{\pi}{2};\pi) \cup (\frac{3\pi}{2};2\pi)$	$(0;\frac{\pi}{2}) \cup (\pi\ ;\frac{3\pi}{2})$

Ej.6-11:

$a = 1;\ b = 6;\ c = 4;\ d = -2$

Ej.6-12:

$a = -20/3;\ b = 4/3$ Punto de inflexión $(2;2{,}5);\ (0;0);\ (-2;\ -2.5)$

Ej.6-13:

$y = x^3 + 6x^2 + 12x + 8$

Ej.6-14:

Puntos de inflexión: $\left(-2-\sqrt{2};e^{-2-\sqrt{2}}(12+8\sqrt{2})\right) y$

$\left(-2+\sqrt{2};e^{-2+\sqrt{2}}(12-8\sqrt{2})\right)$; Punto máximo (-2, 4 e^{-2})

Ej.6-15:

a) Funciones 3 y 6
b) Función 4 y 5
c) Función 6
d) Funciones 1, 2 y 3
e) Funciones 1, 2, 3,4, 5 y 6
f) Funciones 2 y 4

Ej.6.17:

	crece	decrece	máximo	mínimo	Concavidad positiva	Concavidad negativa	Pto de inflexión
i)	$(-\infty, 0) \cup (4, +\infty)$	(0,4)	(0, f (0))	(4, f (4))	$(2, +\infty)$	$(-\infty; 2)$	(2, f (2))
ii)	$(3, +\infty)$	$(-\infty, 3)$	No tiene	(3, f (3))	No tiene	$(-\infty; 3) \cup (3, +\infty)$	No tiene

Ej.6-20:

n≈220,14 rev/min, N (máxima) ≈50,13 hp

Ej.6-21:

Área máxima $= 1/16\ \mathrm{L}^2$, ancho $=$ largo $= 1/4\ \mathrm{L}$

Ej.6-22:

área $= 4\sqrt{3}$

Ej.6-23:

el punto es (2,2; -1.6)

Ej.6-24:

Ancho: $\sqrt{15} + 2$; Alto: $2\sqrt{15} + 4$

Área mínima$= 38 + 8\sqrt{15} \approx 68.98\ \ pulg^2$

Ej.6-25:

$r = 3$ (radio de la base); $h = 6$ (altura de la lata)

Ej.6-26:

$l = \sqrt[3]{2V}$ (lado de la base); $h = \sqrt[3]{\frac{V}{4}}$ (altura del prisma)

Ej.6-27:

$12\sqrt{2}$ y $4\sqrt{2}$

Ej.6-28:

$x = 2\,m$; $h = 3m$ y el costo mínimo de $3600

EJERCICIOS INTEGRADORES

Ej.1.

a) a = 1

b) $P_3(x) = 1 - x + \frac{x^3}{3}$

$P_3(0{,}5) = \frac{13}{24} \approx 0{,}541\hat{6}$

$R_3(0{,}5) \leq \frac{1}{96} = 0{,}010416\hat{6}$

c) Creciente: $(-\infty, -1)\mathrm{U}(1, +\infty)$
Decreciente: (-1,1)

d) Concavidad positiva: (0, $+\infty$)
Concavidad negativa: $(-\infty, 0)$

e) f es decreciente en (0,1)
f tiene concavidad positiva en (0,1)
Por lo tanto, en el intervalo (0,1) el polinomio de grado 3 refleja correctamente la tendencia de la función.

Ej.2.

a) Verdadero (Teorema de Fermat)
b) Verdadero
c) Falso, tiene un máximo local en el punto considerado.
d) Falso
e) Falso
f) Verdadero
g) Verdadero
h) Verdadero
i) Falso

Ej.3.

PROBLEMA 1

Lado de la rejilla de fundición: 15 cm; Lado de la rejilla de acero inoxidable $\boxed{10\text{ cm}}$; Costo mínimo $\boxed{750\text{ euros.}}$

PROBLEMA 2

Dimensiones del chalet: $7{,}746$ m $\times$ $25{,}820$ m;
Dimensiones mínimas de la parcela: $\boxed{13{,}746\text{ m} \times 45{,}820\text{ m}}$;Área mínima de la parcela: $\boxed{320 + 80\sqrt{15}\text{ m}^2 \approx 629{,}83\text{ m}^2}$.

PROBLEMA 3

a) $\boxed{r \approx 0{,}430\text{ m}}$; $\boxed{h \approx 0{,}860\text{ m}}$ (verificándose que $\boxed{h = 2r}$).

b) El fibrocemento tradicional dejó de utilizarse porque contenía **asbesto (amianto)**, cuyas fibras pueden provocar enfermedades pulmonares graves y distintos tipos de cáncer. Por ello, ha sido reemplazado por materiales más seguros que conservan las propiedades mecánicas sin los riesgos para la salud.

PROBLEMA 4

a) Con 20 m de vallas: Ancho: $\boxed{5{,}5\ \text{m}}$;Largo: $\boxed{11\ \text{m}}$;Área máxima: $\boxed{60{,}5\ \text{m}^2}$

b) Con 30 m de vallas: Ancho: $\boxed{8\ \text{m}}$;Largo: $\boxed{16\ \text{m}}$;Área máxima: $\boxed{128\ \text{m}^2}$

PROBLEMA 5

Ubicación del anclaje: $\boxed{\frac{30}{7}\ \text{m} \approx 4{,}29\ \text{m}}$;desde la base del poste de 6 m (o equivalentemente, $\frac{40}{7} \approx 5{,}71$m desde la base del poste de 8 m);

Longitud mínima del cable: $\boxed{2\sqrt{74}\ \text{m} \approx 17{,}20\ \text{m}.}$