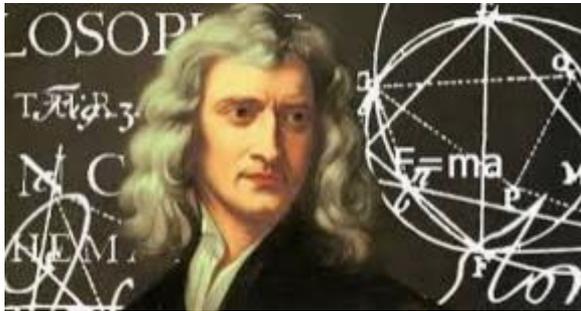


# VISCOSIDAD

# ISAAC NEWTON

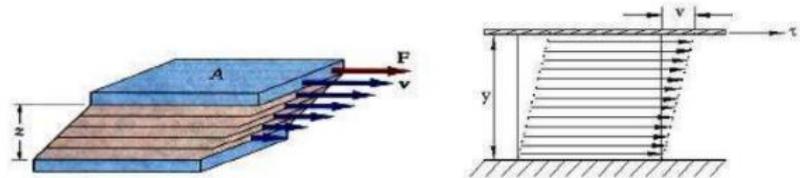


## La ley de viscosidad de Newton

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}$$

### Leyes de NEWTON

- Gravedad universal
- Leyes de la física (3 principios)
- Binomio de Newton  $(x+y)^2$
- Leyes de la óptica
- Calculo infinitesimal



## VISCOSIDAD

# Viscosidad

La viscosidad se puede definir como una medida de la resistencia a la deformación del fluido.

$$\tau = \mu \cdot D$$

- $\tau$  : esfuerzo cortante [mPa].
- $\mu$  : viscosidad [mPa·s]
- $D$ : velocidad de deformación [ $s^{-1}$ ]

# VISCOSIDAD

- Existen 3 tipos de Viscosidad
  - Viscosidad Dinámica
  - Viscosidad Cinemática
  - Viscosidad Aparente

# VISCOSIDAD

- **Viscosidad Dinámica**

- La viscosidad dinámica, también llamada viscosidad absoluta
- La **viscosidad dinámica** de un fluido es una medida de su resistencia a las deformaciones graduales producidas por esfuerzos tangenciales

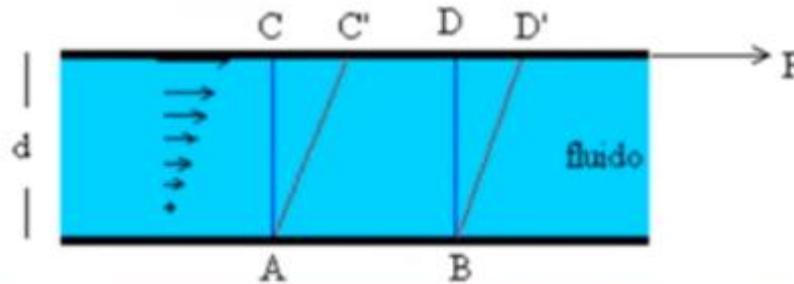
## VISCOSIDAD

- La relación entre estos esfuerzos tangenciales y las deformaciones producidas esta expresada por la ecuación de Newton de la viscosidad:

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}$$

## VISCOSIDAD

- Podemos decir también que la viscosidad es el rozamiento interno entre las capas de fluido.
- A causa de la viscosidad es necesario ejercer una fuerza para obligar a una capa de fluido a deslizar sobre la otra.



- En la figura se muestra un fluido comprendido entre una placa inferior y otra superior que es móvil

# UNIDADES DE LA VISCOSIDAD

## Unidades de $\mu$ y $\nu$

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}$$

	SIST. TECNICO	C.G.S
$\mu$	$\frac{\text{Kgr}}{\text{m}^2} \times \text{seg}$	$\frac{\text{dina}}{\text{cm}^2} \times \text{seg}$ (POISE)
$\nu$	$\frac{\text{m}^2}{\text{seg}}$	$\frac{\text{cm}^2}{\text{seg}}$ (STOKE)

$\mu$	$\frac{\text{N}}{\text{m}^2} \times \text{seg}$ ; (PASCAL x seg)
-------	--

CONVERSION :

10 POISE = 1 Pascal x seg.

1 POISE = 0,01  $\frac{\text{Kgr}}{\text{m}^2} \times \text{seg}$ .

1 STOKE = 0,0001  $\frac{\text{m}^2}{\text{seg}}$ .

# UNIDADES PRACTICAS DE LA VISCOSIDAD

Unidades prácticas

(°E) Engler - utilizado en Europa continental.

("S) Saybolt - utilizado en USA

("R) Redwood - utilizado en Gran Bretaña

## Grados Engler

Los grados Engler (°E) utilizados en Europa expresan el cociente entre el tiempo de escurrimiento de 200 cm<sup>3</sup> de producto a la temperatura de trabajo (generalmente a 20, 30 o 100°C) y el tiempo de escurrimiento de 200 cm<sup>3</sup> de agua a 20°C.

**En grados Engler (°E):**

$$\nu = 10^{-8} \cdot \left( 731 \cdot ^\circ\text{E} - \frac{631}{^\circ\text{E}} \right) \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

**En números SAE:**

A la temperatura de 50 °C,

SAE	10	20	30	40	50	60
°E	3 ÷ 5	5 ÷ 7	7 ÷ 9	9 ÷ 12	12 ÷ 19	19 ÷ 27

# VISCOSIDAD

- CALCULAR LA VISCOSIDADEQUIVALENTE EN UNIDADES DEL SISTEMA TECNICO DE UN ACEITE QUE INDICA VISCOSIDAD SAE 33°
- DATOS:

**En grados Engler (°E):**

$$\nu = 10^{-8} \cdot \left( 731 \cdot ^\circ\text{E} - \frac{631}{^\circ\text{E}} \right) \frac{\text{m}^2}{\text{s}}$$

**En números SAE:**

A la temperatura de 50 °C,

SAE	10	20	30	40	50	60
°E	3 ÷ 5	5 ÷ 7	7 ÷ 9	9 ÷ 12	12 ÷ 19	19 ÷ 27

# VISCOSIDAD

## Viscosidad cinemática

- Viscosidad cinemática, que relaciona la viscosidad dinámica con la densidad del fluido utilizado. Representa esta característica desechando las fuerzas que generan el movimiento. Es decir, basta con dividir la viscosidad dinámica por la densidad del fluido y se obtiene una unidad simple de movimiento:  $\text{cm}^2/\text{seg}$  (Stokes), sin importar sus características propias de densidad.

$$v = \frac{\mu}{\rho}$$

$v$  : viscosidad cinemática.

$\mu$  : viscosidad dinámica .

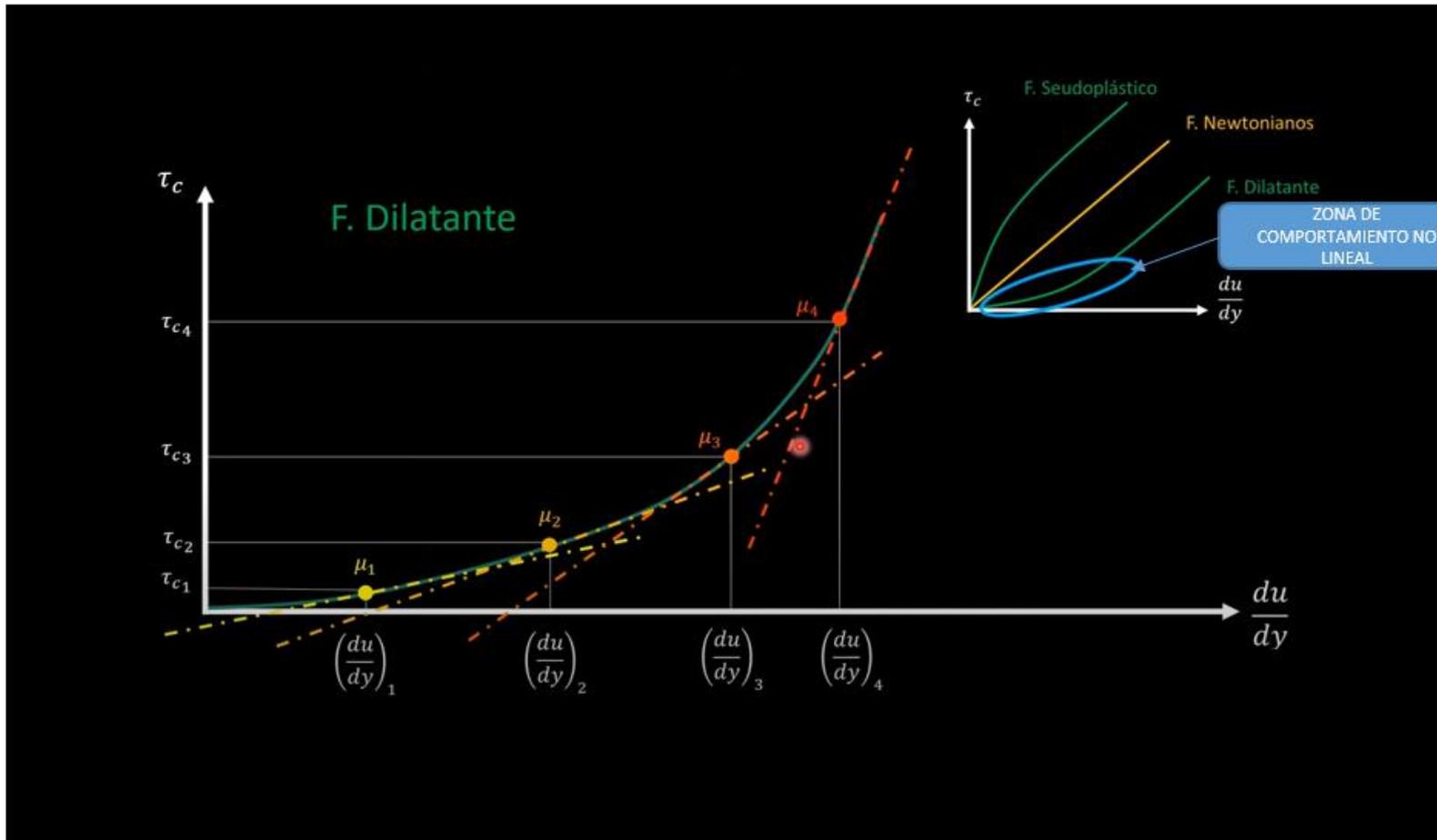
$\rho$  : densidad del fluido.

# VISCOSIDAD

## VISCOSIDAD APARENTE

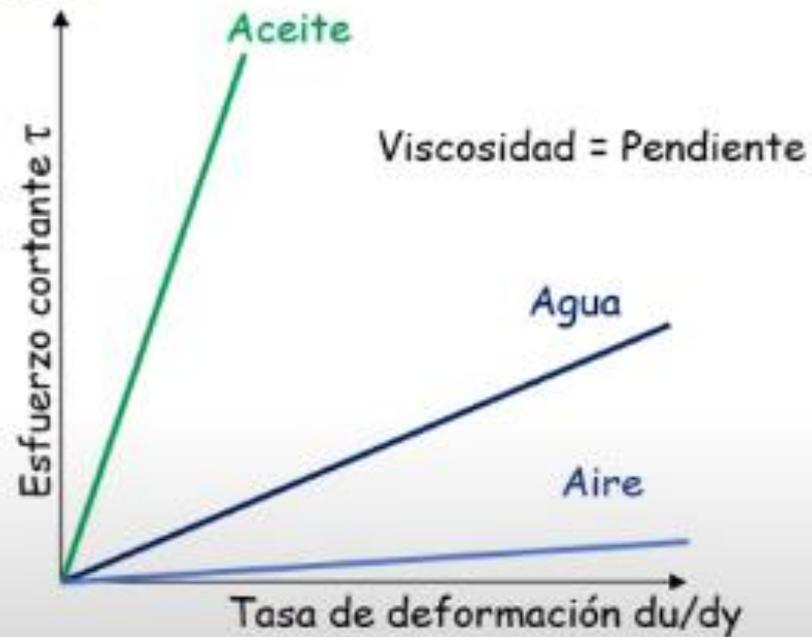
- **Viscosidad aparente.** Resultante de la división del esfuerzo cortante entre la velocidad de deformación del fluido, cuando su comportamiento es no lineal. Esta propiedad varía según el gradiente de velocidad de la materia.

