UNIDAD 4

TEOREMAS SOBRE FUNCIONES DERIVABLES

Lic. Alejandro F. Grahl

TEOREMA DE ROLLE

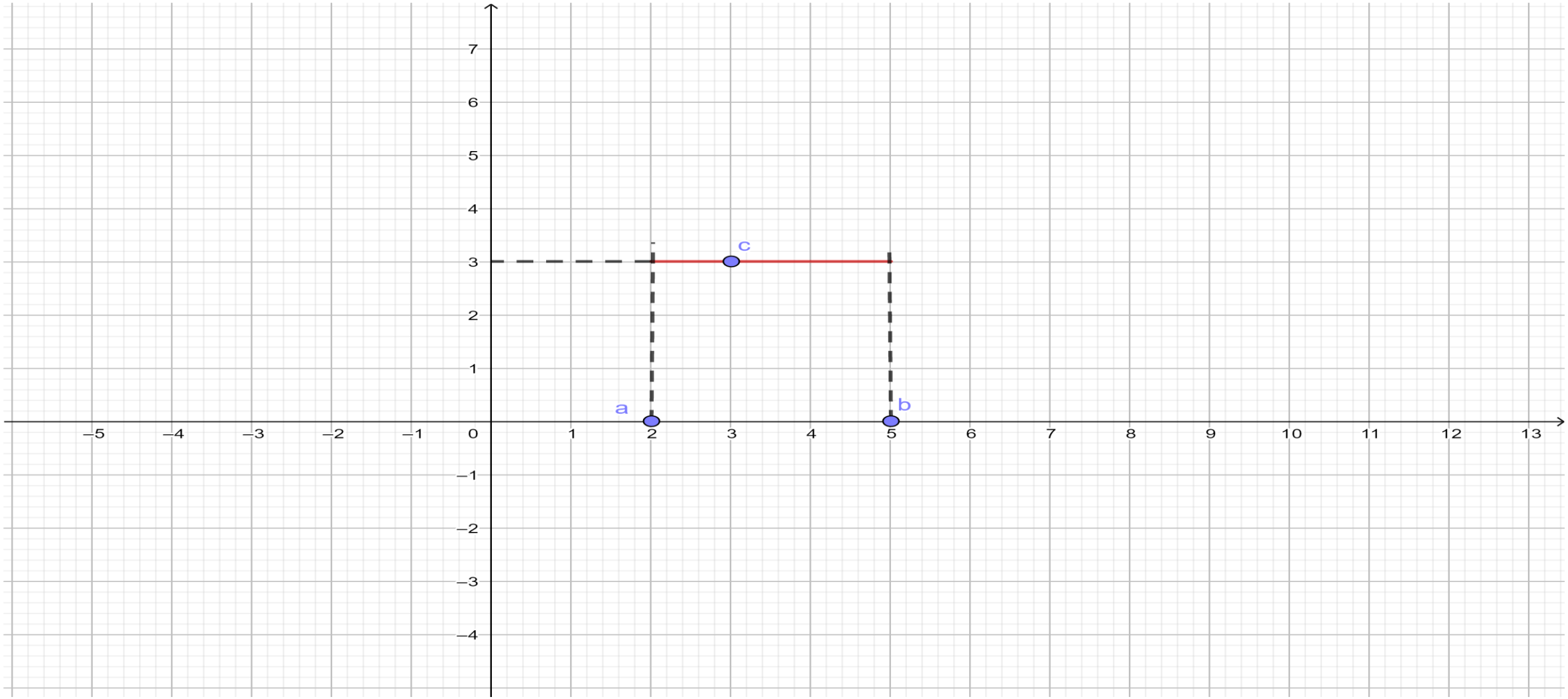
- H) f(x) es continua en [a;b]
  - f(x) es derivable en (a;b)
    - f(a)=f(b)
- T) $\exists\ c \in (a;b)/\ f'(c)=0$

Interpretación geométrica:

