



Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional Haedo
Departamento Ing. Electrónica
Electrónica Aplicada II

RESPUESTA EN FRECUENCIA DE
UN CIRCUITO REALIMENTADO

***Análisis de estabilidad para la configuración
inversora y no inversora con AO.***

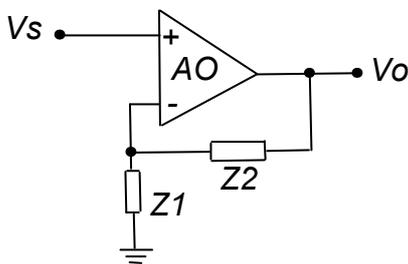
Análisis de un circuito derivador ideal y real.

Diseño de un circuito derivador.

Análisis de un circuito integrador ideal y real.

PROFESOR: ING. HUGO APARICIO

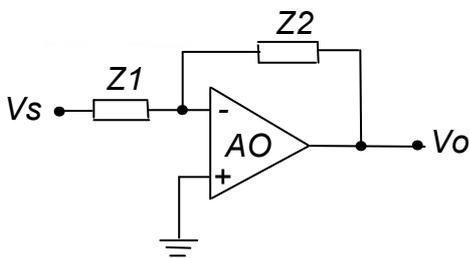
J.T.P.: ING. ALEJANDRO POHL

RESPUESTA EN FRECUENCIA DE UN CIRCUITO REALIMENTADONO INVERSOR

$$A_{ft} = \frac{V_o}{V_s} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_1} = 1 + \frac{Z_2}{Z_1}$$

$$\beta = \frac{1}{A_{ft}} = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

$$A_f = \frac{A_{ft}}{1 + \frac{1}{\beta A}} \quad (1)$$

INVERSOR

$$A_{ft} = -\frac{Z_2}{Z_1} \quad \beta' = \frac{Z_1}{Z_1 + Z_2}$$

$$A_f = \frac{A_{ft}}{1 + \frac{1}{\beta' A}} \quad (2)$$

Vemos que el denominador de la ganancia realimentada se mantiene. Recordemos que β es real, pero A es complejo, tiene módulo y fase. Si analizamos el denominador de (1) y (2) y tratamos de buscar una singularidad estaremos en presencia de un oscilador pues A_f tiende a infinito.

Condiciones de un oscilador.

$$\text{Condición de Barkhausen (simultanea)} \quad \left\{ \begin{array}{l} |\beta \cdot A| = 1 \\ \phi_{\beta A} = \pm 180^\circ \end{array} \right.$$

$$1 + \frac{1}{|\beta| \cdot e^{j\phi_\beta} \cdot |A| \cdot e^{j\phi_A}} = 1 + \frac{1}{\underbrace{|\beta| \cdot |A|}_1 \cdot \underbrace{e^{j(\phi_\beta + \phi_A)}}_{180^\circ}} = 1 - 1 = 0$$

Para determinar cuan lejos estoy de la condición de Barkhausen:

Margen de fase (MF): diferencia de fase del circuito respecto de $\pm 180^\circ$ cuando el módulo de $\beta \cdot A = 1 = 0\text{dB}$

Margen de ganancia: cuan lejos estoy de la ganancia a 0dB .

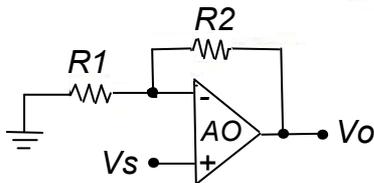
Condición de estabilidad

Se considera estable a un circuito si el MF $\geq 45^\circ$

Se propuso 45° debido a que en 30° la oscilación amortiguada es inestable desde el punto de vista de la distorsión, por lo tanto se adoptó 45° .

Ejemplo:

Circuito no inversor con Z1 y Z2 perteneciente a los reales.



a) $Z1 = R1$ $Z2 = R2$ $R2 = 9.R1$
 AO = LM741 $A_{VOL} = 100.000$ $f_p = 10\text{Hz}$