# VISCOSIDAD APARENTE

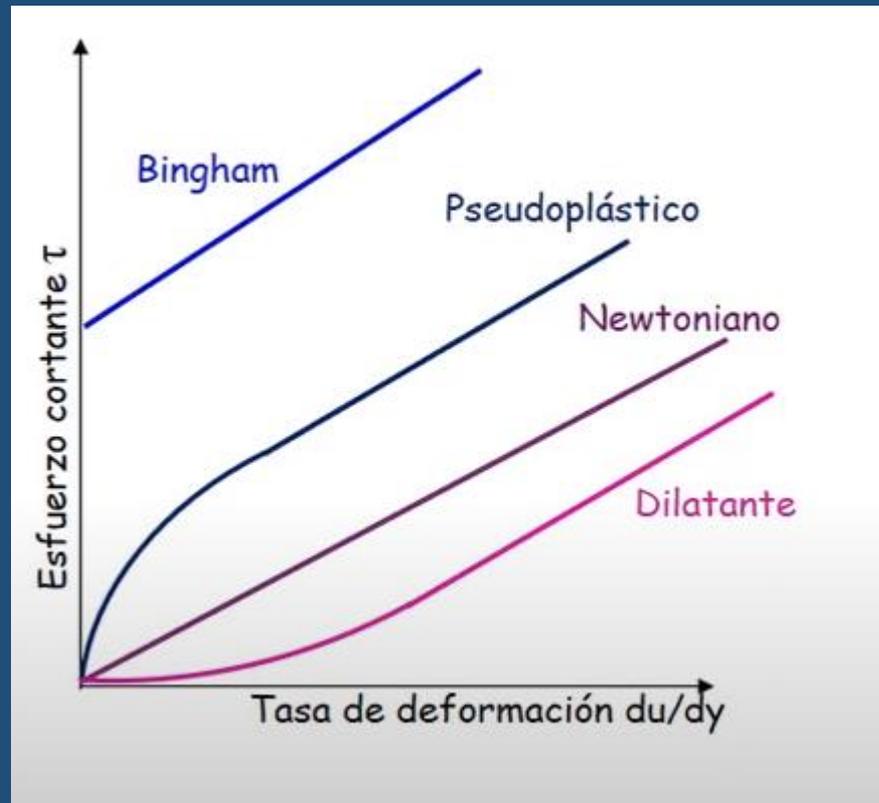


# FLUIDOS NEWTONIANOS

En fluidos Newtonianos:

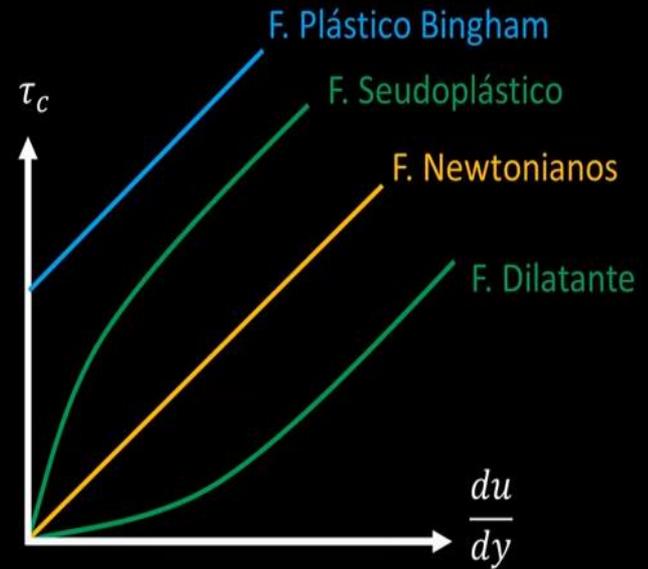
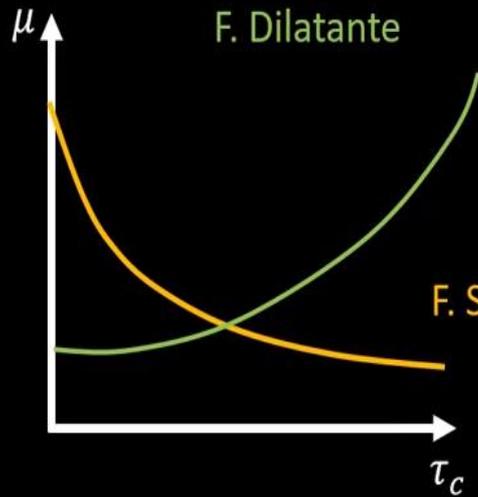


# FLUIDOS NO NEWTONIANOS



# FLUIDOS NO NEWTONIANOS

## FLUIDOS NEWTONIANO Y NO NEWTONIANO



# Ejemplos de fluidos

- **Newtonianos:** todos los gases, dispersiones de gas en agua, líquidos de bajo peso molecular, soluciones acuosas de bajo peso molecular, petróleo,
- **Pseudoplásticos:** soluciones de goma, adhesivos, soluciones de polímeros, algunas grasas, suspensiones de almidón, acetato de celulosa, mayonesa, algunas sopas y suspensiones de detergentes, algunas pulpas de papel, pinturas, pasta de papel de empapelar, fluidos biológicos
- **Dilatantes:** algunas soluciones de harina de maíz y azúcar, almidón, arenas movedizas, arena de playa húmeda, polvo de hierro disperso en líquidos de baja viscosidad, agregados de cemento húmedo.
- **Plásticos Bingham:** algunos plásticos fundidos, margarina, grasa de cocina, algunas grasas, pasta de dientes, algunas sopas y suspensiones de detergentes, algunas pulpas de papel.

# VISCOSIDAD

- ALGUNOS VALORES DE VISCOSIDAD

Tabla de viscosidad dinámica (a la presión de 1 bar)

Substancia	T °C	$\mu$ Pa·s
Aceite de castor	25	0,985
Aceite de oliva	25	0,081
Acetona	25	$3,06 \times 10^{-4}$
Ácido sulfúrico	25	0,0242
Agua	20	$1,003 \times 10^{-3}$
Agua	25	$8,91 \times 10^{-4}$
Aire	0	$17,4 \times 10^{-6}$
Argón	27	$22,9 \times 10^{-6}$
Benceno	25	$6,04 \times 10^{-4}$
Brea / pez / piche	25	$2,3 \times 10^8$
Crema de cacahuete /maní	25	250 000
Etanol (alcohol etílico)	25	$1,074 \times 10^{-3}$
Etilenglicol	25	0,0161
Glicerina (glicerol)	25	1,5
Helio	27	$19,9 \times 10^{-6}$
Hidrógeno	0	$8,4 \times 10^{-6}$
Jarabe de maíz	25	1,3806
Ketchup	25	50 000 - 100 000
Melaza	25	5000 - 10 000
Mercurio	25	$1,526 \times 10^{-3}$
Metano	27	$11,2 \times 10^{-6}$
Metanol	25	$5,44 \times 10^{-4}$
Miel	25	2000 - 10 000
Nitrobenceno	25	$1,863 \times 10^{-3}$
Nitrógeno	27	$18 \times 10^{-6}$
Nitrógeno líquido	-196	$1,58 \times 10^{-4}$
Propanol	25	$1,945 \times 10^{-3}$
Sangre humana	37	$3 \times 10^{-3}$ - $4 \times 10^{-3}$
Sirope de chocolate	25	10 000 - 25 000
Xenon	0	$21,2 \times 10^{-6}$

## VARIABLES QUE INFLUYEN EN LA VISCOSIDAD

- La viscosidad puede estar afectada por variables como:
  - A) la temperatura
  - B) La presión

# VISCOSIDAD

## Variación de la viscosidad con la temperatura:

### LÍQUIDOS

- La viscosidad disminuye con la temperatura.

A) La ecuación de Arrhenius :

$$\mu = A \cdot e^{\frac{B}{T}}$$

$\mu$  : viscosidad dinámica  
[mPa·s]

A y B: constantes  
dependientes del líquido

T: es la temperatura  
absoluta en °C

# VISCOSIDAD

- B) La ecuación de Poiseville

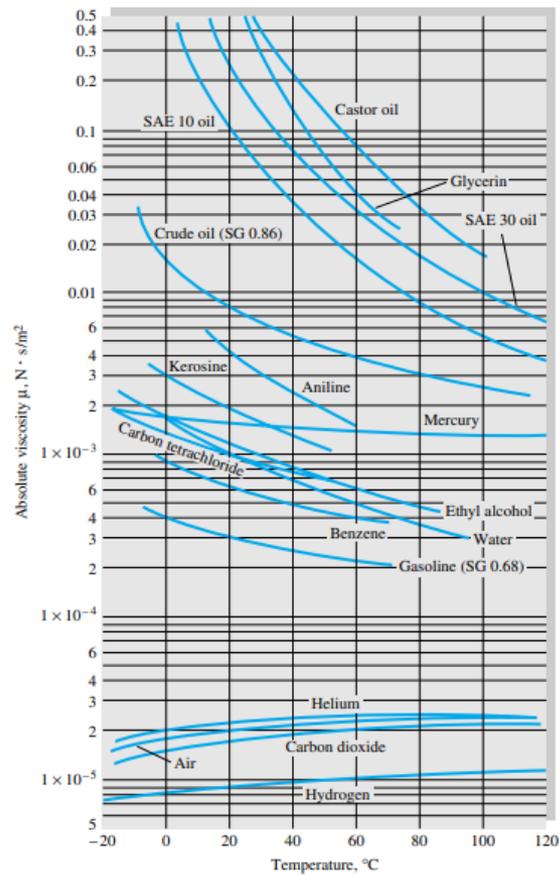
$$\mu = \frac{\mu_0}{1 + \alpha T + \beta T^2}$$

$\mu_0$ : la viscosidad dinámica a 0 °C.