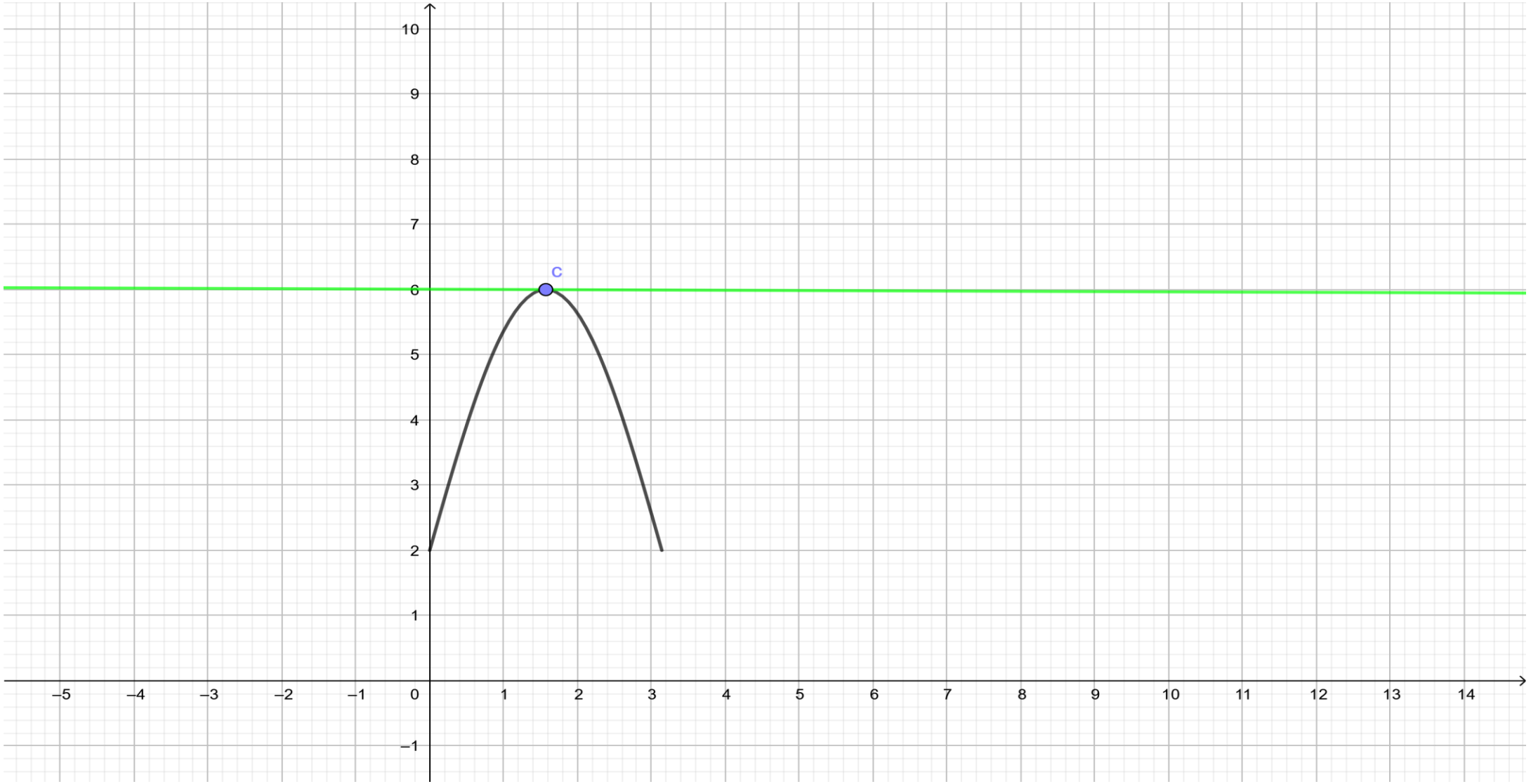
Existe al menos un punto (c;f(c)) en el gráfico de la función en el que la pendiente de la recta tangente que pasa por (c;f(c)) es nula. Es decir, dicha recta es horizontal.

