

Unidad 7: Flujo Isentrópico Compresible

Ing. Nahuel Castello

Mecánica de los fluidos - Departamento de Ingeniería Industrial
Universidad Tecnológica Nacional FRH

2017

Contenido de La Unidad

Onda acústica o elástica. Velocidad del sonido. Expresión de Hugoniot
Propagación de la onda elástica
Número de Mach
Flujo isentrópico compresible unidimensional, hipótesis
Ecuación de Meyer
Influencia del cambio de sección sobre los parámetros de flujo
Conservación de la energía en Flujo compresible
Parámetros de estancamiento
Parámetros críticos
Tobera saturada
Diseño de la Tobera “de Laval”
Ondas de choque planas
Banco de ensayo de toberas

Onda acústica o elástica. Velocidad del sonido. Expresión de Hugoniot

Onda acústica o elástica. Velocidad del sonido.

Se considera un gas perfecto sometido a un proceso adiabático reversible o isentrópico. Son validas las ecuaciones del caso:

$$k = \frac{C_P}{C_V}$$

$$R = C_P - C_V$$

$$\frac{P}{\rho^k} = \mathbb{C}$$

$$P = \rho R T$$

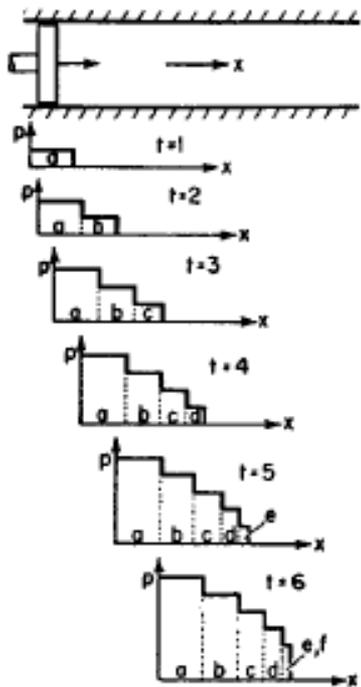
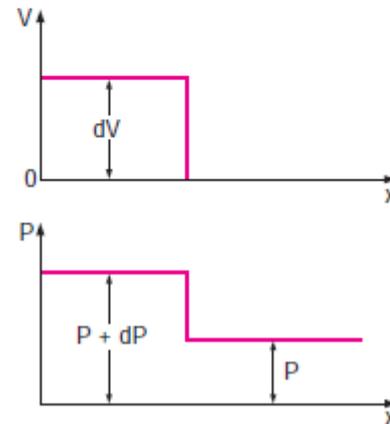
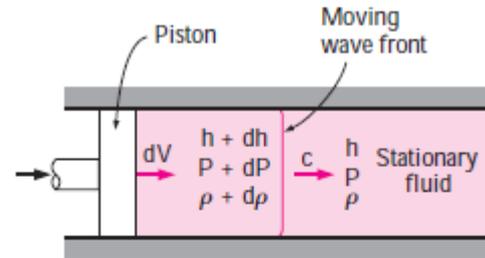


FIG. 5.8. Wave fronts formed at successive times as piston accelerates rightward by a series of equally spaced impulses.

Modelo físico
de la onda elástica

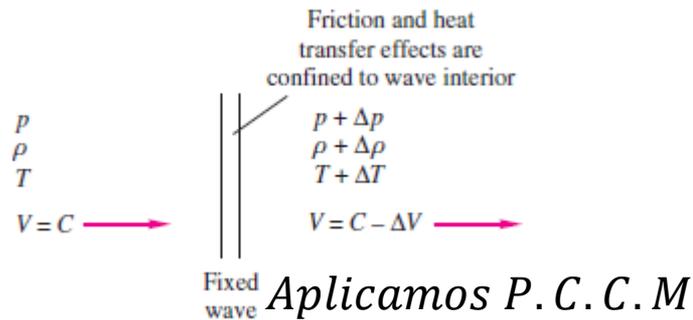
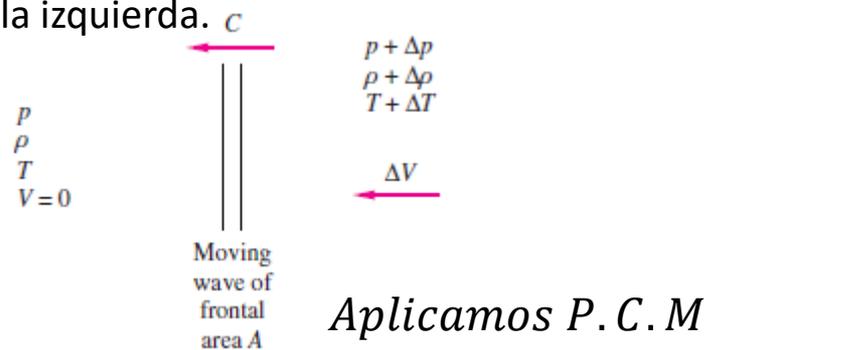


Onda acústica o elástica. Velocidad del sonido. Expresión de Hugoniot

Onda acústica o elástica. Velocidad del sonido. Expresión de Hugoniot.

Supongamos una onda de presión infinitesimal desplazándose a la izquierda a la velocidad del sonido. La onda se mueve hacia el fluido quieto, y dejara a sus derecha un incremento en el valor de la P , ρ , T y h , y el fluido siguiendo a la onda a una velocidad mucho menor ΔV .

Para evitar términos no estacionarios se considera un volumen de control fijo, y que el fluido se mueva hacia la izquierda.



$$\rho A c = (\rho + d\rho) A (c - dv)$$

$$\rho c = \rho c - \rho dv + d\rho c - dv d\rho$$

$$0 = -\rho dv + d\rho c$$

$$dv = \frac{c d\rho}{\rho}$$

$$c^2 = k \left(\frac{dP}{d\rho} \right)_{T=Cte \text{ (adiabatico)}}$$

$$c = \sqrt{kRT}$$

$$PA - (P + dP)A = \rho A c ((c - dv) - c)$$

$$dP A = \rho A c dv$$

$$dP = \rho c^2 \frac{d\rho}{\rho} \rightarrow$$

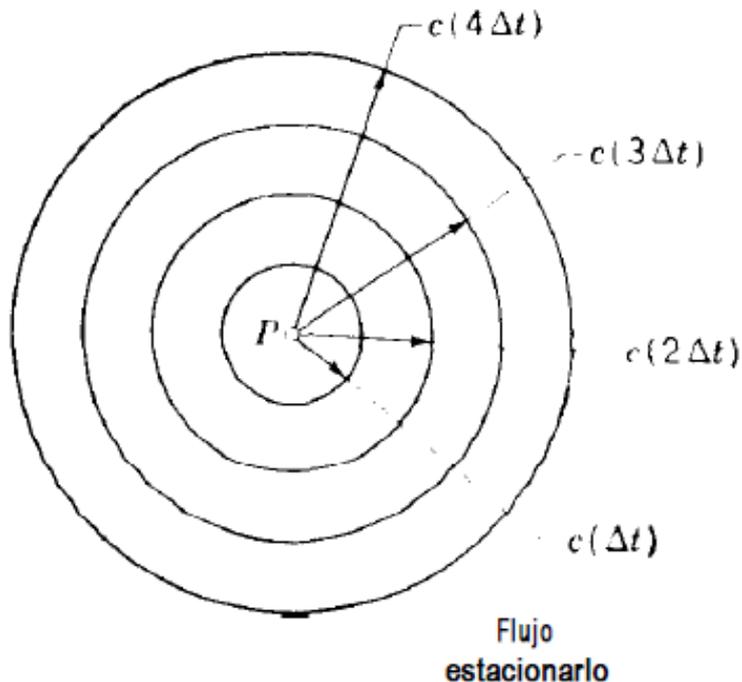
$$c^2 = \left(\frac{dP}{d\rho} \right)_{s=Cte}$$

“Expresión de Hugoniot”

Propagación de la Onda Elástica

Propagación de la onda elástica

Modelo físico de propagación para un punto en movimiento.