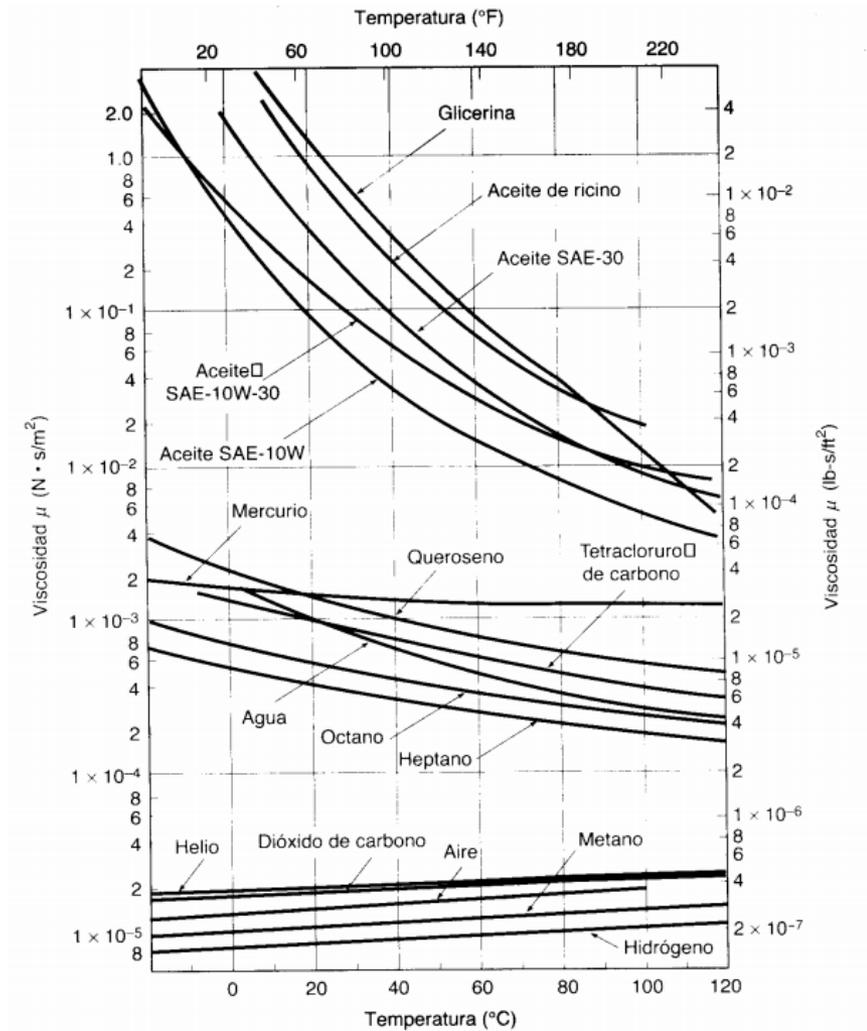
T: la temperatura en °C.

$\alpha, \beta$ : coeficientes constantes

# VISCOSIDAD ABSOLUTA EN FUNCION DE LA TEMPERATURA



# VISCOSIDAD ABSOLUTA EN FUNCION DE LA TEMPERATURA



# VISCOSIDAD

## GASES

- Cuanto mayor es la temperatura, mayor es la agitación y los choques de las moléculas del gas, oponiéndose al movimiento y produciendo un aumento de la viscosidad del gas.



## VISCOSIDAD Y LA PRESION

### • INFLUENCIA DE LA PRESION

- LA VISCOSIDAD aumenta exponencialmente con la presión, pero estos cambios son muy pequeños para valores cercanos a la presión atmosférica.
- Para la mayoría de los casos prácticos el efecto de la presión se ignora a la hora de efectuar mediciones con el viscosímetro, por esta razón en los usos de la mayoría de los fluidos este factor no se tienen en cuenta, pero hay casos como es el caso de algunos lubricantes donde el fluido está expuesto a altas presiones y es aquí que debe tenerse en cuenta estos factores de cambio.

## VISCOSIDAD Y LA PRESION

- **INFLUENCIA DE LA PRESION**

- Si bien la viscosidad cambia con la presión se demuestra que a bajas presiones la viscosidad solo depende de la temperatura

## VISCOSIDAD-PRESION ECUACION DE BARUS

Variación de la viscosidad con la temperatura y la presión:

- De las numerosas ecuaciones utilizadas para determinar la viscosidad en función de la temperatura y la presión (para líquidos tipo aceites lubricantes), se propone la de Barus:

$$\mu = \mu_0 \exp[AP - B(T - T_0)]$$

$\mu_0$  es la viscosidad a  $T_0$  y a presión atmosférica.

A: 1/430

B: 1/36

## VISCOSIDAD PRESION ECUACION DE BARUS - KUSS

- La ecuación de Barus y Kuss:

$$\mu = \mu_0 \cdot e^{(\alpha P)}$$

Donde:

$\mu_0$  = viscosidad a presión atmosférica.

$\mu$  = Viscosidad a la Presión P

$\alpha$  = Es un parámetro que según Worster equivalen a:

$$\alpha = (0,6 + 0,965 \times \log \mu) \times 10^3$$

- Para presiones superiores a 50 kg/cm<sup>2</sup> es necesario tener en cuenta esta circunstancia, ya que la presión repercute fuertemente en el incremento de la viscosidad

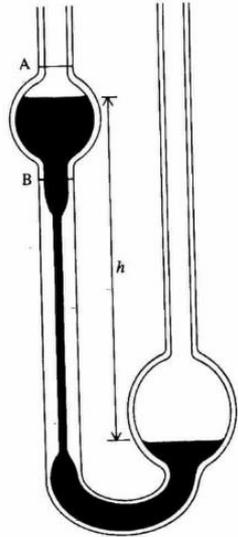
VISCOSIDAD

# Viscosímetros

## VISCOSIMETROS

**SON INSTRUMENTOS DESTINADOS  
A MEDIR LA VISCOSIDAD  
Y ALGUNOS OTROS PARAMETROS DEL  
FLUJO DE UN FLUIDO**

## VISCOSIMETRO DE TUBO CAPILAR ( OSTWALT)



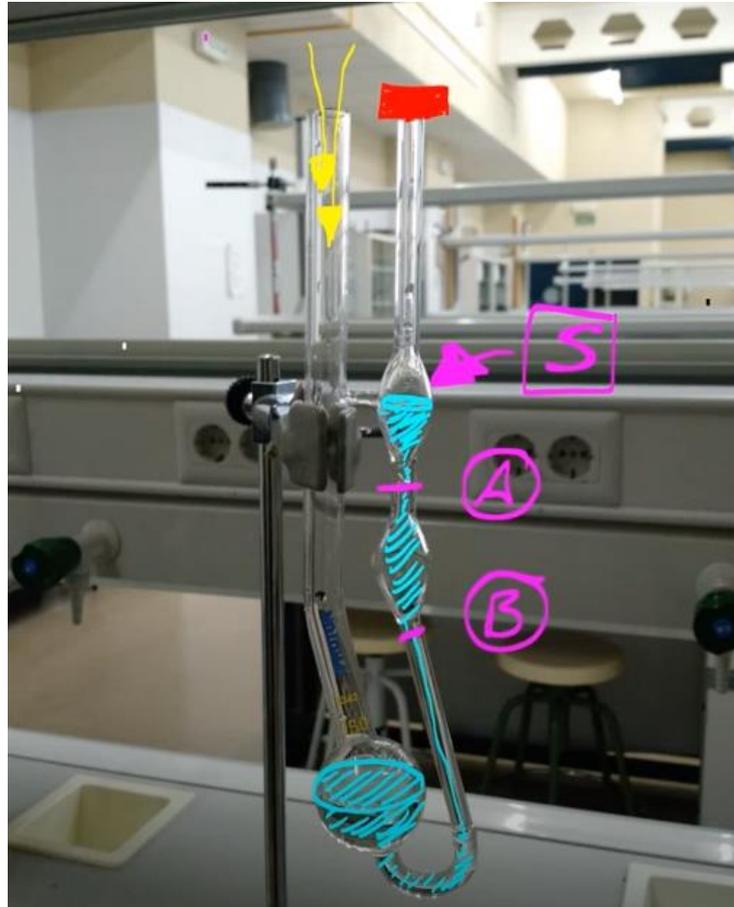
Capilar de vidrio  
(Ostwald)

Fuerza Motora: La  
presión hidrostática.

En este viscosímetro se utilizan distintas cavidades como marcas para cronometrar el tiempo que tarda en caer el fluido desde una marca hasta la otra. Dependiendo la duración de este lapso, la viscosidad del mismo será mayor o menor, siendo proporcional al tiempo empleado.

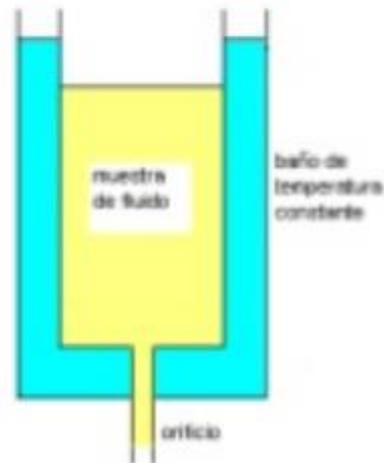
Debido a esto, las medidas con este tipo de viscosímetros debe realizarse junto con un cronómetro y un termómetro, el cual permitirá medir la temperatura de la muestra, ya que esta influye en su viscosidad.

# VISCOSIMETRO DE TUBO CAPILAR ( OSTWALT)

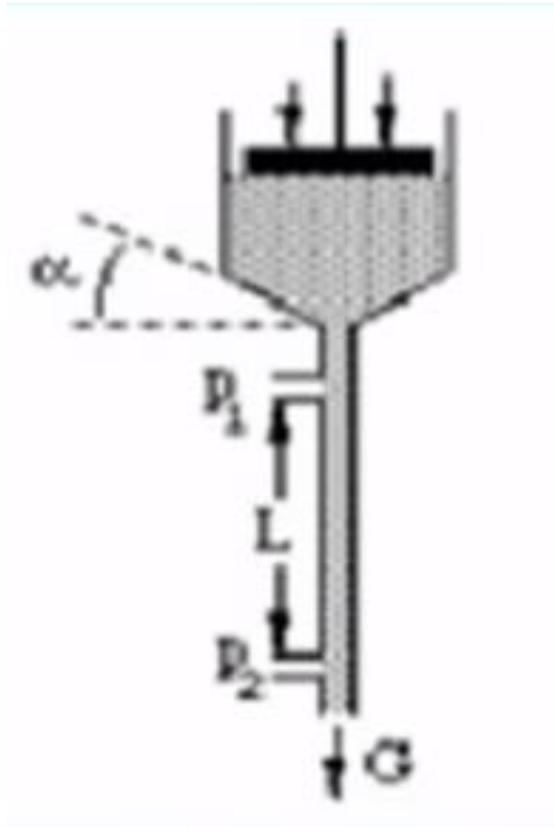


## VISCOSIMETRO DE ORIFICIO (SAYBOLT)

La facilidad con que un fluido fluye a través de un orificio de diámetro pequeño es una indicación de su viscosidad. Éste es el principio sobre el cual está basado el viscosímetro de Saybolt. La muestra de fluido se coloca en un aparato parecido al que se muestra en la figura.



## VISCOSIMETRO DE PISTON



### Pistón o Extrusión.

Para polímeros fundidos.

El fluido es extruido a través del capilar por un pistón.

Se obtienen la diferencia de presión entre dos puntos, y el gasto, o velocidad de flujo volumétrico.

# VISCOSIDAD

## Viscosímetros Rotacionales.

Compuestos de dos cilindros, superficies o cono y superficie, y un motor, presentan mayor versatilidad.

Cilindros concéntricos.

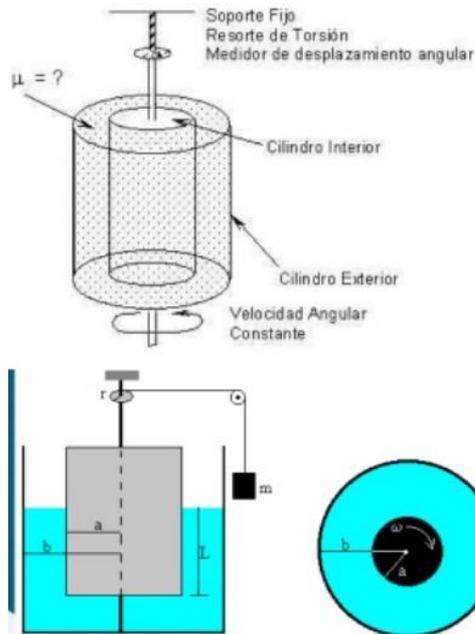
El tambor exterior gira mientras el interior NO; esto genera un par de fuerzas que puede medirse con un torquímetro sensible.

