UNIDAD 7

INTEGRACIÓN INDEFINIDA

7.1 Hallar las siguientes primitivas

b)

$$\int \left(\frac{x}{3}+\frac{3}{x}\right)dx = \frac{1}{3}\int x\,dx + 3\int \frac{1}{x}dx = \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\,x^2 + 3\cdot ln|x| + C = \mathbf{\frac{1}{6}\,x^2 + 3\cdot ln|x| + C}$$

i)

$$\int \left(x^2 - 3\sqrt{x} + \frac{1}{3}\right)\sqrt{x}dx = \int (x^2\cdot x^{\frac{1}{2}} - 3x^{\frac{1}{2}}\cdot x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{3}\cdot x^{\frac{1}{2}})\,dx = \int x^{\frac{5}{2}}dx - 3\int x\,dx + \frac{1}{3}\int x^{\frac{1}{2}}dx$$

$$= \frac{1}{\frac{7}{2}}\,x^{\frac{7}{2}} - 3\cdot\frac{1}{2}\,x^2 + \frac{1}{3}\cdot\frac{1}{\frac{3}{2}}\,x^{\frac{3}{2}} + C = \mathbf{\frac{2}{7}\,x^{\frac{7}{2}} - \frac{3}{2}\,x^2 + \frac{2}{9}\cdot\,x^{\frac{3}{2}} + C}$$

j)

$$\int \left(x^2 - 3\sqrt{x}\right)^2 dx = \int (x^4 - 6x^2\cdot x^{\frac{1}{2}} + 9x)dx = \int x^4dx - 6\int x^{\frac{5}{2}}dx + 9\int x\,dx =$$

$$\frac{1}{5}x^5 - 6\cdot\frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}} + 9\cdot\frac{1}{2}x^2 + C = \mathbf{\frac{1}{5}x^5 - \frac{12}{7}x^{\frac{7}{2}} + \frac{9}{2}x^2 + C}$$

n)

$$\int \frac{x^2 - x - 6}{x+2}dx = \int \frac{(x-3)\cdot\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x+2)}}dx = \int (x-3)dx = \int x\,dx - 3\int dx = \frac{1}{2}x^2 - 3x + C$$

- -- -- - - -- - -- -- -- -- - - -- - -- -- -- -- - - -- - -- -- -- -- - - -- - -- -- -- -- - - -- - -- -- -- -- - - -- - -- -- -- -- - - -- - -- -- -- -- - -

7.2 Resolver las siguientes integrales usando el método de sustitución

a) $\int sen\,(x^3 - 2x + 1) \cdot (3x^2 - 2)\,dx$

Si observamos la expresión resulta que $3x^2 - 2$, es la derivada de $x^3 - 2x + 1$, entonces podemos hacer la sustitución:

$$t = x^3 - 2x + 1 \quad , \quad dt = (3x^2 - 2)dx \quad , \quad \left(\frac{dt}{3x^2 - 2}\right) = dx$$

Efectuando la sustitución en la integral:

$$\int sen\,(x^3 - 2x + 1) \cdot (3x^2 - 2)\,dx = \int sent \cdot (\cancel{3x^2 - 2}) \cdot \frac{dt}{\cancel{3x^2 - 2}} = \int sen\,t\,dt = -cost + C$$

Recuerdo que $t = x^3 - 2x + 1$, entonces:

$$\int sen\,(x^3 - 2x + 1) \cdot (3x^2 - 2)\,dx = \boldsymbol{-\cos(x^3 - 2x + 1) + C}$$

c) $\int \frac{1}{x}\cos(lnx)\,dx$

Hacemos el cambio de variable $t = lnx \Rightarrow dt = \frac{1}{x}dx \Rightarrow x \cdot dt = dx$

Sustituimos:

$$\int \frac{1}{x}\cos(lnx)\,dx = \int \frac{1}{x}\cos t\,.\,x \cdot dt = \int \cos t\,dt = sent + C$$

Luego :

$$\int \frac{1}{x}\cos(lnx)\,dx = \boldsymbol{sen\,(\ln\,x) + C}$$

g) $\int Senh(3x)dx$

$$t = 3x \Rightarrow dt = 3dx \Rightarrow \frac{dt}{3} = dx$$

Sustituyendo:

$$\int Senh(3x)dx = \int Senh(t) \cdot \frac{1}{3}dt = \frac{1}{3}\int Senh(t)dt = \frac{1}{3}Cosh\, t + C$$

Luego:

$$\int Senh(3x)dx = \mathbf{\frac{1}{3}Cosh(3x) + C}$$

i) $\int sen(3x)\cos(3x)\, dx$

$$t = sen(3x) \Rightarrow dt = 3 \cdot \cos(3x)\, dx \Rightarrow \frac{dt}{3 \cdot \cos(3x)} = dx$$

Sustituyendo:

$$\int sen(3x)\cos(3x)\, dx = \int t \cdot \cos(3x) \cdot \frac{dt}{3 \cdot \cos(3x)} = \frac{1}{3}\int t\, dt = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}t^2 + C$$

Luego:

$$\int sen(3x)\cos(3x)\, dx = \frac{1}{6}sen^2(3x) + C$$

m) $\int \frac{x^3}{1+x^4}dx$

$$t = 1 + x^4 \Rightarrow dt = 4x^3dx \Rightarrow \frac{dt}{4x^3} = dx$$

$$\int \frac{x^3}{t} \cdot \frac{dt}{4x^3} = \frac{1}{4}\int \frac{1}{t}dt = \frac{1}{4}\ln|t| + C$$

$$\int \frac{x^3}{1 + x^4}dx = \mathbf{\frac{1}{4}\ln|1 + x^4| + C}$$