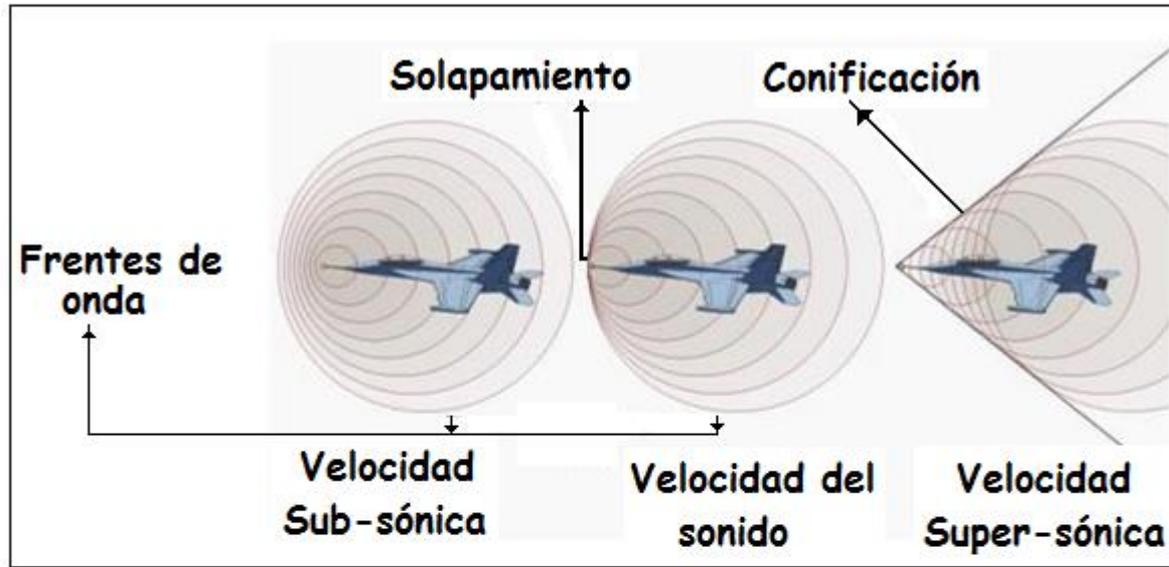


$$M = \frac{V}{c}$$

$0 < M < 0,3$	Subsónico "Incompresible"
$0,3 < M < 0,85$	Subsónico Compresible
$0,85 < M < 1,15$	Transónico
$1,15 < M < 5$	Supersónico
$M > 5$	Hipersónico

Propagación de la Onda Elástica

Propagación de la onda elástica

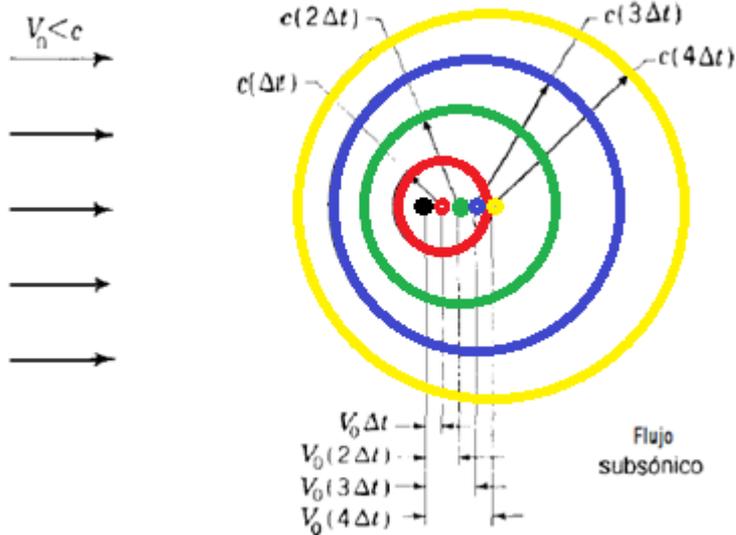


Propagación de la Onda Elástica

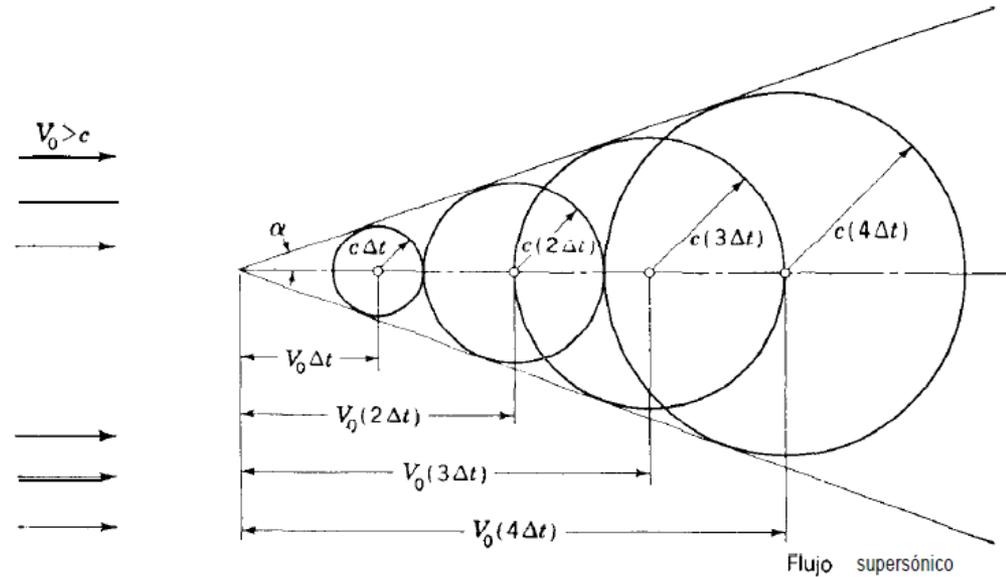
Propagación de la onda elástica

Modelo físico de propagación para un punto en movimiento.

Subsónico



Supersónico

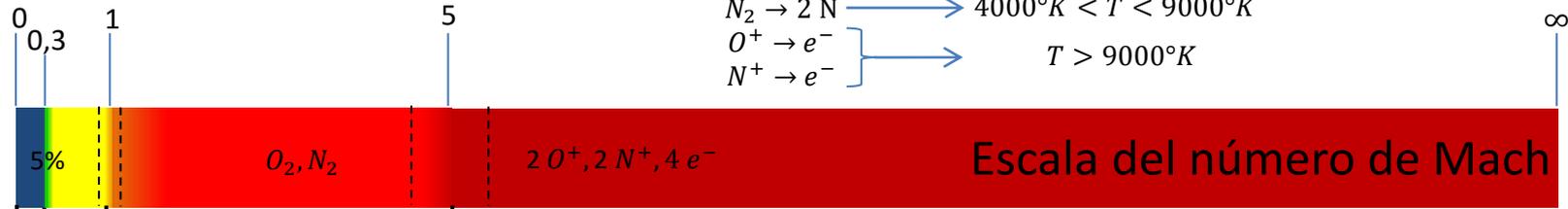
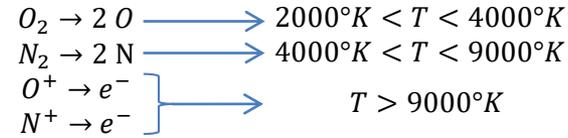


$$\text{Sen } \alpha = \frac{1}{M}$$

Numero de Mach

Regímenes del número de Mach.

El número de Mach define distintos regímenes de velocidades y comportamiento de fluido.



$M = 4 \cdot 10^{-5}$



$M = 0,03$



$M = 0,1$



$M = 0,24$



$M = 0,6$



$M = 0,85$



$M = 0,99$



$M = 1,26$



$M = 2$



$M = 3,3$



$M = 6,7$



$M = 25$



Warp = 9,99 (10^{12} Km/h)
Mach = ?