Placas deslizantes.

El fluido se introduce entre dos placas deslizantes paralelas. La velocidad y el esfuerzo de cizalla, la  $\mu$  se puede evaluar fácilmente según la ecuación general que define la viscosidad.

- Viscosímetro de cono y placa
- Es similar al de placas deslizantes

# VISCOSIDAD



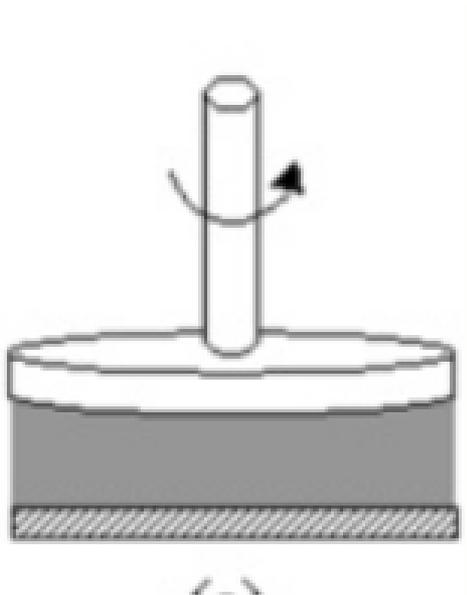
Cilindros  
concéntricos.

El tambor exterior  
gira mientras el  
interior NO; esto  
genera un par de  
fuerzas que puede  
medirse con un  
torquímetro  
sensible.

# EJEMPLO DE VISCOSIMETRO ROTACIONAL VISCOSIMETRO STORMER



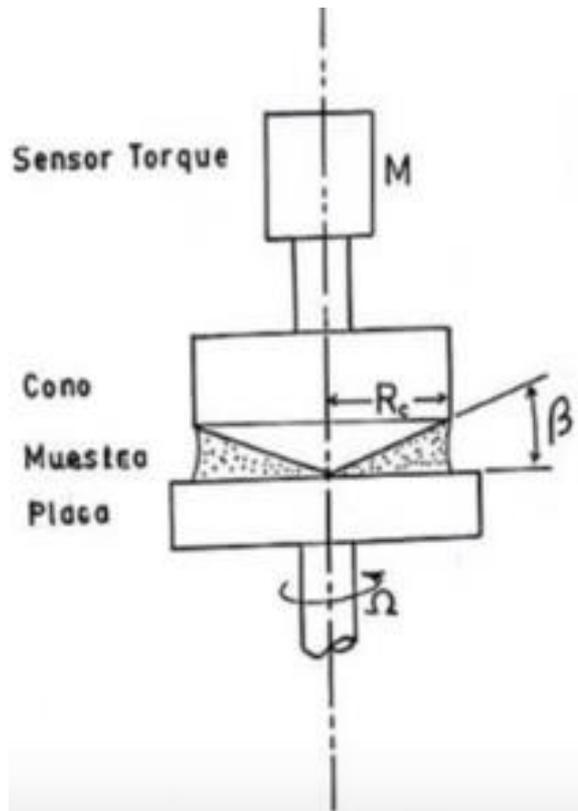
## VISCOSIMETRO DE PLACAS DESLIZANTES



### Placas deslizantes.

El fluido se introduce entre dos placas deslizantes paralelas. La velocidad y el esfuerzo de cizalla, la  $\mu$  se puede evaluar fácilmente según la ecuación general que define la viscosidad.

## VISCOSIMETRO DE PLACA Y CONO



- Viscosimetro de cono y placa
- Es similar al de placas deslizantes

## VISCOSIMETROS DE TIPO COMPARATIVO

### **Bostwick**

Geometría a medida.

Para medidas comparativas.

Usado en alimentos.  
Para medir la consistencia de materiales líquidos o pastosos.

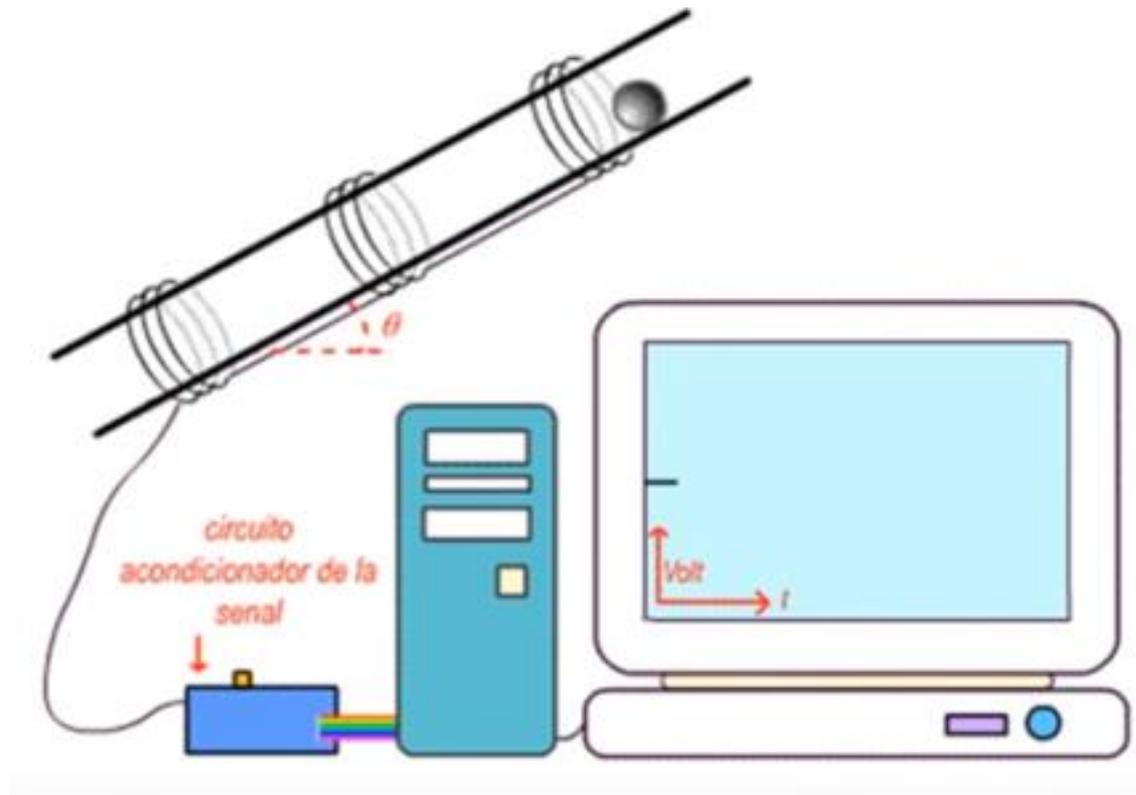


## VISCOSIMETROS DE TIPO COMPARATIVO



El viscosímetro Bostwick permite un procedimiento de medición rápido y sencillo para determinar las propiedades de flujo de sustancias fluidas viscosas. Con el viscosímetro Bostwick se determina en un proceso de comparación física el recorrido de flujo en un tiempo determinado de un líquido que se extiende o de un material pastoso

# VISCOSIMETROS DE ESFERA RODANTE



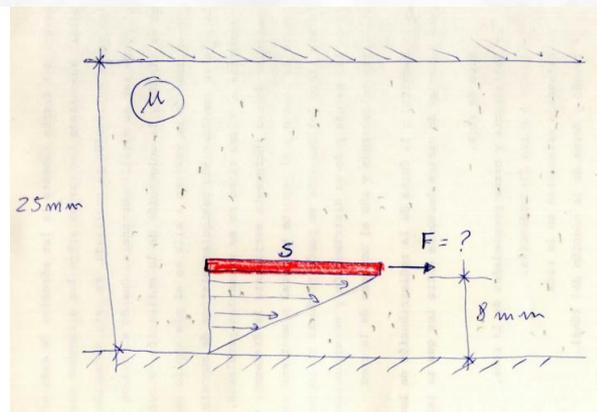
# Ejercicios



# Problema 1

Dos superficies planas de grandes dimensiones están separadas 25 mm, y el espacio entre ellos está lleno con un líquido cuya viscosidad absoluta es  $0.10 \text{ kg} \cdot \text{s} / \text{m}^2$ .

Suponiendo que el gradiente de velocidades es lineal, ¿Qué fuerza se requiere para arrastrar una placa de muy poco espesor y  $40 \text{ dm}^2$  de área, a la velocidad constante de  $32 \text{ cm} / \text{seg}$ , si la placa dista 8 mm de una de las superficies?



# Problema 1

Diagram showing a channel with a height of 25 mm and a width of 8 mm. The area is  $S = 40 \text{ dm}^2$ . The velocity profile is given by  $\bar{v} = 32 \text{ cm/s}$ . Forces  $F_B$  and  $F_A$  are indicated.

$dF = \tau ds$

$F = \tau \cdot S$

Cálculo de  $\tau$

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}$$
$$\tau = 0,10 \frac{\text{Kgr}}{\text{m}^2} \cdot \frac{\frac{32 \text{ m}}{\text{s}} - 0}{0,008 \text{ m}}$$

Cálculo de  $S$

dato del problema,

$$S = 40 \text{ dm}^2 = 0,4 \text{ m}^2$$

$S = 0,4 \text{ m}^2$

# Problema 1

The image shows handwritten mathematical work on a piece of paper, divided into two sections. The top section calculates a force  $F_A$  based on a given pressure  $\bar{C}$  and area  $S$ . The bottom section calculates  $\bar{C}$  and  $S$  from scratch, then calculates  $F_B$  and the total force  $F_T$ .

**Top Section:**

- $\bar{C} = 4 \text{ kgf/m}^2$
- $S = 0,4 \text{ m}^2$
- $F_A = 4 \text{ kgf/m}^2 \times 0,4 \text{ m}^2 = 1,6 \text{ kgf}$

**Bottom Section:**

- $F = \bar{C} \cdot S$
- Calculo de  $\bar{C}$   
 $\bar{C} = \mu \frac{dU}{dy}$   
 $\bar{C} = 0,10 \text{ kgf/m}^2 \left[ \frac{0,32 \text{ m/s}^2 - 0}{0,017 \text{ m}} \right]$   
 $\bar{C} = 1,882 \text{ kgf/m}^2$
- Calculo de  $S$   
 $S = 0,4 \text{ m}^2$
- $F_B = 1,882 \text{ kgf/m}^2 \times 0,4 \text{ m}^2 = 0,753 \text{ kgf}$
- $F_T = F_A + F_B = 2,353 \text{ kgf}$



## Problema 2

De acuerdo al esquema mostrado en la figura cuyos datos son:

$$\phi_{\text{piston}}: 250 \text{ mm.}$$

$$\phi_{\text{cilindro}}: 250,15 \text{ mm.}$$

Espacio anular lleno de aceite.