Casos posibles

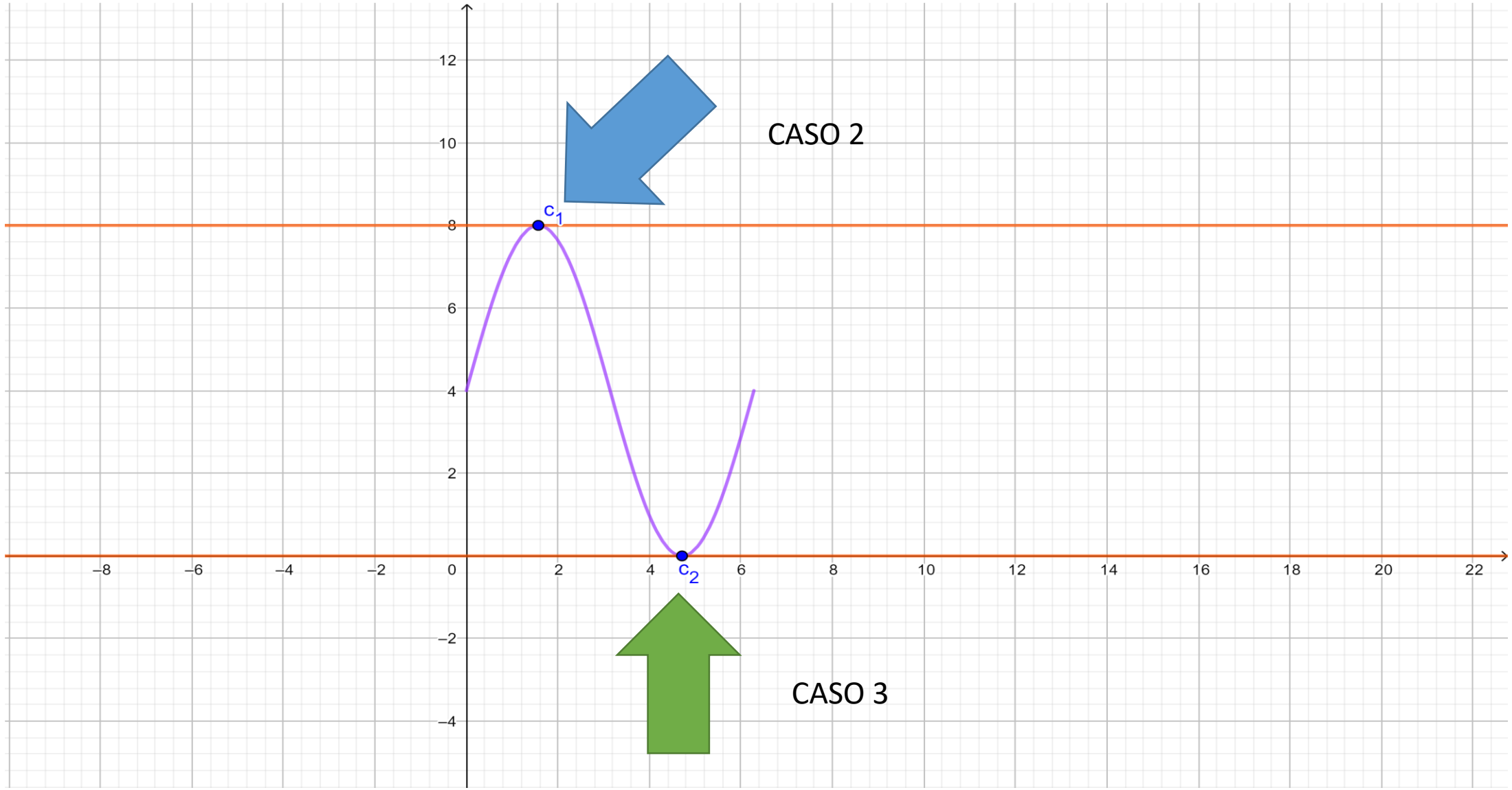
- 1) f(x)=K (cte.)