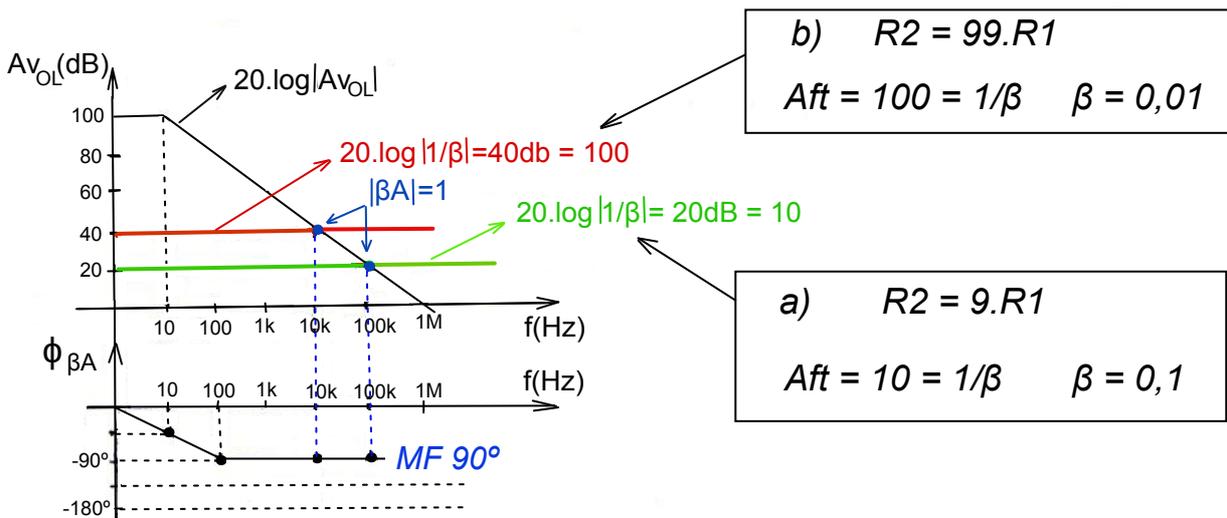
$$A_{ft} = \frac{R1+R2}{R1} = 1 + \frac{R2}{R1} = 1/\beta = 10 \quad \beta = 1/10 = 0,1$$

$$A_f = \frac{A_{ft}}{1 + \frac{1}{\beta.A}}$$

Donde: $\beta.A = |\beta.A| \cdot e^{j\phi_{\beta A}}$

$$20.\log |\beta A| = 20.\log |A| + 20.\log |\beta|$$

$$20.\log |\beta A| = 20.\log |A| - 20.\log |1/\beta|$$



Vemos que el circuito es estable hasta $A_{ft}=1=0\text{dB}$, pues siempre el MF $> 45^\circ$, por lo tanto la conclusión es:

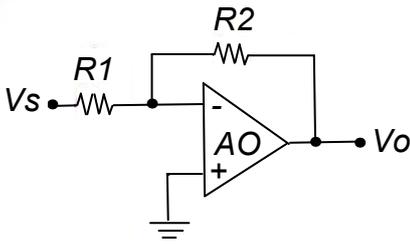
Si β pertenece a los reales y la ganancia a lazo abierto tiene un único polo, el circuito es estable.

Ejemplo

Circuito inversor

$R1 = 1K\Omega \quad R2 = 10K\Omega$

$Av = 100.000 \quad fp1 = 10Hz \quad fp2 = 100kHz$

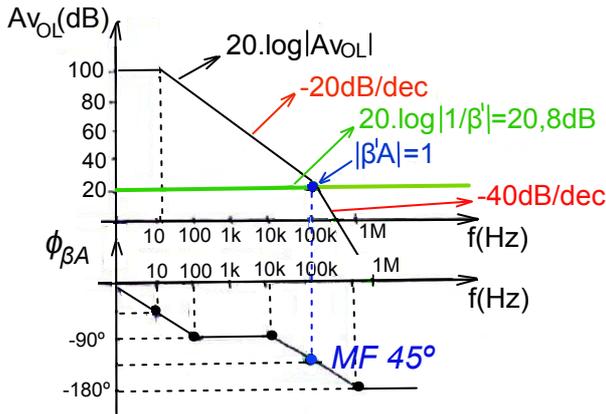


$$|A_{ft}| = \frac{R2}{R1} = 10$$

$$|A_f| = \frac{A_{ft}}{1 + \frac{1}{\beta'A}}$$

$$\beta' = \frac{R1}{R1+R2} = 0,0909 \quad 1/\beta' = 11 = 20,8dB$$

$$20 \cdot \log|\beta'A| = 20 \cdot \log|A| - 20 \cdot \log|1/\beta'|$$



Vemos en este ejemplo que las restricciones del MF, para que sea estable, estará en las ganancias pequeñas (< 20dB), puesto que si intersectamos una recta de mayor pendiente (-40dB/dec) el circuito se vuelve inestable, siempre considerando Z1 y Z2 resistivos.