Flujo isentrópico compresible unidimensional, hipótesis

Flujo isentrópico compresible unidimensional.

Hipótesis:

Isentrópico: combinando ambas leyes de la termodinámica se tiene que

$$T ds = dh - \frac{dp}{\rho} = C_p dT - \frac{dp}{\rho}$$

Resolviendo para $ds = 0$, se tiene que $\frac{P}{\rho^k} = \mathbb{C}$

Compresible: se considera un gas ideal en un flujo con número de Mach $> 0,3$. Así, se tiene que $\rho \neq \mathbb{C}$.

Unidimensional: se deben cumplir tres condiciones que garantizan que puede considerarse que los cambios de los parámetros termodinámicos solo en la dirección del flujo dominan el comportamiento del mismo:

$$\left(\frac{dA}{A}\right) \ll 1$$

$$R_{curvatura} \gg \phi_{pasaje}$$

Perfil cte.

$$dU = dW + dQ$$

$$ds = \frac{dQ}{T}$$

$$h = u + \frac{P}{\rho}$$

$$dh - \frac{dp}{\rho} = du$$

$$dh - \frac{dp}{\rho} = T ds$$

$$dh = c_p dT$$

$$dh - \frac{dp}{\rho} = T ds$$

$$C_p dT - RT \frac{dp}{P} = T ds$$

$$C_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{P} = ds$$

Ecuación de Meyer

Influencia del cambio de sección. Ecuación de Meyer

Aplicamos P.C.M
 $\rho AV = \text{Constante}$

$$\ln \rho + \ln A + \ln V = \text{Constante}$$

$$\frac{d\rho}{\rho} + \frac{dA}{A} + \frac{dV}{V} = 0 \rightarrow \frac{dA}{A} = \frac{d\rho}{\rho} - \frac{dV}{V} \rightarrow \frac{dA}{A} = -\frac{dV}{V} \left(1 + \frac{d\rho}{\rho} \frac{V}{dV} \right)$$

Aplicamos P.C.E., despreciando el cambio en la energía Potencial

$$\int \frac{dP}{\rho} + \frac{V^2}{2} - \cancel{U_m} = \mathbb{C}$$

$$\frac{dP}{\rho} + V dV = 0 \rightarrow \frac{dP}{\rho} = -V dV \rightarrow \rho = \frac{dP}{-V dV}$$

Aplicamos la expresión de "Expresión de Hugoniot"

$$c^2 = \frac{dP}{d\rho}$$

$$\frac{dA}{A} = -\frac{dV}{V} \left(1 + \frac{d\rho}{\frac{dP}{-V dV}} \frac{V}{dV} \right)$$

$$\frac{dA}{A} = -\frac{dV}{V} \left(1 - V^2 \frac{d\rho}{dP} \right)$$

$$\frac{dA}{A} = -\frac{dV}{V} \left(1 - V^2 \frac{1}{c^2} \right)$$

$$\frac{dA}{A} = -\frac{dV}{V} (1 - M^2)$$

Ecuación de Meyer

Ecuación de Meyer

Influencia del cambio de sección. Ecuación de Meyer

$$\frac{dA}{A} = -\frac{dV}{V} (1 - M^2)$$

“Esta ecuación gobierna la forma de la tobera o difusor en flujo isentrópico subsónico o supersónico”

Se puede concluir:

$$\textit{Para Flujo subsonico} \quad M < 1 \rightarrow \frac{dA}{A} < 0$$

$$\textit{Para Flujo supersonico} \quad M > 1 \rightarrow \frac{dA}{A} > 0$$

$$\textit{Para Flujo sonico} \quad M = 1 \rightarrow \frac{dA}{A} = 0$$

Influencia del cambio de sección sobre los parámetros de flujo

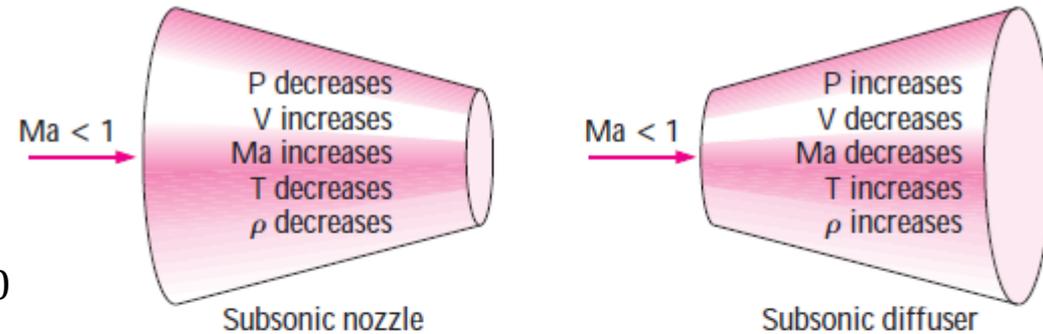
Influencia del cambio de sección. Ecuación de Meyer

$$\frac{dA}{A} = -\frac{dV}{V}(1 - M^2)$$

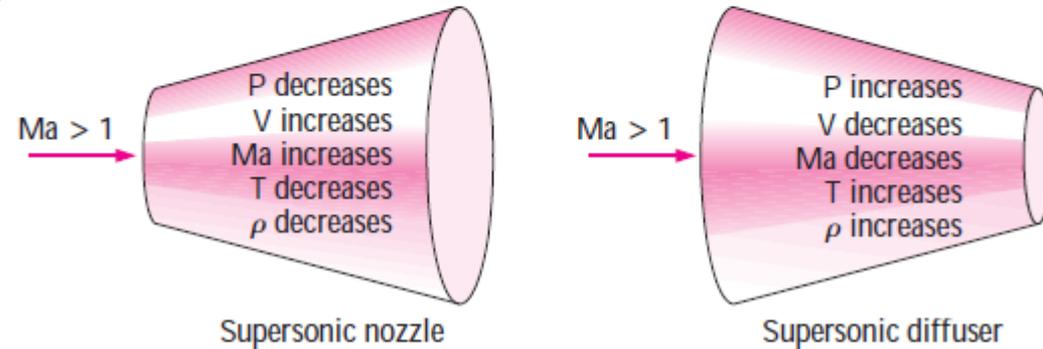
Para Flujo subsonico $M < 1 \rightarrow \frac{dA}{A} < 0$

Para Flujo supersónico $M > 1 \rightarrow \frac{dA}{A} > 0$

Para Flujo sónico $M = 1 \rightarrow \frac{dA}{A} = 0$



(a) Subsonic flow

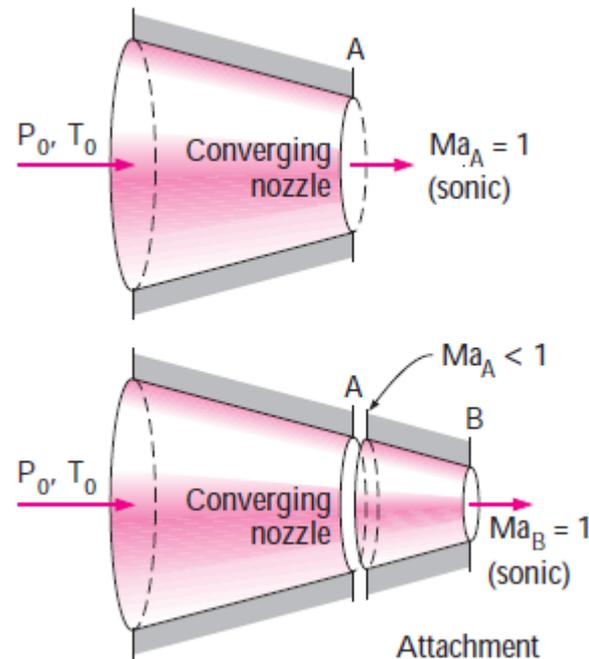


(b) Supersonic flow

Influencia del cambio de sección sobre los parámetros de flujo

Influencia del cambio de sección. Ecuación de Meyer

“No es posible incrementar el número de Mach más allá de un valor de 1 prolongando la tobera convergente. El caudal másico disminuirá, y el número de Mach a la salida de la tobera será como máximo $M=1$. Este es el máximo número de Mach posible de lograr con una tobera convergente”