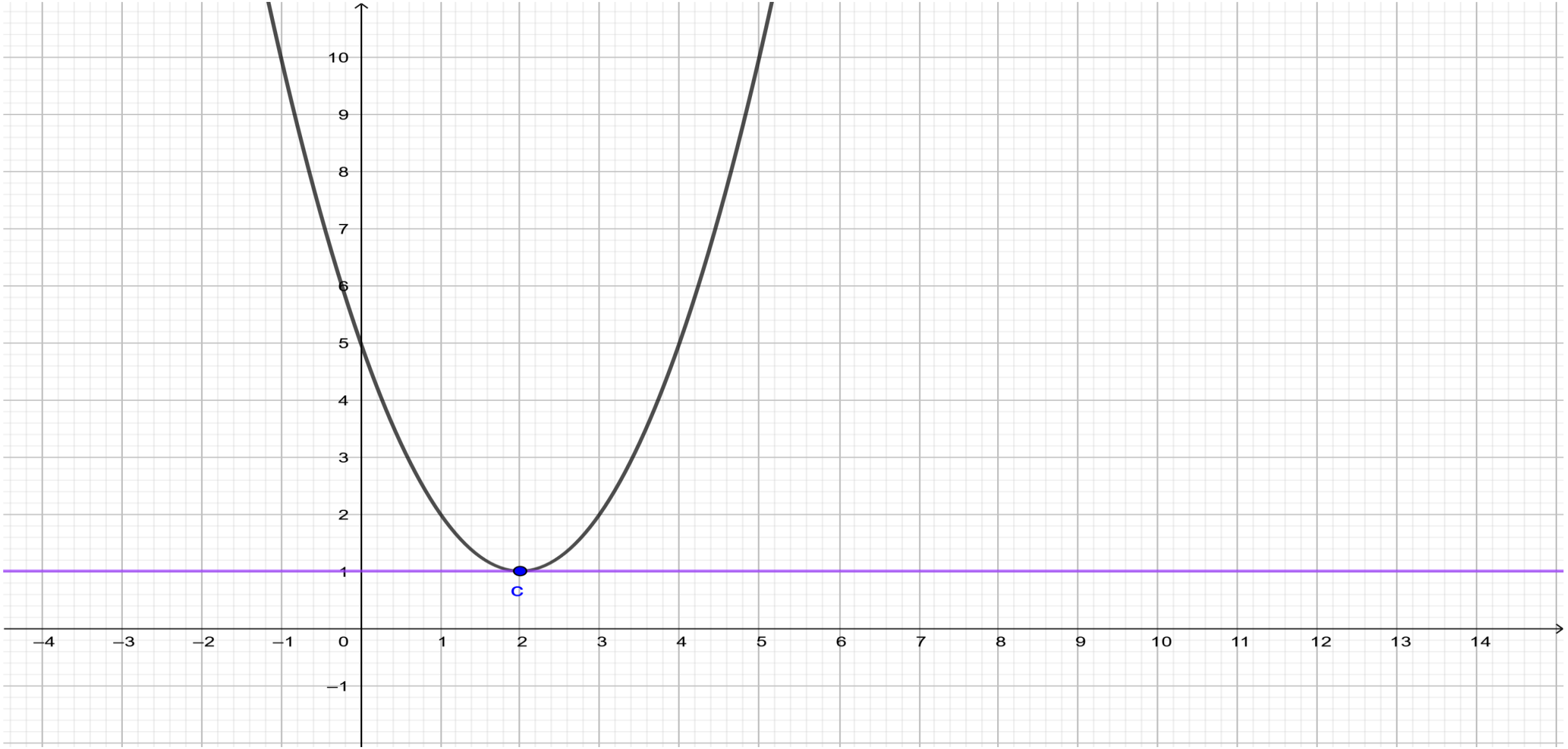
2) f(x)>f(a) para x ∈ (a;b)



Ídem:



3) f(x)<f(a) para x ∈ (a;b)



Teorema del valor medio (del cálculo diferencial) o Teorema de Lagrange

- H) f(x) es continua en [a;b]