En el ejemplo para $Av_f < 10$ el circuito es inestable. Existen AO en los cuales el fabricante indica cual es la mínima ganancia que se puede utilizar.

La estabilidad de un circuito se analiza sin señal, con todas las entradas a masa, por lo tanto es independiente de la configuración utilizada.

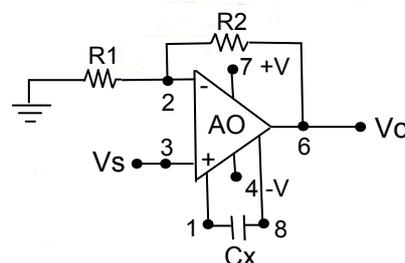
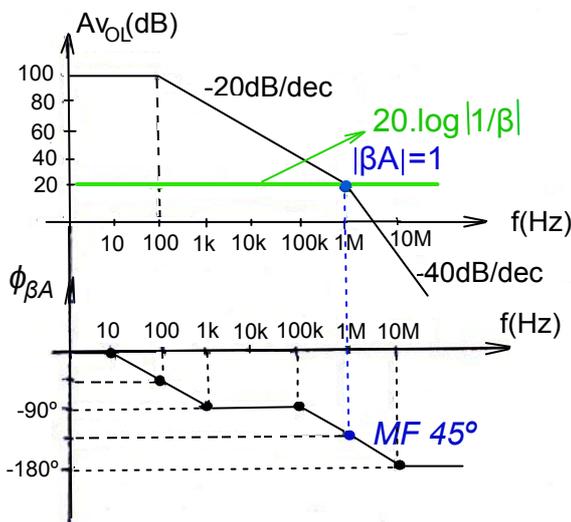
La línea de AO LM101- 201- 301 tiene un pin-out que deja 2 patas para colocar un capacitor que genera el polo dominante. Si el capacitor es 10 veces menor que el usual ($C_x=30pF$ en el LM741) o sea de $3pF$ se desplaza el polo una década con lo cual se aumenta el BW.

Configuración no inversora:

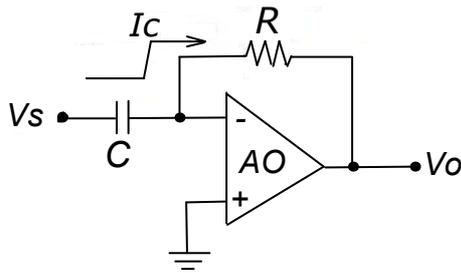
$R2 = 9 \cdot R1 \quad Av = 100.000 \quad Cx = 3pF$

$fp1 = 100Hz \quad fp2 = 1MHz$

1- 8 = terminales para capacitor polo dominante



Derivador ideal



$$Z1 = 1/SC \quad Z2 = R$$

$$Aft = - \frac{Z2}{Z1} = - SCR = \frac{Vo}{Vs} (s)$$

$$|Aft|_{dB} = \left| \frac{Vo}{Vs} \right|_{dB} = 20 \cdot \log \frac{\omega}{\omega_0}$$