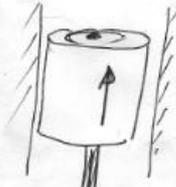
$$\nu = 0,0004 \text{ m}^2/\text{s.}$$

$$\mu_{\text{relativo}} = 0,85.$$

$$L(\text{piston}) = 3 \text{ m.}$$

Se pide calcular:

- la resistencia a la fricción cuando el piston se mueve con respecto a las paredes con  $\vec{v} = 10 \text{ m/min}$



# Problema 2

a)

$$\tau = \mu \frac{dv}{dy}$$

$$\frac{dF}{ds} = \mu \frac{dv}{dy}$$

$$dF = \mu \cdot \frac{dv}{dy} \cdot ds$$

$$dF = \mu \cdot \frac{v_t - 0}{R_e - R_i} \cdot ds$$

$$dF = \mu \frac{v_t - 0}{R_e - R_i} ds$$

$$F = \rho \cdot V \left( \frac{v_t - 0}{R_e - R_i} \right) 2\pi R_i L$$

$$F = 85 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^2} \cdot \frac{\text{cm}^2}{\text{seg}^2} \cdot 0,0004 \frac{\text{m}^2}{\text{seg}^2} \cdot \left( \frac{\frac{10/60 \frac{\text{m}}{\text{seg}}}{0,00015 \text{ m}}}{2} \right) \cdot 2\pi \cdot \left( \frac{0,250 \text{ m}}{2} \right) \cdot 3 \text{ m}$$

$$F = 178,02 \text{ kgf}$$

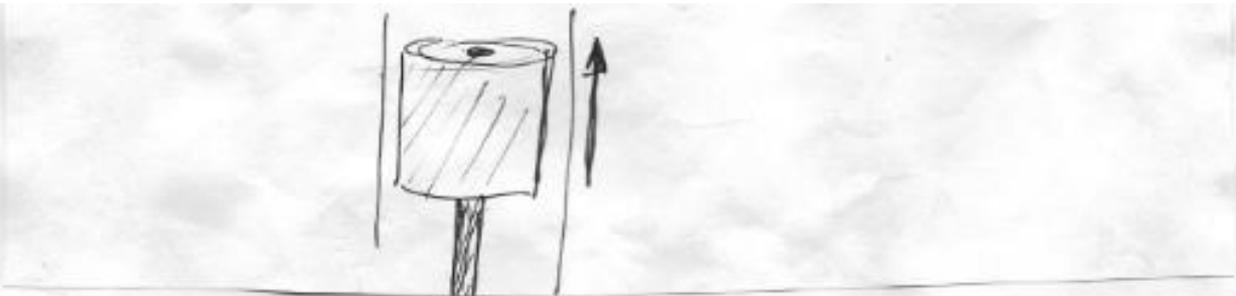
$$\bar{v} = 10 \text{ m/min}$$

$$\bar{n} = \frac{10}{60} \text{ m/seg}$$

C. GARCIA LAZO

## Problema 2

- B) La resistencia a la fricción cuando el cilindro se mueve con respecto al piston ?



Handwritten calculations and diagram illustrating the problem:

Diagram: A cylinder is shown on a piston, with an upward arrow indicating movement.

Handwritten calculations:

$$\rho_{H_2O} = 1000 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$
$$\eta_{\text{aceite}} = 0,85$$
$$\rho_{\text{aceite}} = 850 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$
$$\rho = \frac{\rho_{\text{aceite}}}{g} = \frac{850 \text{ kgf}/\text{m}^3}{9,8 \text{ m}/\text{seg}^2} = 85 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^4}$$
$$\rho_r = \frac{\rho_{\text{aceite}}}{\rho_{(H_2O)}}$$
$$\rho_{\text{aceite}} = \rho_r \cdot \rho_{(H_2O)}$$
$$\rho_{\text{aceite}} = 0,85 \times 1000 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$
$$\rho_{\text{aceite}} = 850 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^3}$$

# Problema 2

B)

$$\bar{v} = \mu \frac{dv}{dy}$$

$$dF = \mu \frac{dv}{dy} dS$$

$$dF = \mu \left( \frac{v_t - 0}{R_e - R_i} \right) dS$$

$$F = \mu \left( \frac{v_t - 0}{R_e - R_i} \right) S_e$$

$$F = \rho v \left( \frac{v_t - 0}{R_e - R_i} \right) 2\pi \cdot R_e \cdot L$$

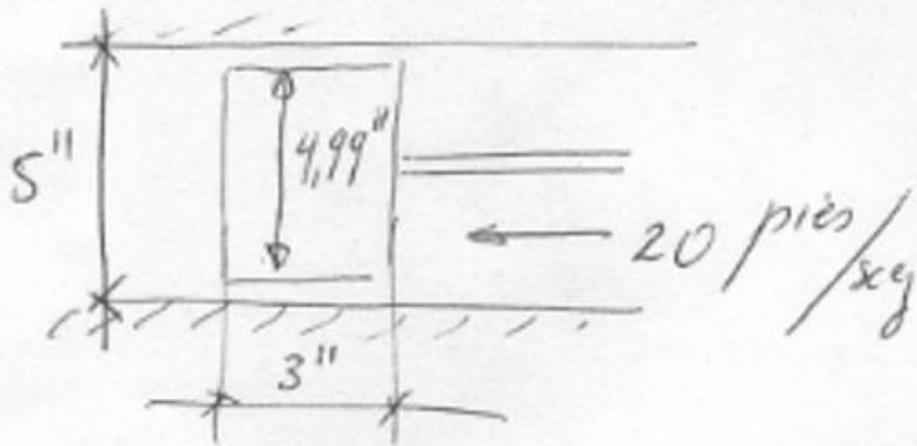
$$F = \left( 85 \frac{\text{kgf}}{\text{m}^4} \cdot \frac{\text{sg}}{\text{m}^4} \cdot 0,0004 \frac{\text{m}^2}{\text{sg}} \right) \left( \frac{10 \frac{\text{m}}{\text{sg}}}{0,00015 \frac{\text{m}}{2}} \right) 2\pi \left( \frac{0,25015 \text{m}}{2} \right) 3 \text{m}$$

$$F = 178,12 \text{ kgf}$$

## Problema 3

Un embolo se mueve a lo largo de un cilindro con una velocidad de 20 pies/seg. La película de aceite que separa el émbolo del cilindro tiene una viscosidad de  $0.20 \text{ lb} \times \text{seg}/\text{pie}^2$ .

¿Cuál es la fuerza que se requiere para mantener ese movimiento?

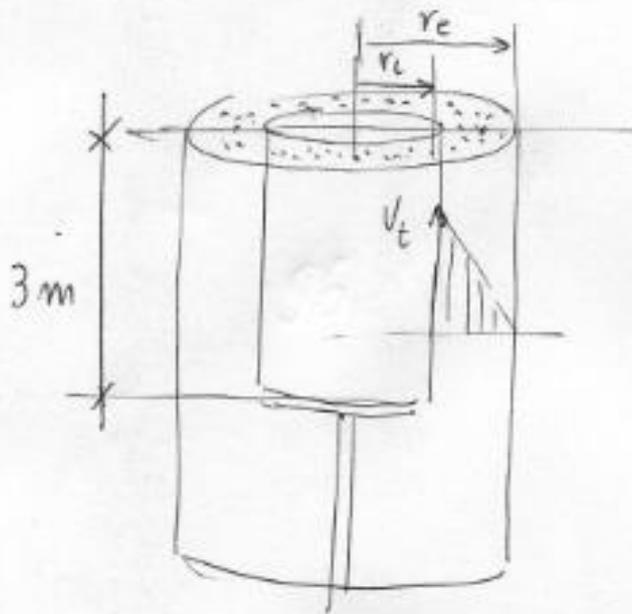


# Problema 4

## PROBLEMA

Un elevador hidráulico del tipo utilizado para el engrase de automóviles consiste en un pistón de 250 mm de diámetro que se aloja en un cilindro de 250.15 mm de diámetro, estando el espacio anular lleno de un aceite de  $\nu = 0.0004 \text{ m}^2/\text{seg}$  y peso específico relativo 0.85.

Si la velocidad del pistón es de 10 m/mín, hallar la resistencia por fricción cuando la longitud del pistón dentro del cilindro es de 3 metros.



$$r_i = \frac{250}{2} \text{ mm}$$

$$r_e = \frac{250,15}{2} \text{ mm.}$$

$$F_{(\text{resista friccion})} = ?$$

DATOS:

$\phi_e$

$\phi_i$

$\nu$

$\rho_{\text{rel}} = 0,85$

$N = 10 \text{ m/mín}$

$l = 3 \text{ m.}$

## Problema 4

Calculos Auxiliares :

a) como  $v = \frac{\mu}{\rho} \Rightarrow \mu = \rho v$

b) calculo de  $\rho$ :

$$\rho = \frac{P_e}{g} \quad \left( \text{Nota: } P_e = P_{er} \times 1000 \frac{\text{Kgr}}{\text{m}^3} \right)$$
$$P_e = 0,85 \times 1000 \frac{\text{Kgr}}{\text{m}^3} = 850 \frac{\text{Kgr}}{\text{m}^3}$$

$$\rho = \frac{850 \frac{\text{Kgr}}{\text{m}^3}}{9,8 \frac{\text{m}}{\text{seg}^2}} = 85 \frac{\text{Kgr}}{\text{m}^3} \frac{\text{seg}^2}{\text{m}} = 85 \frac{\text{UTM}}{\text{m}^3}$$

UTM =  $\frac{\text{Kgr}}{\text{m}^2 \text{seg}^2}$

c)  $\mu = 85 \frac{\text{Kgr}}{\text{m}^3} \times 0,0004 \frac{\text{m}^2}{\text{seg}} = 0,034 \frac{\text{Kgr}}{\text{m}^2 \text{seg}}$

## Problema 4

$$\tau = \mu \frac{dV}{dy}$$

$$\frac{dF}{ds} = \mu \frac{dV}{dy}$$

$$dF = \mu \cdot \frac{dV}{dy} ds$$

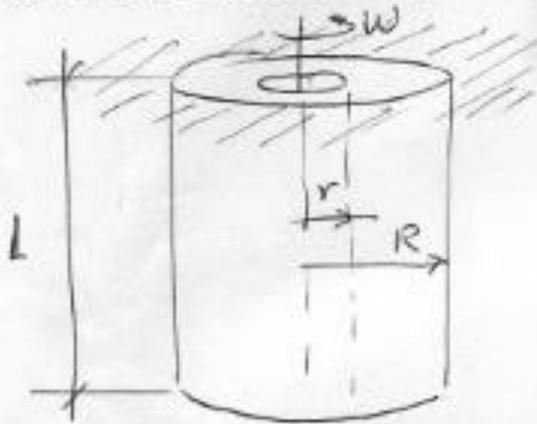
$$F = \mu \cdot \frac{V_t - 0}{(r_e - r_i)} \cdot 2\pi r_i l$$

## Problema 5

### PROBLEMA:

Un cilindro de <sup>12 cm</sup> 1 cm de radio gira concéntricamente en el interior de un cilindro fijo de 12.6 cm de radio. Ambos cilindros tienen una longitud de 30 cm.