Conservación de la Energía

Habíamos definido en Unidad 4:

$$\frac{k}{K-1} \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} - U_m = \mathbb{C}$$

Ecuación de Bernoulli para flujo adiabático.

$$C_p T + \frac{V^2}{2} - U_m = \mathbb{C}$$

Ecuación de Saint Venant - Wenczel.


$$\frac{C^2}{K-1} + \frac{V^2}{2} - U_m = \mathbb{C}$$

Ecuación de Conserv. Energía. F. Compresible

Conservación de la energía, Flujo compresible isentropico

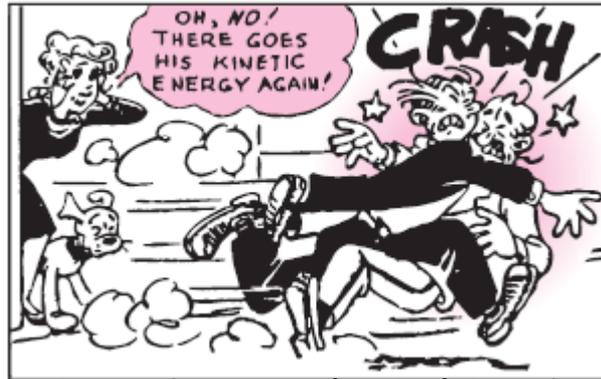
$$\frac{k}{K-1} \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} = C_p T + \frac{V^2}{2} = \frac{C^2}{K-1} + \frac{V^2}{2} = \mathbb{C}$$

$$\text{Caculo Auxiliar: } \frac{k}{K-1} \frac{P}{\rho} = \frac{k}{K-1} \frac{\rho R T}{\rho} = \frac{C^2}{K-1}$$

Parámetros de Estancamiento

“Los parámetros de Estancamiento son aquellos parámetros asociados a cada estado del flujo, los cuales generan la misma energía, que la suma de la energía generada por los parámetros estáticos y la energía cinética para un estado dado”

“Todos los parámetros termodinámicos tienen asociado un parámetro de estancamiento” Para flujo isentrópico, es el mismo para todos.



Durante el proceso de estancamiento la energía cinética de un fluido se convierte en entalpia (energía interna + energía de flujo, $h = u + P/\rho$), la cual da como resultado un aumento de temperatura y presión en el fluido.

Las propiedades de un fluido en estado de estancamiento se llaman **“propiedades de estancamiento”**

El **estado de estancamiento** se llama **isentrópico** cuando el proceso es **reversible y adiabático**.

Parámetros de Estancamiento

$$c_p T_0 = c_p T + \frac{V^2}{2}$$

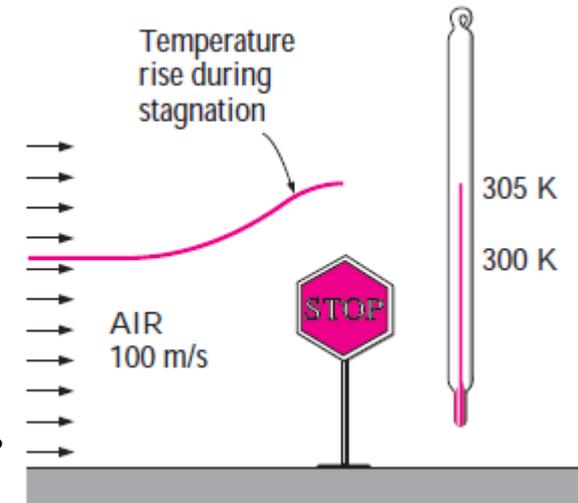
$$T_0 = T + \frac{V^2}{2c_p}$$

$$\frac{V^2}{2c_p}$$

Al término $\frac{V^2}{2c_p}$ se lo conoce como “*temperatura dinámica*”, y corresponde al incremento de temperatura durante el proceso de estancamiento isentrópico.

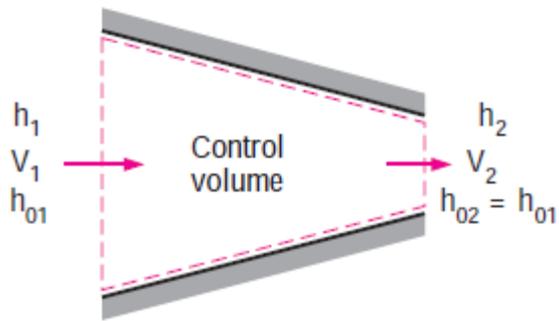
Por ejemplo, la temperatura dinámica para aire fluyendo a 100 m/s será:

$$\frac{V^2}{2c_p} = \frac{(100 \text{ m/s})^2}{2 \cdot 1005 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg K}}} = 5 \text{ K}$$



Parámetros de Estancamiento

Considere flujo estacionario a través de un ducto adiabático



$$(E_{in} = E_{out})$$

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2} = h_2 + \frac{V_2^2}{2}$$

Si el fluido es un gas ideal, entonces $h = c_p T$

$$c_p T_0 = c_p T + \frac{V^2}{2}$$

$$T_0 = T + \frac{V^2}{2c_p}$$

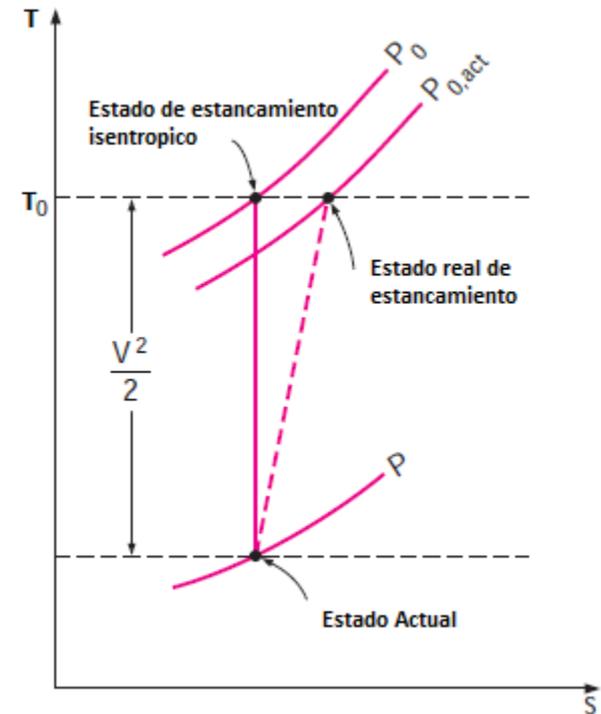
Si al fluido se lo llevara al reposo en 2, la velocidad en 2 sería cero.