$$Vo(s) = - SCR \cdot Vs(s)$$

$$Vo(t) = - CR \cdot \frac{dVs(t)}{dt}$$

Equivale a amplificar a cada frecuencia de forma diferente

Análisis de estabilidad

Ejemplo AO = LM741 C = 4,7nF R = 22kΩ

$$\beta' = \frac{Z1}{Z1+Z2} = \frac{1/SC}{1/SC + R} = \frac{1}{1+ SCR}$$

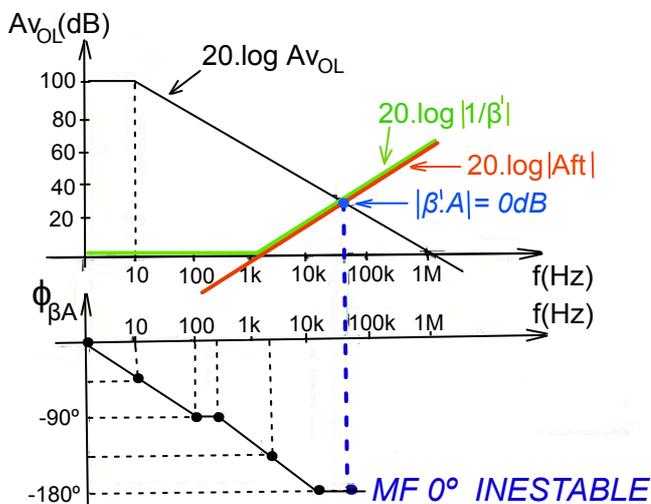
$$\omega = 1/C = 9,67 \text{ krad/s}$$

$$\tau = R \cdot C = 103,4\mu s$$

$$fp = 1,54 \text{ kHz}$$

$$1/\beta' = 1 + SCR$$

$$|1/\beta'|_{dB} = 20 \cdot \log \sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$



En $Av=f(\text{frec})$ graficamos $|1/\beta'|$ para obtener el cruce con Av donde $|\beta'.A| = 0\text{dB}$.

En el gráfico de la fase representamos la fase de Av y de β' .

Vemos que es un oscilador, puesto que $Z1$ no es real, por lo tanto β tampoco es real, tiene parte compleja.

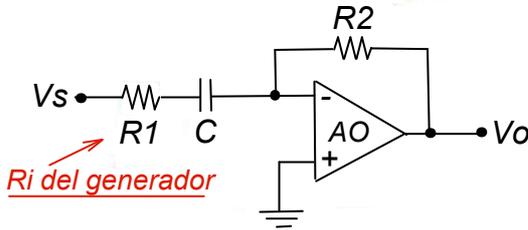
$1/\beta' = (1 + SCR)$ no es la transferencia del circuito. —

La transferencia del circuito es: $Aft = \frac{Vo}{Vs} (s) = - SCR$ —

Derivador real

El circuito debe tener un elemento que genere un cero en β' que compense la fase del polo y pueda recuperar el MF = 90° cuando $|\beta'A|=1$.

Esto indica que el polo y cero deben estar a una década.



Si hacemos a $V_s=0$ vemos que oscilará, pero al inyectar señal no. Esto se debe a que la resistencia interna del generador produce un cero que compensa el polo de β' .

$$\beta' = \frac{Z1}{Z1+Z2} = \frac{R1+1/SC}{R1+R2+1/SC}$$

Si $R2 \geq 10 \cdot R1 \rightarrow (R1+R2) \cong R2$

$$\beta' \cong \frac{R1+1/SC}{R2+1/SC} = \frac{1+SCR1}{1+SCR2} \rightarrow f_o = 15,4kHz$$

$$\rightarrow f_p = 1,54kHz$$

Supongamos:

$R1 = 2,2k\Omega \quad R2 = 22k\Omega \quad C = 4,7nF$

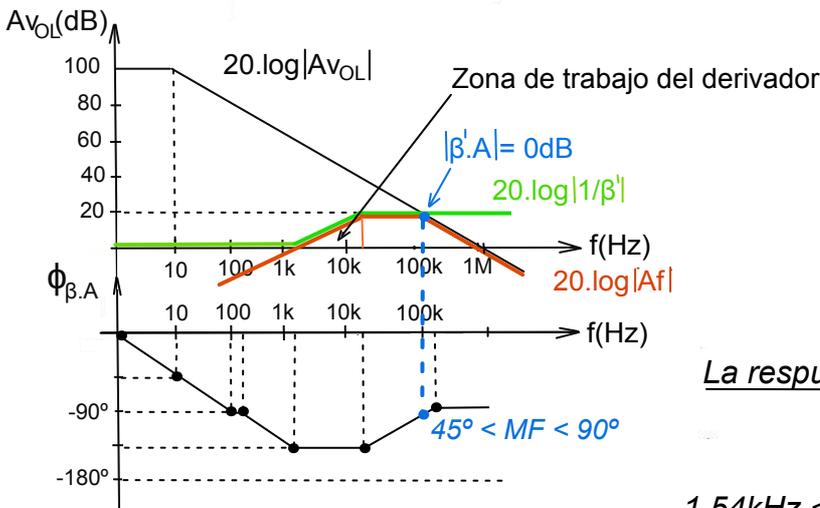
$$1/\beta' \cong \frac{1+SCR2}{1+SCR1} \rightarrow f_o = 1,54kHz$$

$$\rightarrow f_p = 15,4kHz$$

La transferencia del circuito es:

$$Af = \frac{V_o}{V_s}(s) = - \frac{Z2}{Z1}$$

$$Af = - \frac{R2}{R1+1/SC} = - \frac{SCR2}{1+SCR1}$$



La respuesta en frec. del cto. es la siguiente:

- $f < 1,54kHz$ deriva y atenua
- $1,54kHz < f < 15,4kHz$ deriva y amplifica
- $15,4kHz < f < 100kHz$ amplifica
- $100kHz < f < 1MHz$ integra y amplifica
- $f > 1MHz$ integra y atenua

Los circuitos derivadores activos se utilizan en la gama de frecuencias que derivan y amplifican, por lo tanto si aplicamos un tren de pulsos rectangulares, el 98% de su potencia se encuentra en las 3 primeras armónicas.

En el caso de las señales cuadradas y triangulares se descomponen en armónicas impares.

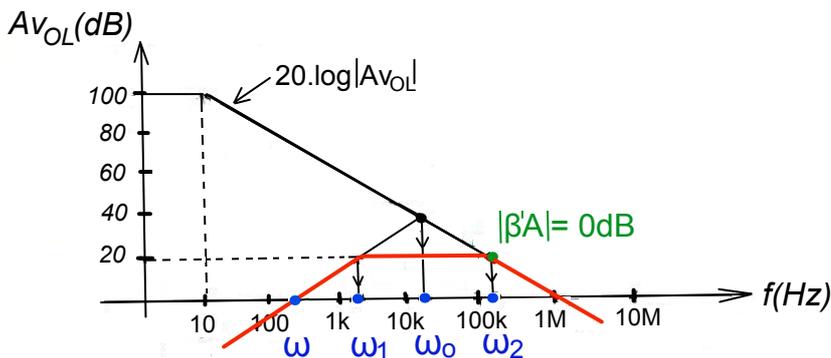
En todos los casos debe tenerse en cuenta que hasta la tercer armónica de la señal este dentro de la zona de trabajo en la cual el circuito deriva y amplifica.

Por lo tanto debemos conocer a la señal a derivar para poder trabajar dentro del rango de frecuencias de derivación y amplificación.

Diseño de un circuito derivador

Datos: Amplificador operacional y señal a derivar.

De lo visto anteriormente tenemos que:



$\omega = \text{polo de } \beta' = (1 + SCR2)$
 $\omega_1 = \text{cero de } \beta' = (1 + SCR1)$
 $\omega_2 = \text{punto donde } |\beta'A| = 0\text{dB}$
 $\omega_0 = \text{media geométrica de } \omega_1 \text{ y } \omega_2$

Conviene que ω_2 este por lo mínimo a una década de ω_1 para que el cero de β' complete la fase de 90° , entonces en el punto de cruce de $|\beta'A|$ el MF = 90° . Si la distancia es mayor a una década el MF no aumenta y la ganancia disminuye. Si en cambio la distancia entre ω_1 y ω_2 es menor a una década, la ganancia aumenta y si el MF > 45° el circuito es estable.

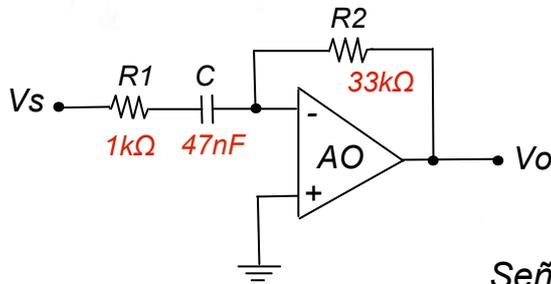
Condiciones de diseño del derivador

$$\left\{ \begin{array}{l} f_2 = 10 f_1 \\ f_0^2 = f_1 \cdot f_2 \quad f_0^2 = f_1 \cdot 10 f_1 = 10 f_1^2 \quad f_1 = \frac{f_0}{\sqrt{10}} \\ \omega = (\omega \text{ a derivar})/5 = \omega'/5 \\ \omega' = \text{pulsación angular o frec. de la señal a derivar} \end{array} \right.$$

Ejemplo:

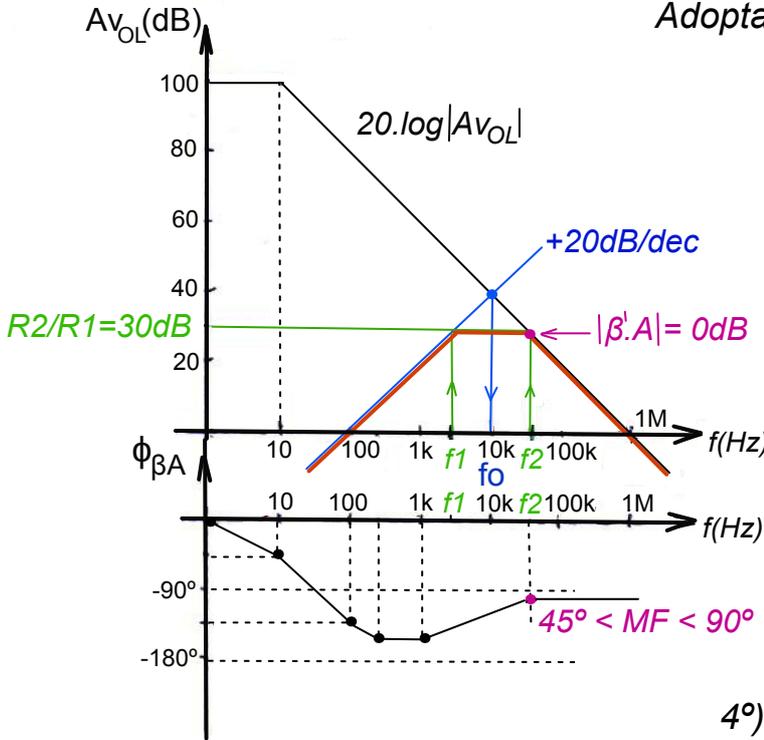
Datos: AO: LM741 $A_{v_{OL}} = 100.000$ $f_p = 10\text{Hz}$

Señal a derivar : $100 \cdot \text{sen } 3140 \text{ (rad/s)} \cdot t \text{ (mV)}$ $f = 500 \text{ Hz}$



Señal a derivar $f' = 500\text{Hz}$

Adoptamos $f = 100\text{Hz}$



1º) En la frecuencia adoptada se traza una recta de +20dB/dec.

2º) Donde dicha recta corta a la ganancia del AO a lazo abierto obtenemos $f_0 = 10\text{kHz}$

$$f_1 = f_0/\sqrt{10} = 3,16\text{kHz} \quad f_2 = 31,6\text{kHz}$$

3º) En f_1 y f_2 trazamos una vertical que cortan a las rectas de +20dB/dec y -20dB/dec

4º) En los puntos de intersección obtenidos trazamos una horizontal que determina la zona de solo amplificación obteniendo la relación R_2/R_1

De nuestro ejemplo:

$$R_2/R_1 = 30\text{dB} = 31,6$$

$$R_2 = 31,6 R_1$$

Adopto $R_2 = 33\text{k}\Omega \quad R_1 = 1\text{k}\Omega$

5º) Por último calculamos el valor de C a partir del polo o cero de β'

Polo de β' $\omega_p = 1 + SCR_2$ $\tau_p = C.R_2$ $f_p = 100\text{Hz}$

Cero de β' $\omega_o = 1 + SCR_1$ $\tau_o = C.R_1$ $f_o = 3,16\text{kHz}$

$$\omega_p = 2.\pi.f_p = 1/(C.R_2)$$

$$\omega_o = 2.\pi.f_o = 1/(C.R_1)$$

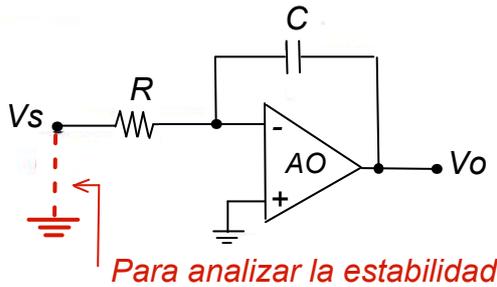
$$C = 1/(2.\pi.f_p.R_2) = 48,2 \text{ nF}$$

$$C = 1/(2.\pi.f_o.R_1) = 50,4 \text{ nF}$$

Señales de entrada y de salida del cto. derivador:

Entrada	Salida
seno	seno - 90°
cuadrada	tren de pulsos
triangular	cuadrada

Integrador ideal



$$Z1 = R \quad Z2 = 1/SC$$

$$A_f = \frac{A_{ft}}{1 + \frac{1}{\beta'A}}$$

$$A_{ft} = -\frac{Z2}{Z1} = -\frac{1}{SCR}$$

$$\beta^l = \frac{Z1}{Z1+Z2} = \frac{R}{R+1/SC} = \frac{SCR}{1+SCR}$$

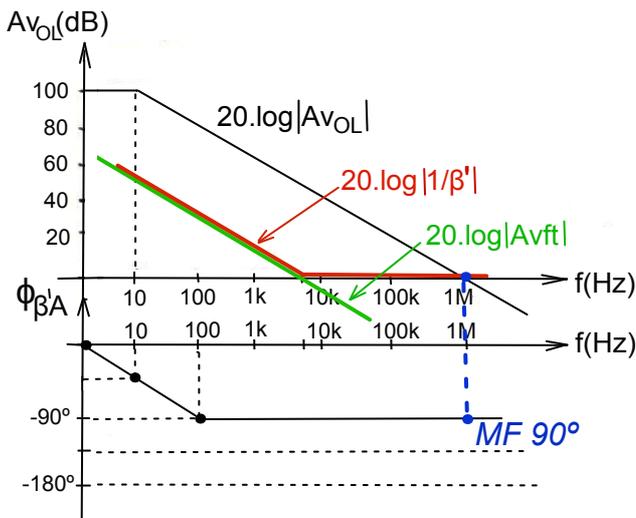
$$1/\beta^l = \frac{1+SCR}{SCR}$$

Como β^l tiene un polo y un cero el circuito es estable.

Ejemplo: AO = LM741 R = 1k Ω C = 22nF

$$f = 1/(2.\pi.R.C) = 1/(6,28.1k\Omega.22nF) = 7,23kHz$$

Transferencia del circuito:



$$A_{ft} = \frac{V_o}{V_s} (s) = -\frac{Z2}{Z1} = -\frac{1/SC}{R} = -\frac{1}{SCR}$$

$$V_o(s) = -\frac{1}{SCR} V_s(s)$$

$$V_o(t) = -\frac{1}{CR} \int V_s(t).dt$$

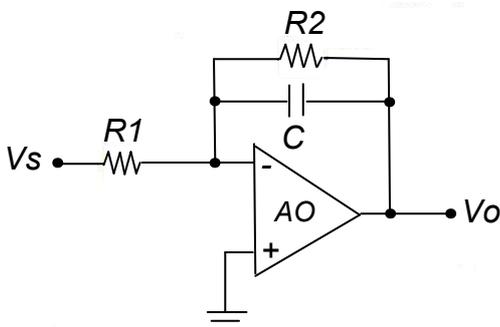
El hecho que sea "ideal" es debido a que al tener un capacitor entre la salida y la entrada, por la corriente de bias o de polarización del AO el capacitor se carga a Vcc y satura a la salida.

Señales de entrada y salida del circuito integrador:

Entrada	Salida
seno	seno +/-90°
cuadrada	triangular
triangular	senoidal

Integrador real

Para anular la carga del capacitor colocamos una R2 en paralelo al mismo, para que exista un camino para la continua.



R2 > R1 para que integre y amplifique

$$Z1 = R1$$

$$Z2 = R2 // (1/SC) = \frac{R2/SC}{R2 + 1/SC} = \frac{R2}{1 + SCR2}$$

$$\beta' = \frac{Z1}{Z1 + Z2} = \frac{R1}{R1 + \frac{R2}{1 + SCR2}} = \frac{R1 \cdot (1 + SCR2)}{R2 + R1 \cdot (1 + SCR2)}$$

$$\beta' = \frac{R1 + SCR1R2}{R1 + R2 + SCR1R2} \quad \text{Si } R2 \geq 10 \cdot R1 \rightarrow (R1 + R2) \cong R2$$

$$\beta' \cong \frac{R1 + SCR1R2}{R2 + SCR1R2} \cong \frac{R1 \cdot (1 + SCR2)}{R2 \cdot (1 + SCR1)}$$