Determinar la viscosidad absoluta del liquido que llena el espacio entre los cilindros si se necesita un par de 9 Kgcm para mantener un  $W = 60$  r.p.m.



$$\begin{aligned}r &= 12 \text{ cm} \\R &= 12,6 \text{ cm.} \\n &= 60 \text{ rpm.} \\u &= ? \\L &= 30 \text{ cm.}\end{aligned}$$

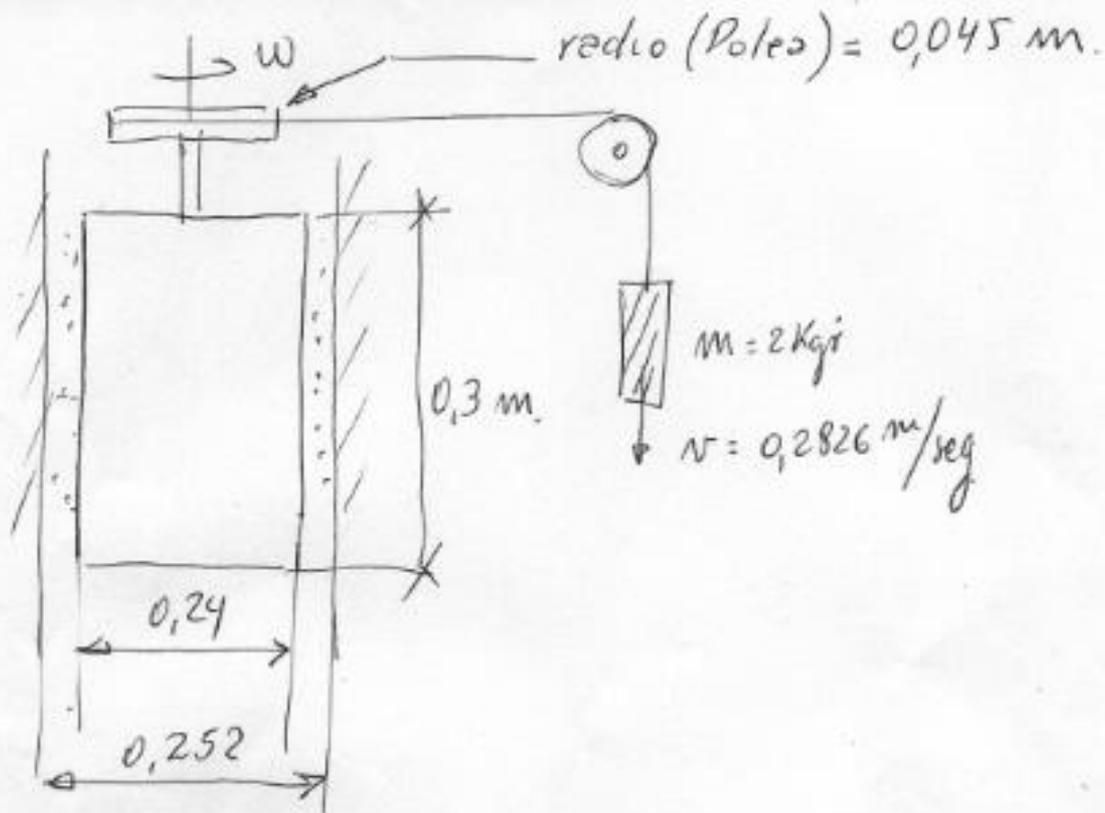
Nota: el espacio entre los cilindros se supone un gradiente de velocidades lineal.



## Problema 6

### PROBLEMA

En el viscosímetro de la figura, la masa de 2 Kgr. desciende a una velocidad constante de 0.2826 m/seg. Calcular el valor de la viscosidad absoluta del líquido ( expresada en Poise) que llena el espacio entre los cilindros, si se ha registrado además los siguientes datos:



# Problema 6

Solución:

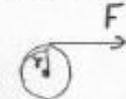
A) Calculo auxiliares: (Cálculo del M actuante.)

$$M^o = mg \times r_{\text{polea}}$$

$$M = 2 \text{ Kg} \times 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \times 0,045 \text{ m}$$

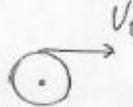
$$M = 0,882 \text{ Nm}$$

$$M = 0,09 \text{ Kg m.}$$


$$M = F \times r$$
$$= mg \times r_{\text{polea}}$$

B) Calculo de la  $V_t$  en el cilindro ( $V_{t_c}$ )

Polea:


$$V_{t_p} = \omega r$$

$$\Rightarrow \omega_p = \frac{V_{t_p}}{r} = \frac{0,2826}{0,045} = 6,28 \frac{1}{\text{seg}}$$

Cilindro



como:  $\omega_p = \omega_c$

$$V_{t_c} = \omega_c R \Rightarrow$$

$$V_t = 6,28 \frac{1}{\text{seg}} \times 0,12 \text{ m} = 0,7536 \frac{\text{m}}{\text{seg}}$$

## Problema 6

como  $\tau = \mu \frac{dV}{dy}$

Calculo de  $\tau$

Par aplicado: Par Resist

$$0,09 \text{ Kg}\cdot\text{m} = \tau (2\pi r \cdot 0,3) r$$

$$\tau = \frac{0,0476}{r^2}$$

ahora, como  $\frac{dV}{dy} = \frac{\tau}{\mu}$

$$\frac{dV}{dy} = \frac{0,0476/r^2}{\mu}$$

$$dV = \frac{0,0476}{\mu r^2} dy$$

# Problema 6

las variables son  $\bar{v}$  y  $r$

$$V=0 \rightarrow r_e$$

$$V=V_t \rightarrow r_i$$

ademas:

$$dy = -dr.$$

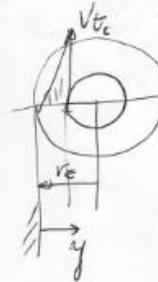
$$\frac{dW}{-dr} = \frac{0,0476}{\mu r^2}$$
$$\int_{ext}^{int} dW = \int_{0,126}^{0,120} \frac{-0,0476}{\mu r^2} dr.$$

$$N_{t_c} = \frac{0,0476}{\mu} \left[ \frac{1}{r} \right]_{0,126}^{0,120}$$

despejando  $\mu$ :

$$\mu = \frac{0,0476}{N_{t_c}} \left[ \frac{1}{0,120} - \frac{1}{0,126} \right]$$

$$\left[ \mu = 0,01919 \text{ Kgr } \frac{\text{dy}}{\text{m}^2} \right]$$



# VISCOSIDAD

CLASE 2



## Problema 7

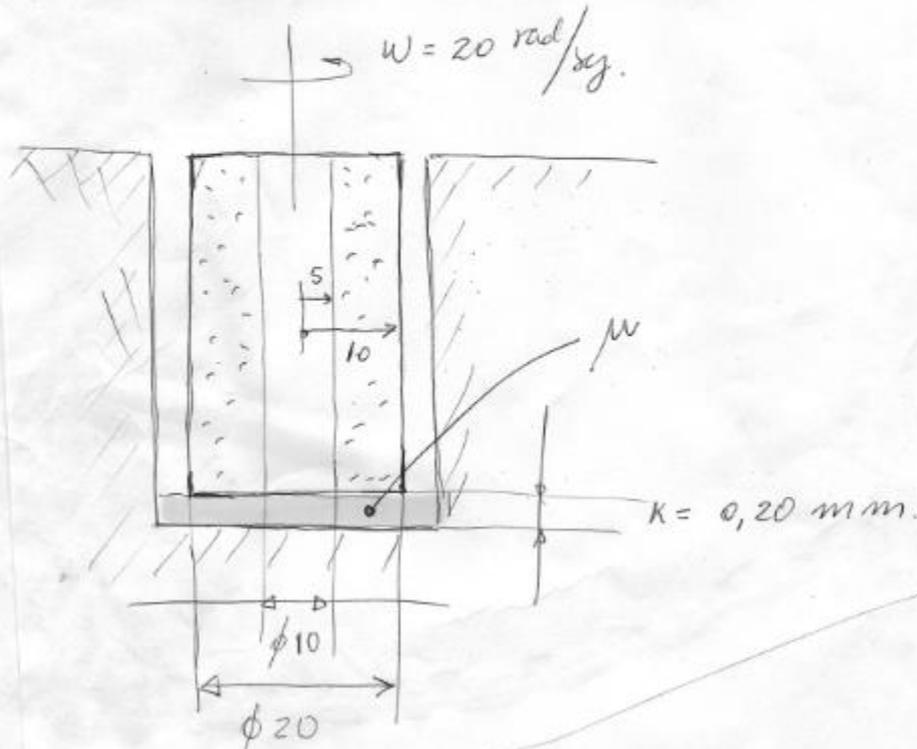
Un cuerpo cilíndrico como el mostrado en la figura gira a una velocidad constante igual a 20 rad/seg. Una película de aceite de viscosidad  $2,5 \times 10^{-4}$  Kgr.seg/m<sup>2</sup> separa la base del cilindro del recipiente que lo contiene.

El espesor de la película es 0,20 mm.

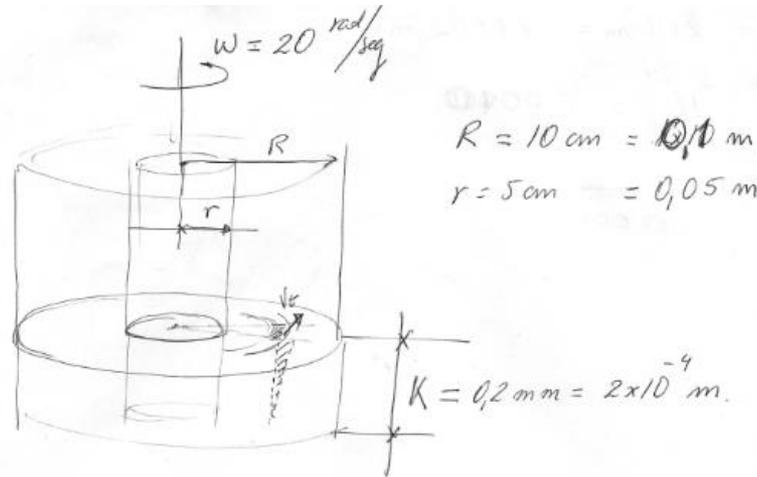
¿Qué par se necesita para mantener el movimiento?

El cilindro tiene una base de radio externo de 10 cm y un radio interno de 5 cm y una altura de 15 cm.

Utilícese la hipótesis de distribución de velocidades lineal y viscosidad newtoniana.



# Problema 7



$$\begin{aligned}
 \text{Par}_{\text{resist.}} &= F \times r \\
 &= \tau \times S \times r
 \end{aligned}$$

$$d\text{Par}_{\text{res.}} = \mu \frac{w r - 0}{K} \times 2\pi r dr \times r$$

$$d\text{Par}_{\text{resist}} = \mu \frac{w}{K} 2\pi r^3 dr$$

$$\text{Par}_{\text{resist}} = \mu \frac{w}{K} 2\pi \int_{r_i}^R r^3 dr$$

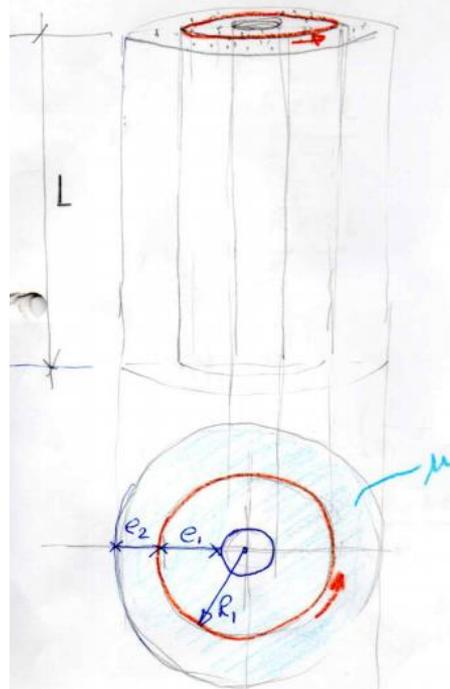
$$\text{Par}_{\text{resist}} = \mu \frac{w}{K} 2\pi \left[ \frac{r^4}{4} \right]_{r_i}^R = 3,6 \times 10^{-3} \text{ Kgfm}$$



## Problema 8

En el esquema mostrado en la figura solo es el cilindro intermedio el que gira concentricamente

Para hacer girar este cilindro intermedio a una  $\omega = 30 \text{ rpm}$ , se requiere un par de torsión de  $4 \text{ N}\cdot\text{m}$ . Se pide calcular la viscosidad del aceite