Así la entalpía de estancamiento representa la entalpía del fluido cuando se la lleva al reposo adiabáticamente

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2} = h_2 = h_{02} \longrightarrow h_0 = h + \frac{V^2}{2} \quad (\text{kJ/kg})$$

$$h_{01} = h_{02}$$

Diagrama T-S



Parámetros de Estancamiento

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{C_p}{C_v} \\ R &= C_p - C_v \end{aligned} \right\} \rightarrow cp = \frac{KR}{K-1}$$

$$C_p T + \frac{V^2}{2} = C_p T_0$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{V^2}{2C_p T}$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{V^2}{2 \left(\frac{KR}{K-1} \right) T}$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{V^2}{2 \left(\frac{1}{K-1} \right) C^2}$$

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \left(\frac{K-1}{2} \right) M^2$$

$$\frac{P}{\rho^k} = \mathbb{C}$$

$$\frac{P R^k T^K}{\rho^k} = \mathbb{C}$$

$$P^{1-k} T^K = P_0^{1-k} T_0^K$$

$$\left(\frac{T_0}{T} \right)^k = \left(\frac{P}{P_0} \right)^{1-k}$$

$$\left(\frac{T_0}{T} \right)^k = \left(\frac{P_0}{P} \right)^{k-1} \quad \therefore \quad \frac{T_0}{T} = 1 + \left(\frac{K-1}{2} \right) M^2$$

$$\frac{P_0}{P} = \left(1 + \left(\frac{K-1}{2} \right) M^2 \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

Parámetros de Estancamiento

$$\frac{P}{\rho^k} = \mathbb{C}$$

$$\frac{\rho RT}{\rho^k} = \mathbb{C}$$

$$\rho^{1-k} T = \rho_0^{1-k} T_0$$
$$\left(\frac{T_0}{T}\right) = \left(\frac{\rho}{\rho_0}\right)^{1-k}$$

$$\left(\frac{T_0}{T}\right) = \left(\frac{\rho_0}{\rho}\right)^{k-1}$$

$$\therefore \frac{T_0}{T} = 1 + \left(\frac{K-1}{2}\right) M^2 \rightarrow$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \left(\frac{K-1}{2}\right) M^2\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

Parámetros Críticos

Parámetros Críticos * $\rightarrow M=1$

Velocidad de referencia: partiendo del PCE en su versión de Saint – Venant, puede conocerse la velocidad de un flujo:

$$C_P T + \frac{V^2}{2} = C_P T_0 \longrightarrow V = \sqrt{\frac{2k}{k-1} R (T_0 - T)}$$

Pueden definirse tres velocidades características:

- Velocidad máxima: $V_{max} = \sqrt{\frac{2k}{k-1} R T_0}$; cuanto $T = 0$
- Velocidad del sonido máxima: $c_{max} = c_0 = \sqrt{kRT_0}$; cuanto $T = T_0$
- Velocidad crítica: $T^* = T_0 \frac{2}{k+1}$; $V^* = c^* = \sqrt{\frac{2k}{k+1} R T_0}$, cuando $M = 1$

Parámetros Críticos

Parámetros Críticos * \rightarrow M=1

Parámetros críticos: cuando la velocidad del flujo, V , es igual a la velocidad del sonido, c , se tiene Mach = 1. Los parámetros estáticos asociados a $M = 1$ se denominan críticos:

$$T|_{M=1} = T^* \quad P|_{M=1} = P^* \quad \rho|_{M=1} = \rho^* \quad V|_{M=1} = V^* = c^*$$

Las relaciones con los parámetros de estancamiento resultan:

Subsonic nozzle

Throat

T^*, P^*, ρ^*
(if $Ma_t = 1$)

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \left(\frac{K-1}{2}\right)M^2 \quad \frac{P_0}{P} = \left(1 + \left(\frac{K-1}{2}\right)M^2\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad \frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \left(\frac{K-1}{2}\right)M^2\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

Supersonic nozzle

Throat

T^*, P^*, ρ^*
($Ma_t = 1$)

$$T_0 = T^* \frac{k+1}{2} \quad P_0 = P^* \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad \rho_0 = \rho^* \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

$$T^* = T_0 \frac{2}{k+1} \quad P^* = P_0 \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k}{k-1}} \quad \rho^* = \rho_0 \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

Parámetros Críticos

Parámetros Críticos * → M=1

$$T^* = T_0 \frac{2}{k+1} \quad P^* = P_0 \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad \rho^* = \rho_0 \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

The critical-pressure, critical-temperature, and critical-density ratios for isentropic flow of some ideal gases

	Superheated steam, $k = 1.3$	Hot products of combustion, $k = 1.33$	Air, $k = 1.4$	Monatomic gases, $k = 1.667$
$\frac{P^*}{P_0}$	0.5457	0.5404	0.5283	0.4871
$\frac{T^*}{T_0}$	0.8696	0.8584	0.8333	0.7499
$\frac{\rho^*}{\rho_0}$	0.6276	0.6295	0.6340	0.6495

Diseño de tobera Laval

$$\rho VA = \rho^* V^* A^*$$

$$\frac{A}{A^*} = \frac{\rho^* V^*}{\rho V}$$

$$\frac{\rho^*}{\rho} = \frac{\rho^* \rho_0}{\rho_0 \rho} = \left\{ \frac{2}{k+1} \left[1 + \frac{1}{2} (k-1) M^2 \right] \right\}^{1/(k-1)}$$

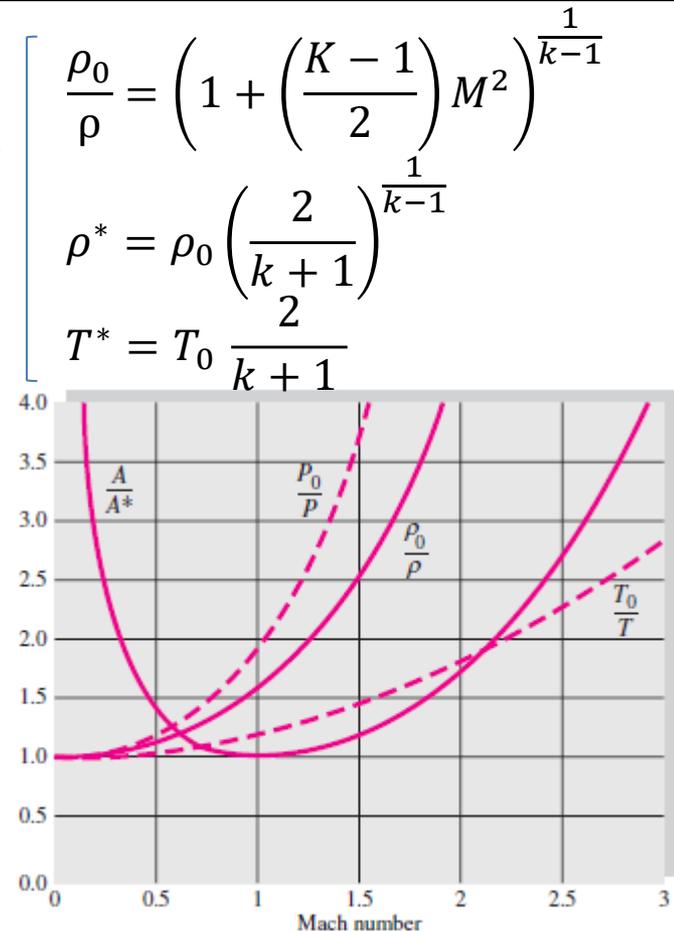
$$\frac{V^*}{V} = \frac{(kRT^*)^{1/2}}{V} = \frac{(kRT)^{1/2}}{V} \left(\frac{T^*}{T_0} \right)^{1/2} \left(\frac{T_0}{T} \right)^{1/2}$$

$$= \frac{1}{M} \left\{ \frac{2}{k+1} \left[1 + \frac{1}{2} (k-1) M^2 \right] \right\}^{1/2}$$

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \left[\left(\frac{2}{k+1} \right) \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2 \right) \right]^{\frac{k+1}{2(k-1)}}$$

Si $K = 1.4$

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{M} \frac{(1 + 0.2 Ma^2)^3}{1.728}$$



Tobera Saturada

Se dice que una tobera está saturada cuando transporta el máximo caudal másico.