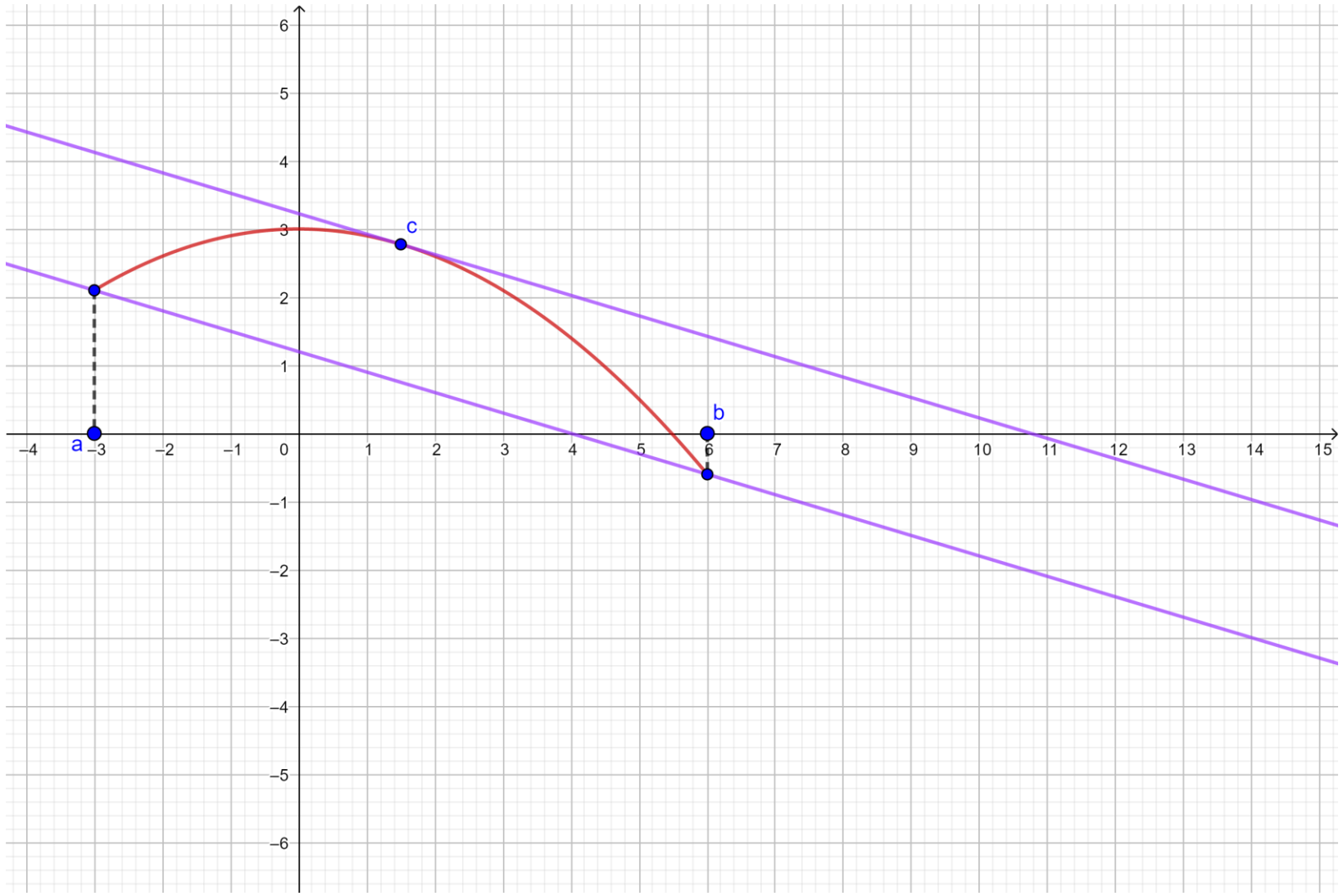
  f(x) es derivable en (a;b)