### DATOS

$$M = 4 \text{ N}\cdot\text{m}$$

$$\omega = 30 \text{ rpm}$$

$$L = 450 \text{ mm}$$

$$e_1 = 3 \text{ mm}$$

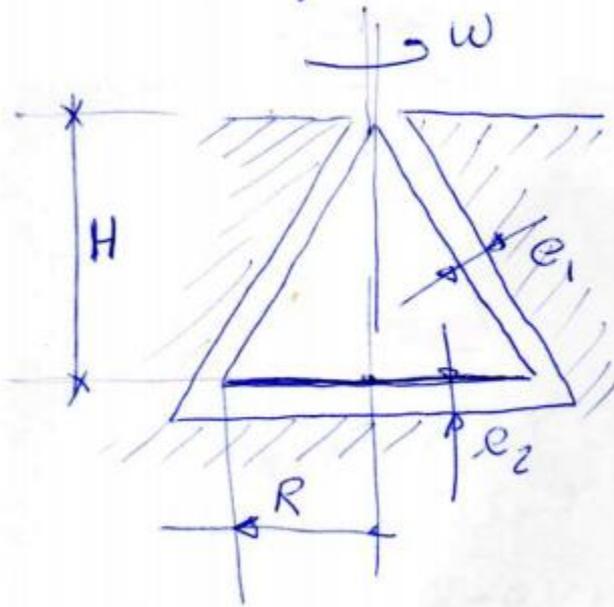
$$e_2 = 3 \text{ mm}$$

$$R_1 = 150 \text{ mm}$$



## Problema 9

Calcular el momento necesario para hacer girar el cono de la figura.



$$\omega = 100 \text{ r.p.m.} = 10,5 \frac{1}{\text{seg}}$$

$$\mu = 0,03 \text{ Kgr } \frac{\text{seg}}{\text{m}^2}$$

$$e_1 = 0,02 \text{ m}$$

$$e_2 = 0,01 \text{ m.}$$

$$R = 10 \text{ cm.}$$

$$H = 30 \text{ cm.}$$

# Problema 10

## Problema

Un cilindro macizo de acero ( $s=7,8$ ) de diámetro  $D = 70$  mm desliza gracias a su propio peso, por el interior de un tubo de diámetro interior  $D_t = 71$  mm, formando un ángulo con la horizontal de  $60^\circ$ . Se pide:

- Calcular la  $\mu$  (Pl) del fluido existente en el huelgo si la velocidad alcanzada por el cilindro es de  $2$  m/s.  
Suponer que la única resistencia existente es la que produce el fluido que se encuentra en el huelgo.
- Utilizando los ábacos de viscosidad: ¿De qué fluido puede tratarse?, ¿a qué temperatura se encuentra?

**Respuesta )**  $0,290$  Pl.; Glicerina a  $30^\circ\text{C}$ .

# Problema 11

## Problema

Una película uniforme de aceite de 0,13 mm de espesor, separa dos discos, ambos de 200 mm de diámetro, montados coaxialmente. Despreciando los efectos de borde, calcúlese el par de torsión necesario para hacer girar a uno de los discos en relación al otro a una velocidad de 7 rps, si el aceite tiene una viscosidad de 0,14 Pl.

**Respuesta )** 7,44 mN.

# Problema 12

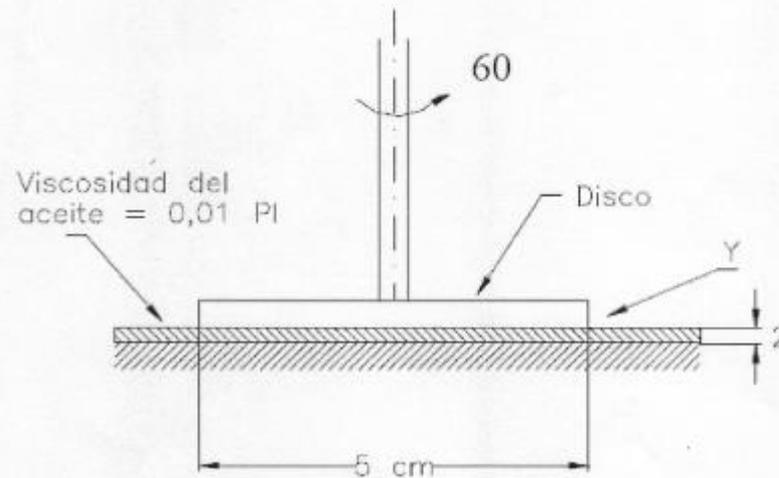
## PROBLEMA

El dispositivo mostrado en la figura consiste en un eje que hace girar un disco de 5 cm de diámetro a 60 rpm. El disco se coloca a 2 mm de un plano sólido. Entre el disco y el Plano hay un aceite de viscosidad 0,01 Pl.

Se pide:

- Momento que hay que aplicar para vencer la resistencia del aceite.
- Potencia consumida.

**Respuesta )**  $1,93 \cdot 10^{-5}$  m.N;  $12 \cdot 10^{-5}$  W.



## Problema 13

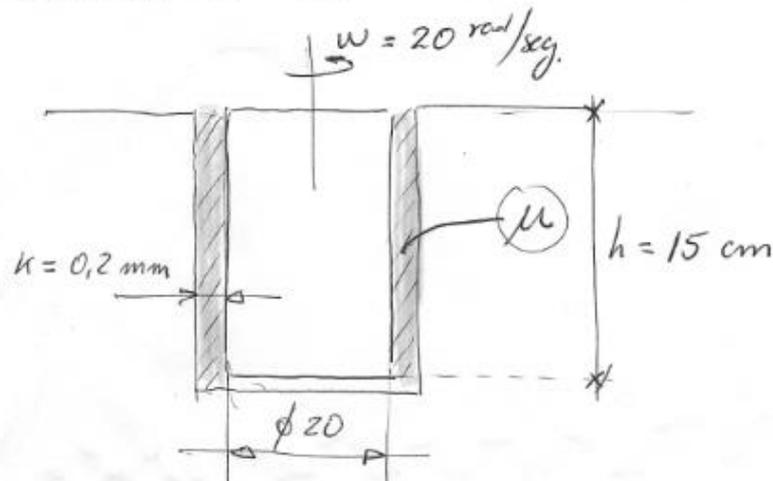
Un cuerpo cilíndrico como el mostrado en la figura gira a una velocidad constante de  $20 \text{ rad/seg}$ .  
Una película de aceite de viscosidad  $2,5 \times 10^{-4} \text{ kg/m} \cdot \text{seg}$  separa la pared lateral del recipiente que lo contiene.

El espesor de la película es  $0,2 \text{ mm}$ .

¿Que par se necesita para mantener el mov.?

El cilindro tiene una base de radio  $10 \text{ cm}$ .

Altura del cilindro:  $15 \text{ cm}$ .



# Problema 14

## PROBLEMA

En la figura, un aceite de viscosidad  $\mu$  llena la pequeña holgura de tamaño  $Y$ .

Despreciando el esfuerzo debido al fluido ejercido sobre la cara circular inferior, obtenga el valor del par  $M$  necesario para hacer girar el tronco de cono a velocidad angular constante  $W$ .

DATOS:

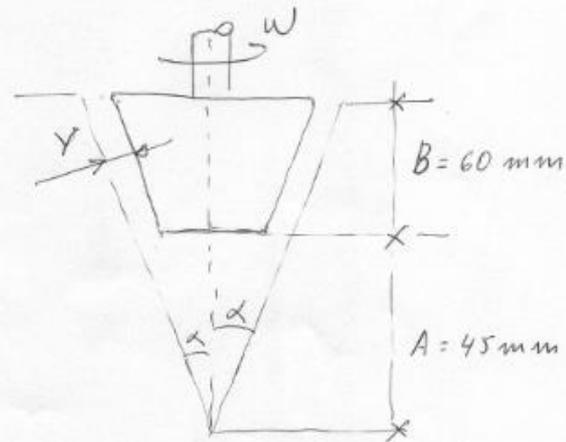
$W = 900 \text{ RPM}$

$\alpha = 45^\circ$

$B = 60 \text{ mm}$

$Y = 0.2 \text{ mm}$

$A = 45 \text{ mm}$





# Problema 15

## PROBLEMA

Un cono soldado de ángulo  $2\theta$ , radio de base  $R=12$  cm y masa  $m=300$  gr. está girando con una velocidad angular  $n=60$  r.p.m. en su asiento cónico.

La holgura  $e=0.5$  cm está llena de un aceite de viscosidad  $\mu = 0.025$  kgr/Seg/m<sup>2</sup>.

Despreciando la resistencia del aire, calcular el tiempo que tarda en llegar a la velocidad  $v=0$ .

DATOS:

$$2\theta = 90^\circ$$

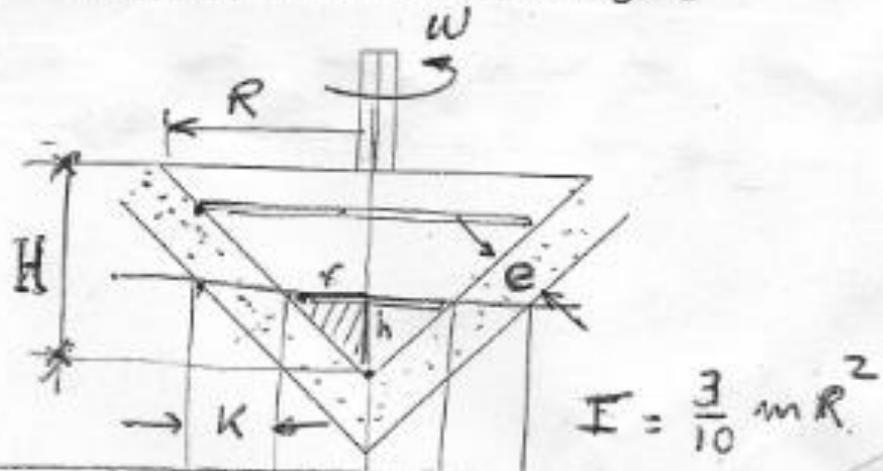
$$R = 12 \text{ cm.}$$

$$W = 60 \text{ RPM}$$

$$e = 0,5 \text{ cm.}$$

$$\mu = 0.025 \text{ Kgr.seg/m}^2.$$

$$m = 300 \text{ gr}$$



# Problema 16

**Ejercicio 1.2.** Se debe mover un bloque de 50 cm x 30 cm x 20 cm que pesa 150 N a una velocidad constante de 0.8 m/s sobre una superficie inclinada 20°, con un coeficiente de fricción de 0.27. a) Determine la fuerza F necesaria a aplicar en la dirección horizontal. b) Si se aplica una película de aceite de 0.4 mm de espesor, con una viscosidad dinámica de 0,012 Pa · s entre el bloque y la superficie inclinada, determine el porcentaje de reducción en la fuerza necesaria. (Problema 2.75 de *Mecánica de Fluidos. Fundamentos y Aplicaciones, Cengel, 2ª edición, 2012, McGraw - Hill*)

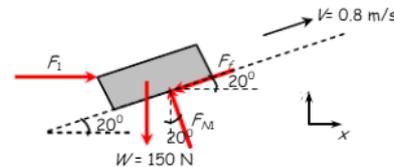
La viscosidad absoluta del aceite es  $\mu = 0.012 \text{ Pa}\cdot\text{s} = 0.012 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ .

