U.T.N. – F.R.H. – Segundo Parcial de Álgebra y Geometría Analítica

Ejercicio 1: En el espacio vectorial $\mathbf{R^3}$ se definen los siguientes conjuntos:

$$W^{\perp} = \left\{(x,y,z) \in R^3 / (x,y,z) = \lambda(1,-1,1)\,\forall \lambda \in R\right\} \qquad \text{y} \qquad A = \left\{\bar{u} = (1,2,-2), \bar{v} = (a,b+1,4)\right\}$$

- **a)** El conjunto *W*, ¿Es subespacio vectorial de R^3? En caso afirmativo Indicar su dimensión, hallar una base de este y dar una descripción geométrica.
- **b)** Analizar la dependencia e independencia lineal del conjunto A para los distintos valores reales de los parámetros a y b.
- **c)** Para b = 0 hallar el subespacio generado por el conjunto A para los distintos valores de a real. Escriba la dimensión del subespacio generado e interprete geométricamente.
- **d)** Para a = b = -1 hallar el complemento ortogonal al subespacio gen $\{A\}$

Ejercicio 2: Sea el plano $\pi: (x,y,z) = \lambda(2,0,0) + \mu(-1,0,1) \forall \lambda \in \mathbb{R}, \forall \mu \in \mathbb{R}$ y sea f la T.L en el espacio que proyecta ortogonalmente sobre dicho plano

- **a)** Hallar los subespacios Núcleo e Imagen de f. Dar una base de cada uno de ellos y su dimensión.
- **b)** Calcular los autovalores y los subespacios de autovectores correspondientes a dicha T.L.
- **c)** Hallar la forma explícita de f y su matriz asociada.

Nota: Puedes realizar la menor cantidad de cálculos posibles interpretando geométricamente las T.L

Ejercicio 3: Dada la siguiente matriz $A = \begin{pmatrix} k & 0 & -5 \\ 0 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -3 \end{pmatrix}$

- **a)** Determinar para que valor de *k* dicha matriz tiene como valor propio $\lambda = -2$
- **b)** Suponiendo que $k = -3$, determinar los autovalores reales y sus subespacios asociados. ¿Es diagonalizable la matriz A? En caso afirmativo escriba D y la matriz P.

Ejercicio 4: Analizar si cada una de las siguientes afirmaciones es verdadera o falsa, justificando cada respuesta.

- **a)** Si $A = \{\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}\} \subset \mathbb{R}^3$es un conjunto de vectores no nulos que genera un subespacio S, con $dim(S) = 1 \rightarrow B = \left\{\bar{a}, \bar{a} \times 4\bar{b}, \bar{b} \times \lambda\bar{c}\right\} \forall \lambda \in R$ genera un plano.
- **b)** Sea f la T.L que provoca un giro de $\theta = \frac{\pi}{6}$ en sentido antihorario en el plano. La matriz $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$ es la matriz asociada a la composición $(f \circ f \circ f)$