Para conocer cuando se da esta condición se maximiza $C_\rho = f\left(\frac{P}{P_0}\right)$:

$$C_\rho = \rho AV = \left[\rho_0 \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{1}{k}} \right] A \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left(\frac{P_0}{\rho_0} - \frac{P}{\rho} \right)}$$

$$C_\rho = \rho AV = \left[\rho_0 \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{1}{k}} \right] A \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{P_0}{\rho_0} \left(1 - \frac{\rho_0 P}{P_0 \rho} \right)}$$

$$C_\rho = \rho AV = \left[\rho_0 \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{1}{k}} \right] A \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{P_0}{\rho_0} \left(1 - \frac{\rho_0 P}{\rho P_0} \right)}$$

$$C_\rho = \rho AV = \left[\rho_0 \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{1}{k}} \right] A \sqrt{\frac{2k}{k-1} \frac{P_0}{\rho_0} \left(1 - \left(\frac{P}{P_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right)}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \left(\frac{K-1}{2} \right) M^2 \right)^{\frac{1}{k-1}}$$

$$\frac{P_0}{P} = \left(1 + \left(\frac{K-1}{2} \right) M^2 \right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\frac{k}{K-1} \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} = \frac{k}{K-1} \frac{P_0}{\rho_0}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(\frac{P}{P_0} \right)^{-\frac{1}{k}} \quad \lambda = \rho_0 A \sqrt{\frac{2k}{k-1}}$$

$$\text{Si } x = \frac{P}{P_0} \longrightarrow C_\rho = \rho AV = \left[\rho_0 x^{\frac{1}{k}} \right] A \sqrt{\frac{2k}{k-1} \left(1 - x^{\frac{k-1}{k}} \right)} \longrightarrow C_\rho = \lambda x^{\frac{1}{k}} \sqrt{1 - x^{\frac{k-1}{k}}}$$

Tobera Saturada

$$C_p = \lambda x^{\frac{1}{k}} \sqrt{1 - x^{\frac{k-1}{k}}}$$

$$\frac{dC_p}{dx} = 0 = \frac{\lambda}{k} x^{\frac{1}{k}-1} \left(1 - x^{\frac{k-1}{k}}\right)^{\frac{1}{2}} + \lambda x^{\frac{1}{k}} \frac{1}{2} \left(1 - x^{\frac{k-1}{k}}\right)^{-\frac{1}{2}} \frac{1-k}{k} x^{\frac{k-1}{k}-1}$$

$$0 = \frac{\lambda}{kx} x^{\frac{1}{k}} \left(1 - x^{\frac{k-1}{k}}\right)^{\frac{1}{2}} + \lambda x^{\frac{1}{k}} \frac{1}{2} \left(1 - x^{\frac{k-1}{k}}\right)^{-\frac{1}{2}} \frac{1-k}{k} x^{-\frac{1}{k}}$$

$$0 = \frac{x^{\frac{1}{k}}}{kx} \left(1 - x^{\frac{k-1}{k}}\right)^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} \left(1 - x^{\frac{k-1}{k}}\right)^{-\frac{1}{2}} \frac{1-k}{k}$$

$$0 = \left(1 - x^{\frac{k-1}{k}}\right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{x^{\frac{1}{k}}}{kx} \left(1 - x^{\frac{k-1}{k}}\right) + \frac{1}{2} \frac{1-k}{k} \right)$$

$$0 = \frac{x^{\frac{1}{k}}}{kx} - \frac{x}{kx} + \frac{1-k}{2k}$$

$$x^{\frac{1-k}{k}} = \frac{k+1}{2}$$

$$\frac{P}{P_0} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{-k}{k-1}} = \frac{P^*}{P_0}$$

Es decir que el caudal másico es máximo cuando se alcanza $M = 1$.

Onda de Choque Normal

Concepto de ondas de choque planas

Modelo físico de la onda de choque

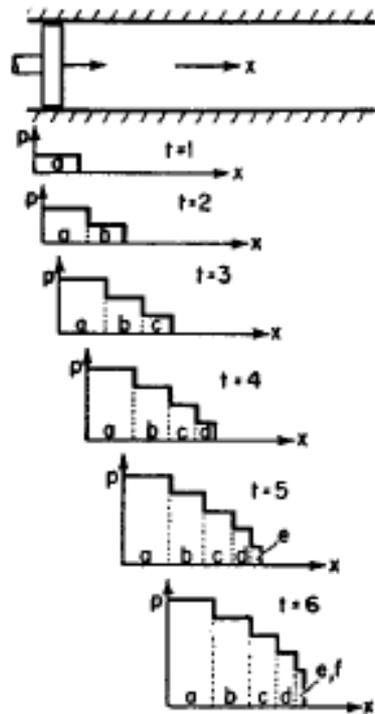


FIG. 5.8. Wave fronts formed at successive times as piston accelerates rightward by a series of equally spaced impulses.

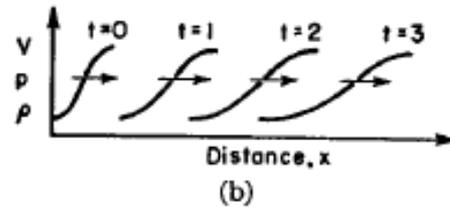
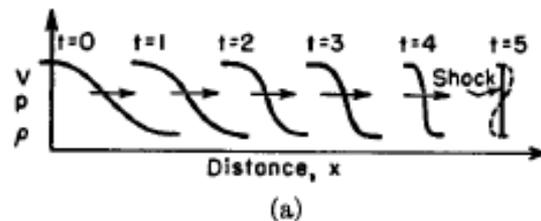
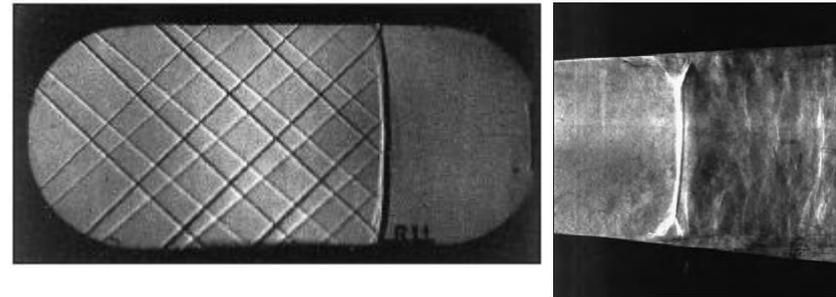


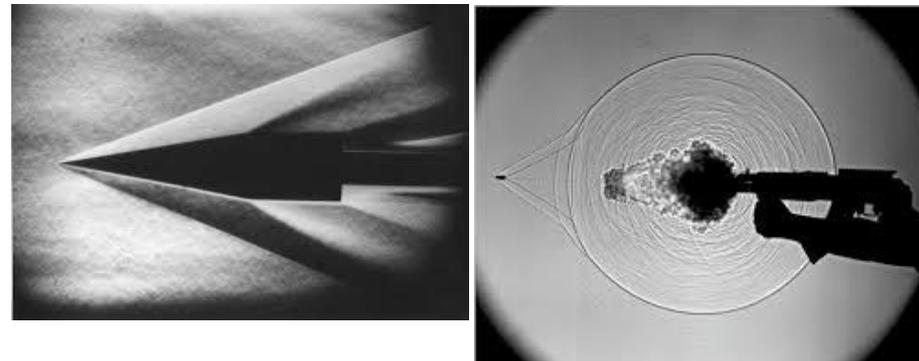
FIG. 5.9. Development of wave form of constant strength.

- (a) Compression wave.
- (b) Expansion wave.