(a) Realizando el diagrama de cuerpo libre, para una velocidad constante.

$$\sum F_x = 0: \quad F_1 - F_f \cos 20^\circ - F_{N1} \sin 20^\circ = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0: \quad F_{N1} \cos 20^\circ - F_f \sin 20^\circ - W = 0 \quad (2)$$

$$\text{Fuerza de fricción: } F_f = f F_{N1} \quad (3)$$



Sustituyendo (3) en (2) y despejando  $F_{N1}$

$$F_{N1} = \frac{W}{\cos 20^\circ - f \sin 20^\circ} = \frac{150 \text{ N}}{\cos 20^\circ - 0.27 \sin 20^\circ} = 177.0 \text{ N}$$

De (1):

$$F_1 = F_f \cos 20^\circ + F_{N1} \sin 20^\circ = (0.27 \times 177 \text{ N}) \cos 20^\circ + (177 \text{ N}) \sin 20^\circ = 105.5 \text{ N}$$

(b) En este caso, lo que cambia es el cálculo de la fuerza de fricción

$$F_{\text{cortante}} = \tau_{\text{agua}} A = \mu A (V/h) = (0.012 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2) (0.5 \times 0.2 \text{ m}^2) (0.8 \text{ m/s} / 4 \times 10^{-4} \text{ m}) = 2.4 \text{ N}$$

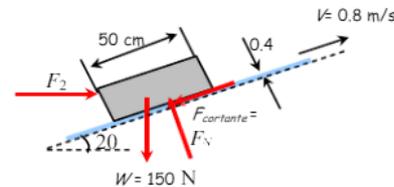
$$\sum F_x = 0: \quad F_2 - F_{\text{cortante}} \cos 20^\circ - F_{N2} \sin 20^\circ = 0 \quad (4)$$

$$\sum F_y = 0: \quad F_{N2} \cos 20^\circ - F_{\text{cortante}} \sin 20^\circ - W = 0 \quad (5)$$

$$\text{De (5) } F_{N2} = (F_{\text{cortante}} \sin 20^\circ + W) / \cos 20^\circ = [(2.4 \text{ N}) \sin 20^\circ + (150 \text{ N})] / \cos 20^\circ = 160.5 \text{ N}$$

$$\text{Sustituyendo en (4), } F_2 = F_{\text{cortante}} \cos 20^\circ + F_{N2} \sin 20^\circ = (2.4 \text{ N}) \cos 20^\circ + (160.5 \text{ N}) \sin 20^\circ = 57.2 \text{ N}$$

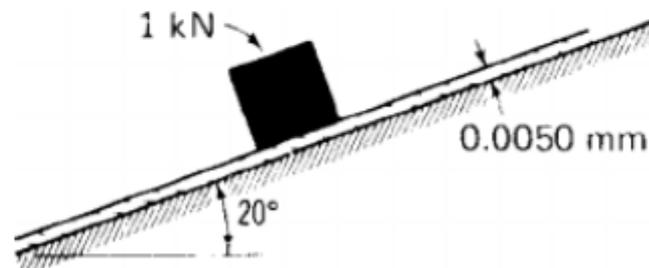
$$\text{Porcentaje de reducción de la fuerza requerida} = \frac{F_1 - F_2}{F_1} \times 100\% = \frac{105.5 - 57.2}{105.5} \times 100\% = 45.8\%$$



# Problema 17

## Ejercicios propuestos.

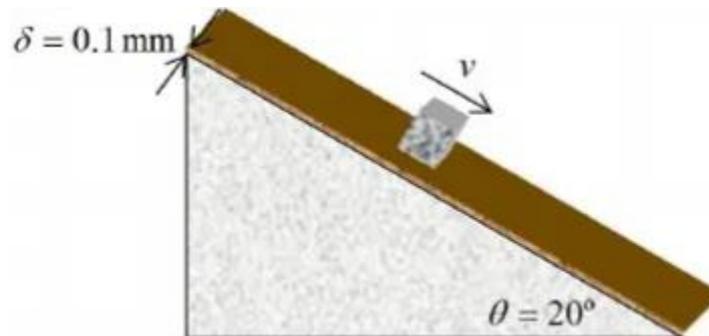
**28.** [IS] Un bloque cúbico de 1 kN de peso y 200 mm de lado se desliza hacia abajo en un plano inclinado sobre una película de aceite con un espesor de 0.0050 mm. Si se utiliza un perfil lineal de velocidades en el aceite, ¿cuál es la velocidad terminal del bloque? La viscosidad del aceite es  $\mu = 7 \times 10^{-2}$  P.



**Respuesta:**  $v_{\infty} = 6.11$  m/s.

# Problema 18

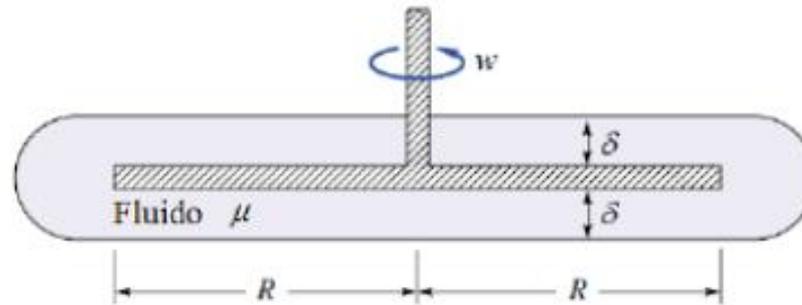
- Un bloque de 10 kg se desliza hacia abajo sobre un plano inclinado liso, como muestra en la figura. Determinar la velocidad terminal del bloque si la separación de 0.1mm entre el bloque y la superficie contiene aceite SAE 10W-30 a 60°F ( $\mu = 0.38 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$ ).
- Suponer que la distribución de velocidad en la separación es lineal y que el área del bloque en contacto con el aceite es de 0.2 m



Respuesta:  $v_x = 0.0441 \text{ m/s}$ .

## Problema 19

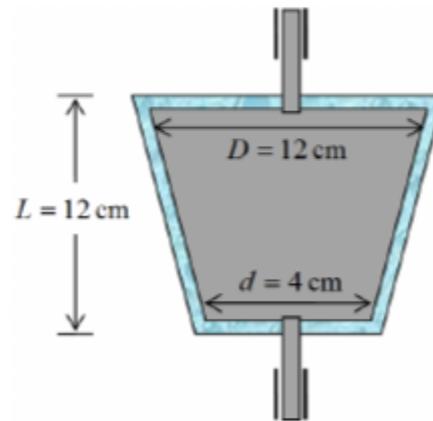
**49.** [FW] El dispositivo mostrado en la figura se denomina *viscosímetro de disco rotatorio*. Suponga que  $R = 5 \text{ cm}$  y  $\delta = 1 \text{ mm}$ . Si el torque requerido para rotar el disco a 900 rpm es 0.537 N.m, ¿cuál es la viscosidad del fluido?



**Respuesta:**  $\mu = 0.2902 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ .

## Problema 20

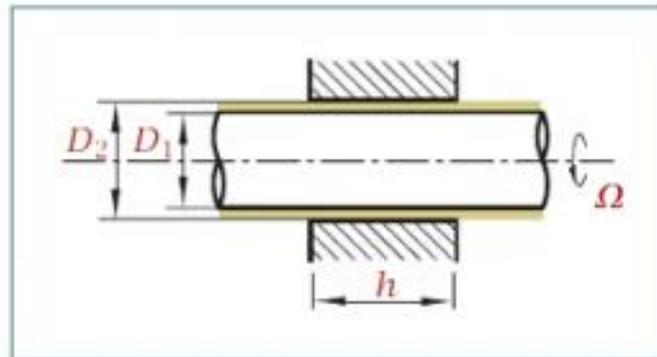
**51.** [ÇÇ] Un cuerpo en forma de cono cortado gira a velocidad angular constante de 200 rad/s en un recipiente lleno con aceite SAE 10W-30 a 20°C ( $\mu = 0.1 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ) como se muestra en la figura. Si, especialmente en los lados el espesor de la película de aceite es de 1.2 mm, determine la potencia necesaria para mantener este movimiento. Determine también la reducción en el consumo de potencia necesario cuando la temperatura del aceite se eleva hasta 80°C ( $\mu = 0.0078 \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ).



**Respuesta:**  $W = \frac{\pi \mu \omega^2 D^4}{32h} \left[ 1 + \left( \frac{d}{D} \right)^4 + \frac{2L[1 - (d/D)^4]}{D - d} \right], 92\%.$

## Problema 21

El eje de la figura tiene un diámetro  $D_1 = 120$  mm, gira con una velocidad angular  $\Omega = 220 \text{ rev s}^{-1}$  y está dispuesto coaxialmente con un cojinete de longitud  $h = 0,23$  m y diámetro  $D_2 = 120,5$  mm.



Entre eje y cojinete existe un aceite de viscosidad  $\mu = 0,01 \text{ kg m}^{-1} \text{ s}^{-1}$ . Calcular la potencia necesaria para mantener constante la velocidad de giro del eje, suponiendo que la velocidad del aceite varía linealmente en el hueco entre eje y cojinete.

# Problema 21

## Solución

La potencia necesaria para mantener constante la velocidad de giro del eje es  $\dot{W} = M_{res}\Omega$ , siendo  $M_{res}$  el momento resistente ejercido por el aceite sobre el eje,

$$M_{res} = \int_S \tau \frac{D_1}{2} dS,$$

donde  $S$  es la superficie del eje en contacto con el aceite y  $\tau$  es la tensión cortante entre eje y aceite. La velocidad del aceite en el hueco entre eje y cojinete varia de forma lineal, y por tanto la tensión cortante entre eje y aceite puede calcularse de la siguiente forma:

$$\tau = \mu \left| \frac{dv}{dr} \right| = \mu \frac{2(v_m - v_0)}{D_2 - D_1},$$

donde  $v$  es la velocidad del aceite,  $r$  es la coordenada radial, y  $v_m$  y  $v_0$  son las velocidades del aceite en contacto con el eje y con el cojinete, respectivamente. Al ser  $\tau$  constante en toda la superficie del eje, se obtiene

$$\dot{W} = \tau \frac{1}{2} D_1 (\pi D_1 h) \Omega = \mu (v_m - v_0) \pi h \Omega D_1^2 / (D_2 - D_1),$$

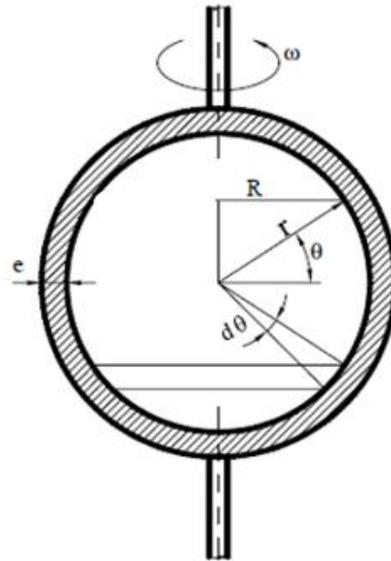
y, sustituyendo valores, resulta

$$\dot{W} = 23,86 \text{ kW.}$$



## Problema 22

- Una esfera de radio  $r = 15$  cm. gira dentro de un asiento esférico el cual posee un huelgo de  $e = 0,25$  mm entre el mismo y la esfera completamente lleno de aceite con una viscosidad absoluta de  $0,027$  Pa.seg.
- Calcular el par necesario que se debe aplicar sobre el eje de la esfera para mantenerla girando a una  $w = 600$  r.p.m. constante



## Problema 23

Un cuerpo con un peso de 120 lb, y con un área superficial plana de 2  $\text{pies}^2$  se desliza hacia abajo a lo largo de un plano inclinado lubricado que hace un ángulo de  $30^\circ$  con la horizontal. Para una viscosidad de  $0.002 \text{ lb} \times \text{s} / \text{pie}^2$  y una velocidad del cuerpo de  $3 \text{ pie} / \text{s}$ , determinar el espesor de la película del lubricante.

Datos:

$$w = 120 \text{ lb}$$

$$A = 2 \text{ pies}^2$$

$$\theta = 30^\circ$$

$$\mu = 0.002 \text{ lb} \times \text{s} / \text{pie}^2$$

$$v = 3 \text{ pie} / \text{s}$$

