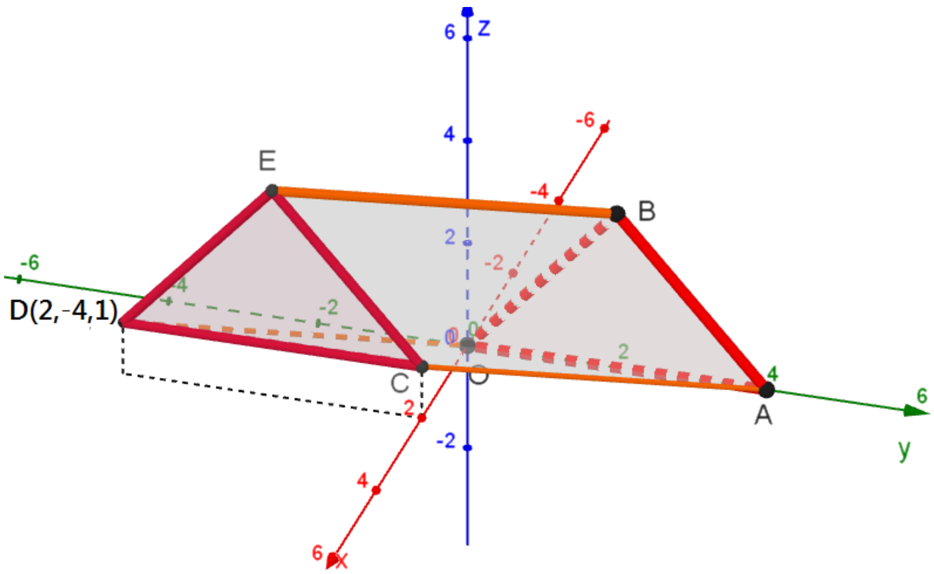
PRIMER PARCIAL DE ÁLGEBRA Y GEOMETRIA ANALÍTICA TEMA 3

Ejercicio 1 Dado el prisma triangular representado en la figura, se conoce que tiene las siguientes características:

*Sus caras paralelas son triángulos isósceles (los lados OB y AB son de la misma longitud) con 3 unidades de altura.
*El triángulo OAB está contenido en el plano yz.
*Uno de los vértices es $D(2,-4,1)$.



a) Hallar la ecuación del plano π que contiene a la base del prisma.

b) Indicar la posición relativa de las rectas r y s , en caso de ser posible calcular la distancia entre ellas, en caso contrario la proyección del vector $\bar{u}$ que dirige a r sobre el vector $\bar{v}$ que dirige a s. Siendo:
r: la recta que pasa por Los puntos C y E.
s: es paralela a la arista CA y pasa por el punto medio del vector $\overline{DC}$.

c) Encontrar las coordenadas del punto M pertenecientes al vector $\overline{ED}$ ubicado a $\frac{3}{4}$ de la distancia entre E y D, más cercano al punto E.

d) Calcular en forma vectorial el área del paralelogramo CEBA.

Ejercicio 2 Dada la recta $r\colon \begin{cases} x - ay - 3 = 0 \\ ay - z + 1 = 0 \end{cases}$ y el plano $\pi\colon x + y + z + b = 0$:

a) Calcular el valor de a y b para que $la\ \ recta$ r sea paralela al plano π, pero no esté contenida en él.

a) Para $a = b = 0$ hallar la intersección entre el plano π y la recta s, siendo s paralela a la recta r y pasa por el punto $B(-1,1,2)$

Ejercicio 3 Sabiendo que la matriz $A = B + C^{-1}$, $B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & a - \frac{1}{2} & 3 \\ 5 & 1 & -a \end{pmatrix}$ y $C = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

a) Hallar los valores de a para los cuales A es inversible.

b) Para $a = -2$, calcular la inversa de A.

Ejercicio 4 Decidir si las siguientes afirmaciones son Verdaderas o falsas. Justificar tu respuesta.

a) Si A_1, A_2, A_3 son las columnas de la matriz $A \in R^{3x3}$ y el determinante de A es igual a $-\frac{1}{2}$.
La matriz $B = (A_2 + 4A_1 \quad -A_1 + A_3 \quad 6A_1)$ y $C = -3B^{-1} \cdot A$. Entonces $det(C) = 2$

b) Si A y B son dos matrices ortogonales, entonces $A \cdot B$ es una matriz ortogonal.