Onda de Choque Plana en un ducto



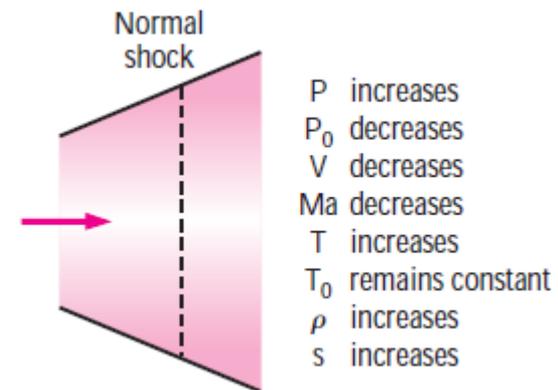
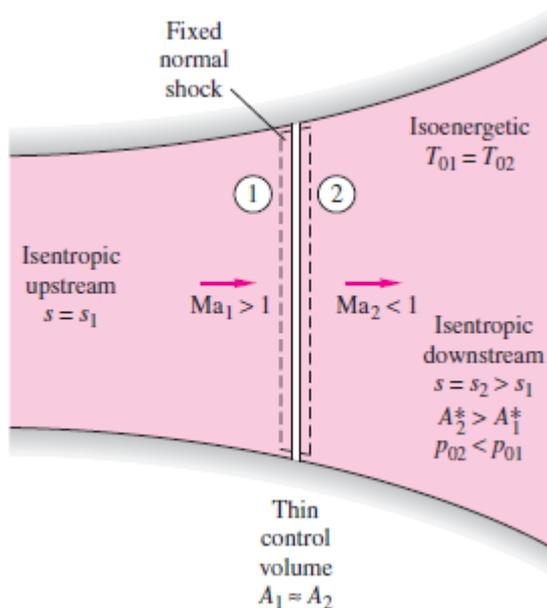
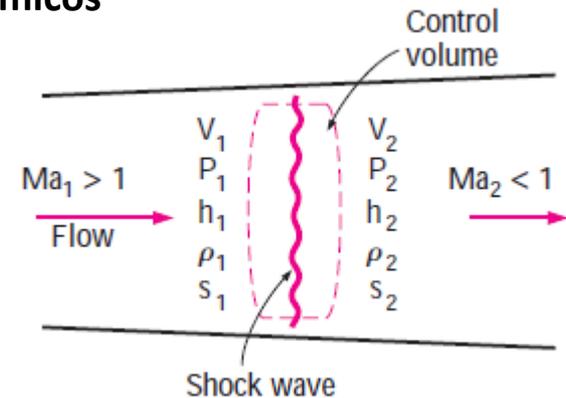
Onda de choque Oblicua



Onda de Choque Normal

Concepto de ondas de choque planas Variación de los parámetros termodinámicos

1. Hay fenómeno de fricción molecular dentro de la onda
2. No hay intercambio de calor con el medio, fenómeno adiabático
3. El proceso es irreversible (hay aumento de entropía)
4. El espesor de la onda es muy pequeño, $A_1 = A_2$
5. Dentro de la onda $\mu \neq 0$, pero como lo que importa es lo que pasa antes y después, se asume gas perfecto $\mu = 0$



Onda de Choque Normal

Concepto de ondas de choque planas

Consideraciones

Principio de conservación de la masa

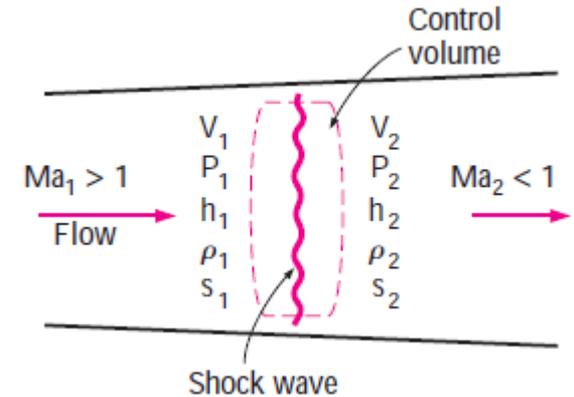
$$\rho_1 AV_1 = \rho_2 AV_2$$

$$\rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$$

Principio de conservación de la Energía

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2} = h_2 + \frac{V_2^2}{2}$$

$$h_{01} = h_{02} \longrightarrow T_{01} = T_{02}$$



Principio de conservación de la Cantidad de Movimiento Lineal

$$A(P_1 - P_2) = \dot{m}(V_2 - V_1)$$

Flujo No isentrópico a través de la onda de choque

$$s_2 - s_1 \geq 0$$

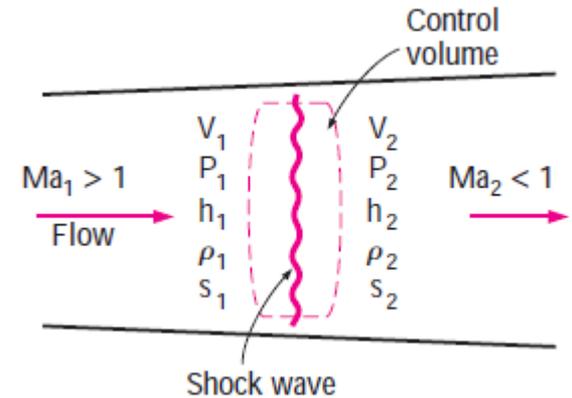
Onda de Choque Normal

Concepto de ondas de choque planas Relaciones entre parámetros termodinámicos

$$\frac{T_{01}}{T_1} = 1 + \left(\frac{k-1}{2}\right)Ma_1^2 \quad \frac{T_{02}}{T_2} = 1 + \left(\frac{k-1}{2}\right)Ma_2^2$$

$$T_{01} = T_{02}$$

$$\boxed{\frac{T_2}{T_1} = \frac{1 + Ma_1^2(k-1)/2}{1 + Ma_2^2(k-1)/2}}$$



Sabiendo por Ec. Estado

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 &= \frac{P_1}{RT_1} \\ \rho_2 &= \frac{P_2}{RT_2} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{Reemplazando} \\ \text{en P.C.M} \end{array} \rightarrow \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2 \xrightarrow{\text{Considerando que}} \begin{array}{l} Ma = V/c \\ c = \sqrt{kRT} \end{array}$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{P_1 V_1} = \frac{P_2 Ma_2 c_2}{P_1 Ma_1 c_1} = \frac{P_2 Ma_2 \sqrt{T_2}}{P_1 Ma_1 \sqrt{T_1}} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 \left(\frac{Ma_2}{Ma_1}\right)^2$$

Onda de Choque Normal

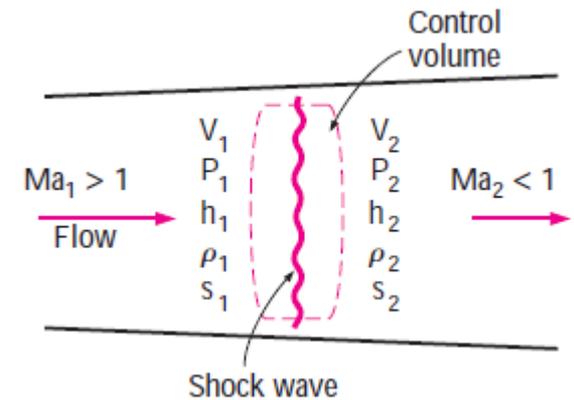
Concepto de ondas de choque planas Relaciones entre parámetros termodinámicos

$$P_1 - P_2 = \frac{\dot{m}}{A} (V_2 - V_1) = \rho_2 V_2^2 - \rho_1 V_1^2$$

$$P_1 + \rho_1 V_1^2 = P_2 + \rho_2 V_2^2$$

$$\rho V^2 = \left(\frac{P}{RT}\right) (\text{Ma } c)^2 = \left(\frac{P}{RT}\right) (\text{Ma } \sqrt{kRT})^2 = Pk \text{Ma}^2$$

$$P_1(1 + k\text{Ma}_1^2) = P_2(1 + k\text{Ma}_2^2)$$



$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{1 + \text{Ma}_1^2(k-1)/2}{1 + \text{Ma}_2^2(k-1)/2}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{1 + k\text{Ma}_1^2}{1 + k\text{Ma}_2^2}$$

$$\frac{P_2 \text{Ma}_2 \sqrt{T_2}}{P_1 \text{Ma}_1 \sqrt{T_1}} = \left(\frac{P_2}{P_1}\right)^2 \left(\frac{\text{Ma}_2}{\text{Ma}_1}\right)^2$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\text{Ma}_1 \sqrt{1 + \text{Ma}_1^2(k-1)/2}}{\text{Ma}_2 \sqrt{1 + \text{Ma}_2^2(k-1)/2}}$$