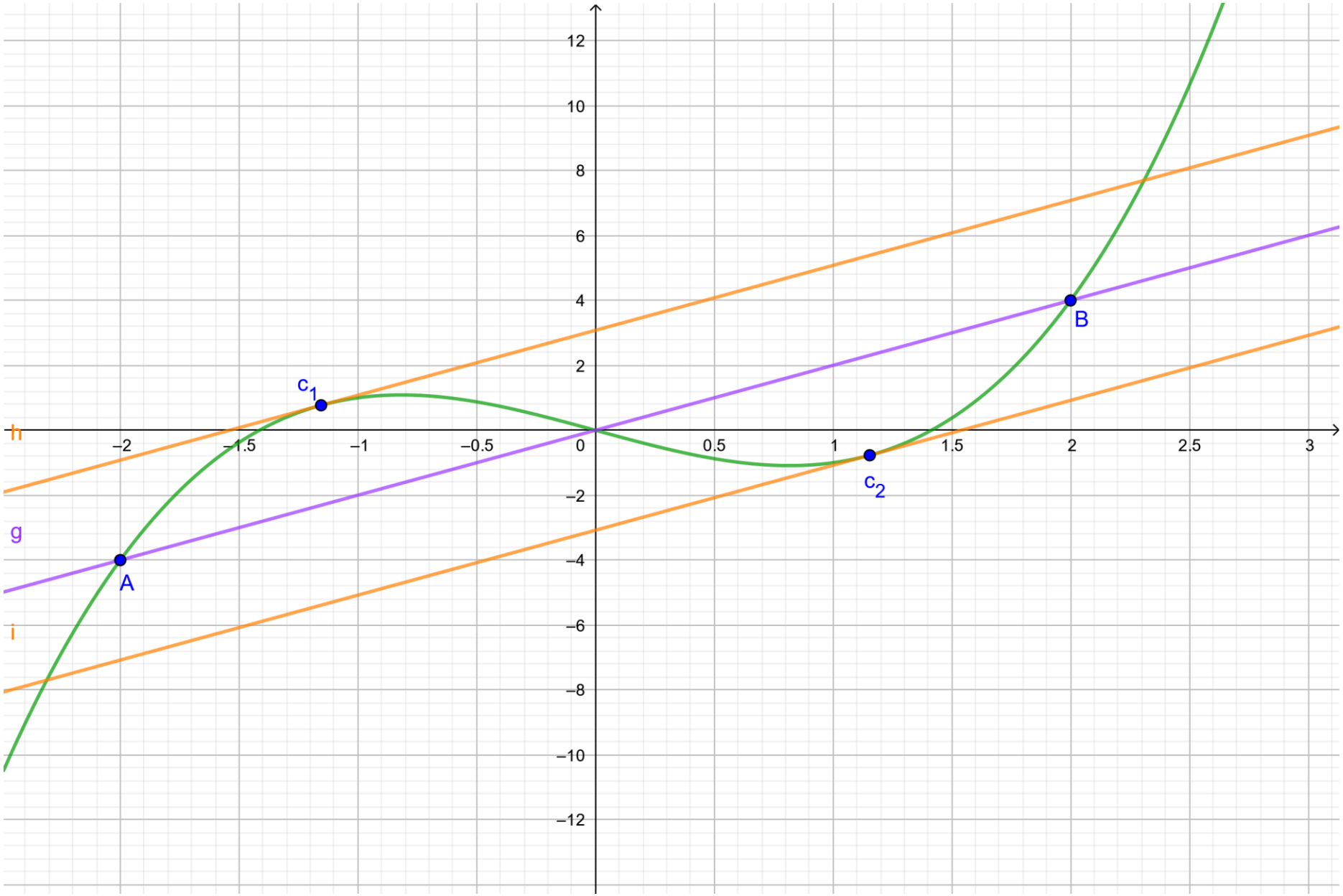
T) $\exists$ c $\in$ (a;b)/ $f'(c) = \frac{f(b)-f(a)}{b-a}$

Interpretación geométrica:

Existe al menos un punto (c;f(c)) en el gráfico de la función en el que la pendiente de la recta secante que pasa por los puntos de abscisas x=a y x=b, es igual a la pendiente de la recta tangente que pasa por (c;f(c)). Es decir, ambas rectas son paralelas.

Ejemplos:




12
10
8
6
4
2
−2
−4
−6
−8
−10
−12
−2
−1.5
−1
−0.5
0
0.5
1
1.5
2
2.5
3
h
g
i
A
B
c1
c2

Teorema de Cauchy

- H) f(x) y g(x) son continuas en [a;b]

  f(x) y g(x) son derivables en (a;b)

  $\forall x \in (a;b): g'(x) \neq 0$

  T) $\exists$ c $\in$ (a;b)/ $\frac{f'(c)}{g'(c)} = \frac{f(b)-f(a)}{g(b)-g(a)}$

Regla de L´Hopital

f(x) y g(x) son derivables en (a;b)

$\forall x \in (a;b): g'(x) \neq 0$

Si se tiene una forma indeterminada del tipo $\frac{0}{0}$ o bien del tipo $\frac{\infty}{\infty}$, $\exists\ c \in (a;b)$:

puede probarse que:

$$\lim_{x \to c} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \to c} \frac{f'(x)}{g'(x)}$$

si existe dicho límite, o si es ∞ ó -∞