$$1/\beta' \cong \frac{R2 \cdot (1 + SCR1)}{R1 \cdot (1 + SCR2)} \quad (1)$$

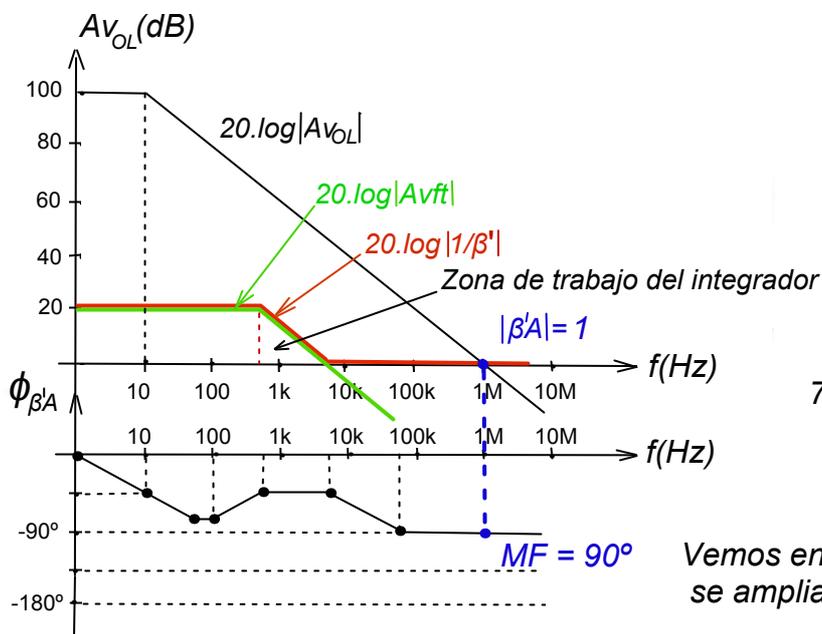
Ejemplo:

R1 = 1kΩ R2 = 10kΩ C = 22nF β' tiene: fo = 723Hz fp = 7,23kHz

De la fórmula (1) vemos que:

si S tiende a cero 1/β' = R2/R1 = 10 → 20.log|1/β'| = 20dB

si S tiende a infinito 1/β' = (R2/R1) · (R1/R2) = 1 → 20.log|1/β'| = 0dB



La transferencia del circuito es:

$$\frac{Vo}{Vs}(S) = - \frac{Z2}{Z1} = - \frac{R2}{R1} \cdot \frac{1}{(1 + SCR2)}$$

f < 723Hz amplifica

723Hz < f < 7,23kHz amplifica e integra

f > 7,23kHz integra y atenúa

Vemos en el gráfico que si la ganancia es >20dB se amplía la zona de trabajo del cto. integrador.

Vemos que en altas frecuencias el circuito integra la señal.

Esto significa amplificar a cada armónica con distintas amplitudes, a mayor frecuencia menor amplitud.

El circuito será utilizado con señales no senoidales.

Como a partir de una determinada frecuencia comienza a integrar, una señal triangular podrá tener mayor amplitud que la cuadrada inicial, puesto que el hecho de integrar es hacer una sumatoria a pesar que atenúa.

Características del AO LF411: operacional con entrada de Jfet.

Igual pin-out que el LM741

$$I_{io} = 25\text{pA} \quad I_{bias} = 50\text{pA} \quad R_{inp} = 10\text{T}\Omega$$

$$A_{v_{OL}} = 200.000 = 106\text{dB} \quad RRMC = 100\text{dB}$$

$$SR = 15\text{V/us} \quad \text{GWB} = 4\text{MHz} \quad C_x = 10\text{pF} \quad I_{out} = 1,8\text{mA}$$

Armónicos señal cuadrada, triangular y diente de sierra:

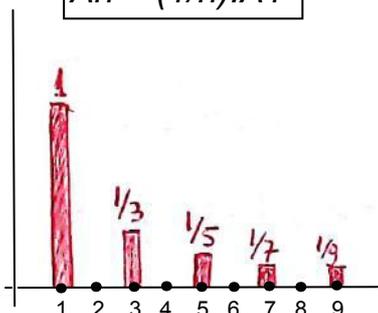
Cuadrada: contiene solo armónicos impares.

Triangular: contiene solo armónicos impares.

Diente de sierra: contiene todos los armónicos.

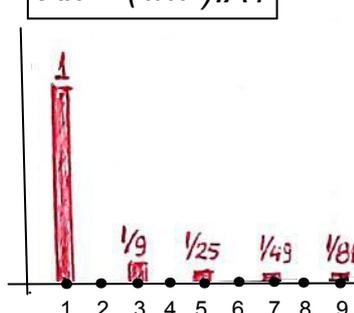
Señal cuadrada

$$A_n = (1/n) \cdot A_1$$



Señal triangular

$$A_n = (1/n^2) \cdot A_1$$



Señal diente de sierra

$$A_n = (1/n) \cdot A_1$$