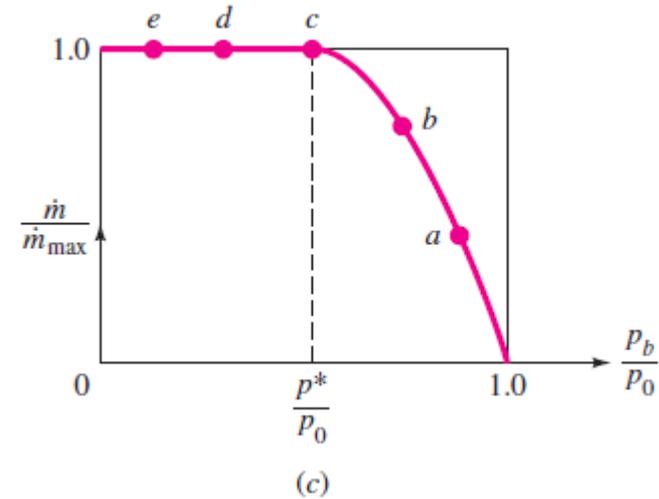
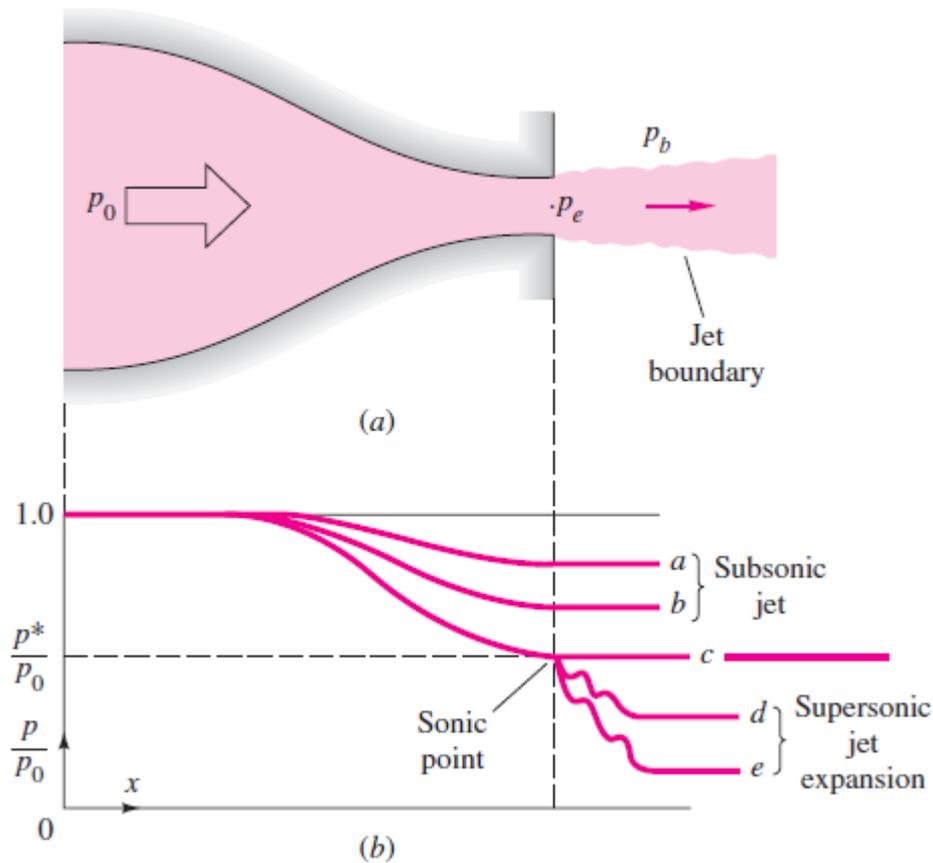
$$\text{Ma}_2^2 = \frac{\text{Ma}_1^2 + 2/(k-1)}{2\text{Ma}_1^2 k/(k-1) - 1}$$

Variación de Entropía a través de onda de choque.
Para deducción ver slide n°9.

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$$

Banco de Ensayo de Toberas

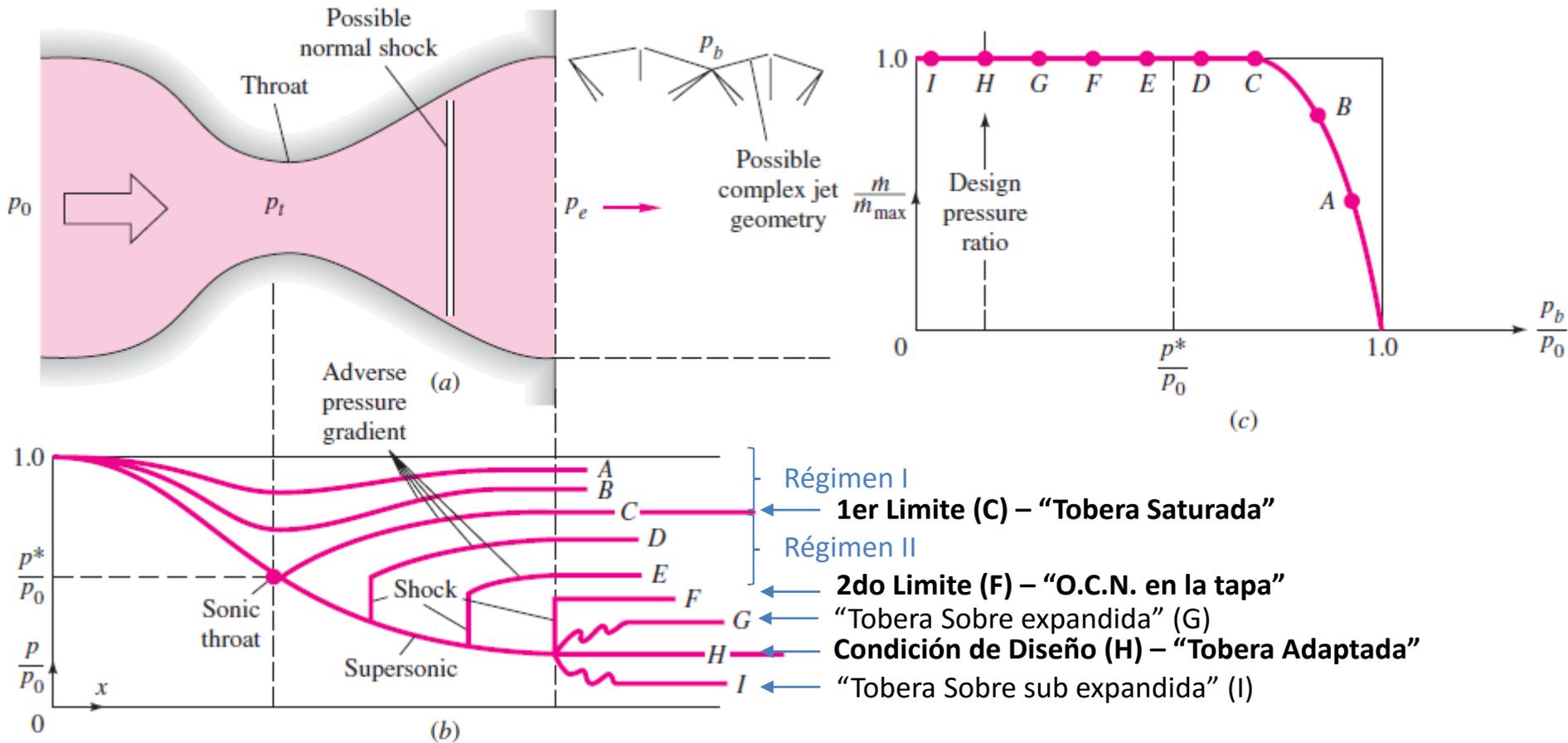
Canal convergente



Banco de Ensayo de Toberas

Tobera Convergente-Divergente

Concepto Banco de Ensayo de Tobera, Regímenes y Caudal Másico Máximo



Banco de Ensayo de Toberas

Tobera Convergente-Divergente

Concepto Banco de Ensayo de Tobera, Regímenes y Numero de Mach



Ver Video de Encendido de Motores:

<https://www.youtube.com/watch?v=OnoNITE-CLc>